This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

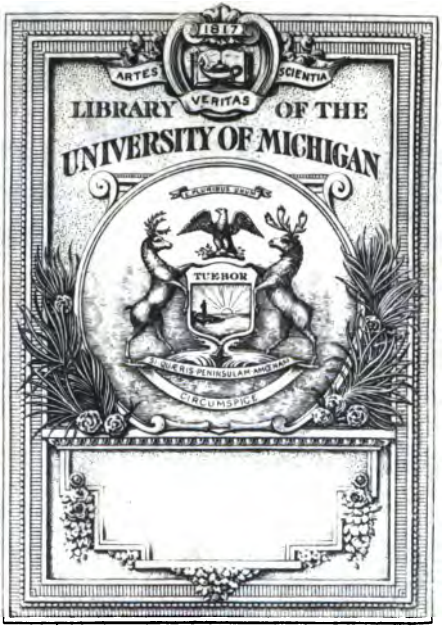
+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`


1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QA
33
.F47
1737

TRATTATO ARITMETICO

DI GIUSEPPE MARIA FIGATELLI

Nel quale con ſomma brevità, e chiarezza ſi contiene quanto di più bello, e ſuccoſo ſi trova ſparſo per gli Autori, e quanto ſi poſſa deſiderare, per ſapere maneggiare il numero, non ſolo nelle quantità razionali, e per le Regole Mercantanteſche, ma nelle quantità irrazionali ancora, pertinenti alla ſcienza maggiore del numero, ed anche il trattato d'Algebra.

DIVISO IN DUE PARTI.

Opera utiliſſima non ſolo a' Mercanti, e a chi deſidera d' imparare, ma a' Maeſtri ancora, poichè leggendo queſto Libro, di giorno in giorno poſſono con preſtezza imparare, o metterſi a memoria quello, che vogliono ad altri inſegnare.

In queſta Settima Impreſſione ricorretto, ed aggiunto

DA GAETANO GUIDI BOLOGNESE

Maſtro di Scuola d' Aritmetica.

In BOLOGNA nella Stamperia del Longhi. 1737.
Con licenza de' Superiori.

Hist. of Science
Gandolfi
10-4-28
1617

AL LETTORE.

Vendo creato il Sommo Iddio tutte le coſe ſotto la legge d' una preſcritta quantità, di quì è, che li Filoſofi entrati a diſcutere eſſa quantità, diſſero, che, Quantitas eſt ſecundùm quam aliquid dicitur quantum: *Ovvero, che,* Quantitas eſt accidens ipſius ſubſtantiæ corporeæ, a qua nullatenus ſeparari poteſt. *E benchè queſta quantità (quanto alla diffinizione) ſia unica, non di meno da eſſa (quaſi da radice) ne inſorgono due rami ſopra de' quali (come baſe fondamentale) s' appoggiano le due principali Scienze fra le Matematiche diſcipline; poichè ſecondo li medeſimi Filoſofi ogni quantità, o ch' ella è continua, o diſcreta: La quantità continua,* eſt cujus partes in eodem ſubjecto continentur; *nè altro conſidera, che la grandezza delle coſe, in quanto che ſono denominate dalla ſola unità, ma la quantità diſcreta,* Eſt cujus partes ſimul eſſe non poſſunt in eodem ſubjecto: *e queſta conſiſte nella moltitudine delle coſe, con-*

ſiderate in quanto ſono più d' una. La quantità diſcreta ha termine nel ſuo infimo eſſere, perchè cominciando dall' uno (il men del quale è il niente) col creſcere, ſi avanza in infinito, ma la quantità continua ha termini nel ſuo maggior eſſere, e nel decreſcere ſi rende infinita poichè ciaſcuna coſa corporea ſi può dividere in due parti, in tre, in quattro, e così in infinito: Saltem ſpeculativè. *Ed ecco, che da queſto accidente, e diſtinzione di quantità ſi levano in piedi l' Aritmetica, e la Geometria. Scienze tanto onorevoli, e tanto neceſſarie agl' intereſſi, ed a' negozj umani. L' Aritmetica deriva, ed ha per oggetto la quantità diſcreta: ma la Geometria dipende dalla quantità continua. E però non è maraviglia, ſe queſte due Scienze, come buone ſorelle, e derivanti da un medeſimo principio (qual è la quantità in genere) camminino molto d' accordo, e s'ajutino l' una coll' altra, poichè in certi particolari, per farſi bene intendere l' Aritmetica, fa ricorſo alle dimoſtrazioni Geometriche, e la Geometria mai ſi ſcoſta dall' Aritmetica, perchè eſſa, è quella, che denomina le di lei parti, e proporzioni, e con le ſue operazioni dalla quantità delle ſue operazioni dà la quantità delle linee, ſuperficie, e de' corpi, delle diſtanze, altezze, e profondità. E per ciò meritamente da tutti li Sa-*

pienti,

pienti, all' Aritmetica si dà il primo luogo fra le Scienze Matematiche.

Di quanta eccellenza sia questa Scienza, chiaramente da questo si può comprendere, ch' ella s' intromette, ed ha parte in tutte le Scienze, e in tutte le Arti, e in tutti li Negozj &c. Anzi è tanto connaturalizzata nell' uomo, che perciò si chiama razionale, ed è differente dalle bestie (al dire di Platone) perchè l'uomo sà far conto, e le bestie nò. Nè mi maraviglio, perchè se l' uomo (a differenza delle bestie) si diffinisce Animal Razionale, *e questo addietivo* Razionale, *derivando dal Verbo* Ratiocinator, *che sta per far conti; Adunque ben disse Platone &c.*

Quanto poi sia stata stimata da' nostri Antichi l' Aritmetica, lo dichiarano li grossi Volumi da essi composti. L' esprimono le molte Regole inventate, che tanto facilitano non solo li Negozj Mercatanteschi, e commercj umani, ma che anco dilettano oltremodo l' intelletto nostro: quale Delectatur veritate. *Ma in questi nostri tempi, ne' quali per lo più la Gioventù, o marcisce nell' ozio, o passa gli anni in frascherie mondane, appena si trova chi di essa n' abbia sentore, o almen poco. E da questo saperne poco, ne viene anco il curarsene poco, poichè essendo l' uomo stato creato da Dio capace d' apprendere, e di sapere, quanto più*

sà, tanto maggior sete gli viene di sapere, e quanto più difficile è la cosa da capirsi, tanto maggior diletto apporta la di lei cognizione all' intelletto. E certo, la scienza del numero è tanto gustosa per sè stessa, a chi la possiede bene, che, se non per altro, per questo solamente dovria essere dagli uomini praticata, e stimata.

Ma perchè può essere, che molti (benchè d'acuto ingegno) non si diano a questi Studj d' Aritmetica, o per non avere comodità di comprarsi volumi grossi, o perchè si perdino d' animo, nè pensino di poter cavare dal molto dire (che per lo più confonde la mente) la sostanza della cosa pretesa, o pure perchè s' infastidiscono dal solo ricordarsi, che per apprendere tal scienza, bisogna voltar tante carte &c. mi sono indotto (pregato da molti Amici) a lasciar Stampare un Ristretto d' Aritmetica, che manuscritto lasciò alla Casa Lorenzo Figatelli (mio Cugino carnale) quando si fece Religioso. Di questo ristretto mi son servito assai per imparare questa Scienza in quei primi Anni appunto, che l' uomo comincia ad essere ragionevole in fatti. Fatto poi grande, più volte son stato favorito dal Padre della viva voce sì in questo particolare d' Aritmetica, come d' altre Scienze Matematiche, delle quali universalmente assai se ne diletta.

Con-

Confeſſo la verità, che mai ebbi intenzione di far ſtampare queſto Libretto, poichè quaſi piccio-la Stella paragonata al lucidiſſimo Sole di tan-ti dottiſſimi, ed eruditiſſimi Autori, che hanno ſcritto di tal materia, non può ſe non affatto re-ſtare oſcurato, ſottopoſto a quel tramonto dagli Aſtronomi detto Eliaco. Ed è, quando, che al naſcer del Sole ſpariſcono le Stelle: ma come te-ſoro (a me ſommamente grato) volontieri lo con-ſervavo appreſſo di me, avendo in eſſo le mate-rie in pronto con un' ordine, chiarezza, e modo di dire non ordinario. Tuttavia perchè in queſto Libretto ſta compillato quanto di bello, e di buo-no ſi poſſa deſiderare, ſpettante non ſolo all' Arte Negoziatoria, e Mercatanteſca, ma anche perti-nenti alla Scienza maggiore del numero, che con-ſiſte nel ſaper maneggiare le quantità irrazionа-li, e ſorde, che ſi chiamano, anco volontieri, per utilità comune, lo laſcio dar in luce da chi gratis *lo ſtampa, acciò dalla brevità allettata la fiacchezza umana, ſcuota da sè la pigrizia, e ſi muova ad intraprendere un poco di fatica, per imparare una ſcienza tanto nobile, dilettevole, utile, e degna.*

Vero è che in queſto mio Riſtretto non preten-do d' inſegnare li primi rudimenti, quali ſenza la voce d' un Maeſtro è quaſi impoſſibile l' impa-

rarli da sè, e in queſti ci voria longo parlare. Nè meno mi ſon curato di moltiplicar Queſiti: ma per ciaſcuna Regola mi contento di quei ſoli, che alla pratica poſſono occorrere, e ſervire, poichè inteſi bene i loro fondamenti, ogn' uno da sè può farſi ſtrada, ed accomodarſi li Queſiti nelle mani.

Suppoſto adunque, che uno ſia un poco diſgroſſato, ed abbia qualche talento, ſtudiando queſto Libro, preſtiſſimo ſi può far eccellente in materia del numero. Ben è vero, che nel ſtudiarlo, non biſogna dare una beccata in quà, ed una beccata in là, che queſto è il vero modo per non imparar mai; ma da principio al fine il legga, e rilegga, perchè ſebbene da principio l' intelletto s' intopaße in qualche difficoltà, col proſeguire avanti acquiſterà maggior lume, e da sè con un poco di tempo la verità cercata entra (mentre ſi dorme) nella mente.

Un' altro libretto mi trovo avere, compoſto dall' iſteſſo parente, intitolato Memoriale Geometrico, nel quale (non oſtante che non ſia nè anche la metà di queſto) ſi contiene quanto ſi può deſiderare, per ſapere miſurare ogni data quantità continua, lineale, ſuperfiziale, e corporea; per traſmutar corpi, dividere ſuperficie, ſapere le altezze, diſtanze &c. con altre galanterie; e di ragione

gione dovria eſſer' unito con queſto, ma per le molte figure, che porta l'Operetta, e per eßer' io molto impiegato al preſente in altro, per ora non può laſciarſi vedere, con tutto che ſia più utile al pubblico, e più deſiderato di queſto d' Arimetica. In tanto ſi degni il Lettore di gradire queſte mie poche fatiche, e ſe di guſto, o d' utile le riuſciranno, ne dia gloria al Sommo Iddio, quale eßendo fonte d'Eterna Sapienza (quaſi per tanti rivoli) ſi degna di participarla al Mondo per mezzo della mente degli uomini, ne' quali abitando per grazia, in eſſi ſta illuminandoli, ammaeſtrandoli, ed inſegnandoli. E perchè in queſta prefazione s' è parlato di quantità continua, e diſcreta, procuri ogni uno di renderſi continuo, e mantenendo in sè tutte le ſue parti, oſſervi fedelmente quanto ha promeſſo ha Dio nel Sacro Batteſimo, ſi rendi anco diſcreto nell' acquiſto di quelle virtù, che rendendo l'uomo felice in queſto Mondo, Beato lo conſegnano all' eternità. Che a tutti lo concedi.
Qui eſt benedictus Deus in ſecula. *Vale.*

INDICE
DE' CAPITOLI.

PARTE PRIMA.

Nella quale ſi tratta della quantità razionale per tutte le Regole Mercatantili.

CHe coſa ſia Aritmetica. Dell' Unità. Del Numero. E ſua diviſione. Capitolo Primo. pag. 1

Spezie, e Maneggio dell' Algoriſmo. Capitolo II. 3

Come ſi converti una quantità in altra quantità di ſpecie diverſa. Cap. III. 20

Come ſi maneggino li Rotti per tutte le ſpecie dell' Algoriſmo. Cap. IV. 25

Della Regola del Tre. Cap. V. 53

Regola del Tre, con Rotti in qualſiſia termine. Cap. VI. 58

Queſiti ſtraordinarj. Cap. VII. 62

Prova della Regola del Tre. Cap VIII. 72

Regola del Tre roverſcia. Cap. IX. 78

Re-

Regola del Tre compoſta dritta. Cap. X. 83
Regola del Tre compoſta roverſcia. Capitolo XI. 86
Regola del Tre Moltiplice. Cap. XII. 92
De' Cenſi, o Meritare. Cap. XIII. 98
Dello Scontare. Cap. XIV. 105
Modo di ridurre più pagamenti ad un ſol termine, o pagamento. Cap. XV. 112
Come ſi tiri in reſto sì in tempo, come in denari una ragione di due, ovvero più partite di meriti, o altro ſimile. Cap. XVI. 116
Del meritare, e ſcontare a capo d' Anno, detto Frutto de' Frutti, ovvero Uſura. Capitolo XVII. 120
Delle Compagnie. Cap. XVIII. 122
Delle Compagnie Ruſticane dal Volgo chiamate Socide. Cap. XIX. 139
De' Baratti. Cap. XX. 147
Degli Affitti. Cap. XXI. 155
Per trovar l' Avvantaggio delle Monete. Cap. XXII. 164
Delle legature Mercantili dell' Oro, ed Argento. Cap. XXIII. 167
Delle Poſizioni falſe ſemplici. Cap. XXIV. 181
Delle Poſizioni falſe doppie. Cap. XXV. 188
Queſiti curioſi, e dilettevoli. Cap. XXVI. 205
Giuochi Curioſi. Cap. XXVII. 210

PAR-

PARTE SECONDA.

Nella quale si tratta delle Progressioni, Estrazioni di radici, delle quantità irrazionali, e Scienza maggiore del numero &c.

Trattato delle Progressioni. Cap. I. 220
Delle Progressioni Aritmetice. Cap. II. 224
Delle Progressioni Geometriche. Cap. III. 231
Quesiti solubili per le Regole delle Progressioni. Cap. IV. 237
Trattato d'Estrazione di Radice. Cap. I. 243
Modo di cavare la Radice Quadra da' Numeri. Cap. II. 245
Estrazione della Radice Cuba. Cap. III. 253
Regole Universali. Cap. IV. 257
Dichiarazione del sopralineato Triangolo. Cap. V. 263
Progressioni delle Dignità fino a 30. termini, e della loro origine. Cap. VI. 270
Come si maneggino le Radici. Cap. VII. 272
Trattato del Più, e del Meno. Capitolo Unico. 281
Trattato de' Binomii. 285
Del Sommare de' Binomii, e Residui. Capitolo I. 286

Del

Del Sottrare de' Binomj, e de' Reſidui. Capitolo II. 289
Del Moltiplicare de' Binomii, e Reſidui. Cap. III. 292
Del Partire de' Binomii, e Reſidui. Capitolo IV. 299
Delle Radici Univerſali. Cap. V. 302
Trattato delle Proporzioni. Che coſa ſia parte Moltiplice, e Proporzione. Cap. I. 306
Della Proporzionalità, e ſua ſpezie &c. Capitolo II. 310
Come ſi maneggino le Proporzioni per tutti gli Atti dell' Algoriſmo. Cap. III. 315
Belliſſime oſſervazioni pertinenti alle Proporzioni. Cap. IV. 319
Trattato di varie coſe. Cap. I. 322
Origine de' Numeri Quadrati. Cap. II. 325
De' Numeri Congrui, e Congruenti. Capitolo III. 326
De' Numeri Perfetti. Cap. IV. 329
Trattato d' Algebra. Cap. I. 331
Maneggio delle dignità Algebratiche. Capitolo II. 333
Come ſi maneggino li Binomj, e Reſidui Algebratici. Cap. III. 339
Fondamento d' Algebra. Cap. IV. 342
Capitoli Compoſti. 344

Al-

Altre ſorti d'Equazioni, Cap. V. 348
Regola univerſale, ed equivalente alli precedenti ſei Capitoli. Cap. VI. 350
Del levare le Radici dagli eſtremi dell' Equazioni. Cap. VII. 363
Del levare li Rotti dall' Equazioni, Capitolo VIII. 364
Del degradare l' Equazioni. Cap. IX. 366
Problemi Algebratici. Cap. X. 369

Lo Stampatore a chi legge.

L'Avere, o Leggitor cortese, aggiunto a quest' Opera una fatica particolare del soggetto, il di cui Nome vedi segnato sul Frontispizio della medesima, non è stata certamente mancanza di venerazione al merito del degno Autore, che la compose, anzi tutta di giustizia se gli dee sì per la laboriosa, e virtuosa fatica da lui usata in darla alle Stampe, sì per l'esito fortunato, che per sette volte di ristampa ha ella incontrata, ma ciò s'è fatto per darle un poco più di risalto, coll' aumentarla di alcune cosarelle, che forse a bello studio erano state non avvertite dal medesimo Autore, e metterne viepiù in chiaro qualch' altra cosa per maggiore intelligenza di chi d' ora innanzi vorrà nuovamente prevalersene; tanto più, che l' umano intendimento di giorno in giorno si mostra sempre più vago di nuove osservazioni, e nuovi lumi, e non mancano uomini, che collo studio di questa sì pregievole materia sempre mai si vanno perfezionando. Questo, e non altro è stato il motivo per lo quale la medesima viene piuttosto aumentata di qualche foglio, che levatole nulla del suo. Vivi &c.

Vidit D. Arelius Caſtanea Clericus Regul. S. Pauli in Metrop. Bonon. Pęnitentiarius pro Eminentiſs. & Reverendiſs. Domino D. Proſpero Lambertino Archipiſc. Bonon. & S. R. I. Principe.

Imprimatur.

F. Pius Cajetanus Cadolini Vicarius Generalis S. Officii Bononiæ.

IN-

PARTE PRIMA

Nella quale ſi tratta della quantità razionale per tutte le Regole Mercatantili.

CHE COSA SIA ARITMETICA. Dell' Unità. Del Numero. E ſua diviſione.

CAPITOLO PRIMO.

Che coſa ſia Aritmetica.

L'Aritmetica (prima Scienza fra le Matematiche diſcipline) è una ſcienza di quantità diſcreta, cioè numerabile ſecondo sè, poichè il tutto conſiſte in numerare, raccogliere, raddoppiare, ſottrarre, e dividere &c. Alcuni la chiamano Scienza del Creatore, e delle Creature: *Omnia in menſura, & numero, & pondere poſuiſti. Sap.* 11. 21.

L'Aritmetica altra è teorica, o ſpeculativa, che con la mente conſidera le cauſe, le qualità, le quantità, e le proprietà de' numeri, ed altra è pratica, che conſiſte nell' atto del calcolare.

Dell' Unità.

L'Unità è quella, dalla quale ciaſcheduna coſa materiale è detta una, o uno. Anzi queſt'Unità è tanto famigliare alla natura, che anco l'uſa nella moltitudine. Laonde ſi dice una dozzina, un trenteſimo, un centinajo &c. Una quantità, un' eſercito &c. Anzi l'Unità iſteſſa diviſa, ritiene il nome di Unità, che perciò ſi dice un mezzo, un terzo, un quinto, e così in infinito.

Questa Unità è diversamente intesa dal Naturale, di quello l' intenda il Matematico; perchè il Naturale considera le cose tanto secondo l' essere, quanto secondo la ragione, congiunte con qualche materia sensibile: Laonde con l' Unità sempre nomina la materia, come suo material soggetto, dicendo, una Botte di Vino, un Moggio di Formento &c. ma il Matematico, sebbene le considera [come il Naturale] congiunte, e secondo l' essere di tal materia sensibile, ad ogni modo le considera poi, e le piglia, come astratte da tal materia sensibile, secondo la ragione; e questa Unità Matematica è quasi simile al punto Geometrico indivisibile.

Del Numero.

IL Numero non è altro, che una moltitudine, composta di molte Unità; circa il quale milita parimente la distinzione, o differenza, detta dell' Unità, cioè naturale, e Matematica: Per esempio 25. è venticinque volte uno &c. Vi sono tre sorta di numeri, e non più. Il primo è detto numero numerante. Questo è l' Anima nostra, che col cuore, con la bocca, e con la lingua numera le cose. Il secondo si chiama numero numerato; ed è la cosa numerata, e però si chiama numero naturale. Il terzo si chiama numero numerabile, il quale consiste nell' uso, e nell' atto di numerare le cose di quantità discreta, cominciando da uno, e procedendo in infinito. Dal che ne nascono cinque generazioni di numeri, cioè Numero semplice, Decine, Centinaja, Migliaja, e Milioni. E così col mezo delle Migliaja, e delli Milioni si procede in infinito.

Diviſione del Numero.

IL Numero ſi divide in tre ſpezie. Tutti li numeri, che ſono manco di dieci, ſi chiamano Digiti, ovvero Numeri Semplici. Tutti li Dieci Preciſi, e preciſamente compoſti di dieci, come 10. 20. 30. &c. 100. &c. 1000. 20000. &c. ſi chiamano Articoli. Tutti gli altri numeri poi, che ſi trovano fra due Articoli proſſimi, ſi chiamano Numeri Compoſti, ovvero Miſti, perchè ſono compoſti d'un Digito, e d'un' Articolo, come ſono 11. 12. 13. &c. 21. 25. &c. 109. e così ſucceſſivamente in infinito.

Spezie, e Maneggio dell' Algoriſmo.

CAPITOLO II.

L'Aritmetica pratica, compendioſamente fu data in luce da un Filoſofo, detto Algo: e per queſto fu chiamata Algoriſmo, ovvero Algoritmo. Le ſpezie del quale ſono ſette, e ſi chiamano anco Atti, ovvero Paſſioni del numero, cioè Numerare, Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, Partire, Progreſſioni, ed Eſtrazione di Radice.

Del Numerare.

IL primo Atto dell'Aritmetica pratica, detto Numerazione, conſiſte in ſaper rappreſentare con qualche ſorta di Caratteri, ovvero figure ogni qualità di Numero. Il che ſi fa al preſente con queſte dieci 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. E perchè anticamente li Romani numeravano per mezzo delle lettere dell' Alfabetto, ed in quei tempi s' uſavano certe abbreviature, e collocavano i caratteri diverſamente da noi: quì ſotto le noto, acciò occorrendo il caſo (come ſi vede in certe Antichità) l'eſperto Aritmetico ſi poſſa far valere.

A. B. C. D.
Cinquecento. Trecento. Cento. Cinquecento.
E. F. G.
Ducentocinquanta. Quaranta. Quattrocento.
H. I. K. L.
Ducento. Uno. Cinquantuno. Cinquanta.
M. N. O. P. Q.
Mille. Novanta. Undici. Quattrocento. Cinquecento.
R. S. T. V. X.
Ottanta. Settanta. Centosessanta. Cinque. Dieci.
Y. Z.
Centocinquanta. Duemilla.

Alcuni vogliono, che la lettera I. innanzi a due, ovvero più decine significhi cento.

IXXVI. IIXXXVIII.
Centoventisei. Ducentotrentaotto.

Dicono parimente, che questa lineetta —— sopra a qualsivoglia lettera, significhi tante migliaja, quante ne rappresenta la lettera, sopra la quale è posta. Sicchè, se sarà sopra l'$\overline{\text{I}}$ significherà mille; se sopra l'$\overline{\text{V}}$ significherà cinquemila; sopra l'$\overline{\text{X}}$ diecimila, e sopra il $\overline{\text{C}}$ Centomila &c.

Ora fra tutte le suddette Lettere, e antichità, sette solamente sono restate in uso, cioè

I. V. X. L. C.
Uno. Cinque. Dieci. Cinquanta. Cento.
D. M.
Cinquecento. Mille.

Queste lettere si sogliono abbreviare (come siegue) per rappresentare minor numero di figure. Il che si fa con anteporre una lettera di minor significazione, così

IV. IX. XL. XC.
Quattro. Nove. Quaranta. Novanta.

No-

CM.

Novecento; e così di molte altre.

Finalmente s'usa anco quest'altra sorta d'abbreviatura, ponendo il C. e l'M. sopra il numero delle centinaja, o migliaja, come siegue

C. C. M.
IIII. VIII. VI. e così del resto.

Quattrocento. Ottocento. Seimilla.

Ma tornando alla nostra propositione dovendosi rilevare una quantità di figure come fariano 26423570640 325489225. prima si devono dividere in tanti periodi ognuno de' quali consta di tre figure, perchè dee contenere numero, decina, e centinaja (eccetto l'ultimo periodo, che resta con quello, che accade, o sia d'una, o due figure) e per pronunziarli, si potrà segnare sopra ogni settima figura *uno* conforme si vedrà nell'esempio suddetto; il qual' *uno* vuol dire, che da quella figura cominciano li *Milioni*; nell'altra settima figura [che sarà terza decima] si fà un *due*, il qual dimostra, che cominciano li *milioni di milioni*, che pronunziandoli si dirà *Bilioni*; alla terza settima figura, che sarà la decima nona in ordine si fa un *tre*, e vuol dire, che da quella figura cominciano li *milioni di milioni di milioni*, e allora si pronunziano con questa parola *tre bilioni*, e così in infinito si può rilevare qualsisia quantità di numeri. Adunque avendo a leggere questi numeri

3. 2. 1.
26. 423. 570. 640. 325. 489. 225.

Disposti come si vedono, e segnati come ho detto nella spiegazione, così si leggono. Ventisei tre bilioni, quattro cento ventitre migliaja di bilioni, cinquecento settanta migliaja di bilioni, seicento quaranta migliaja di milioni, trecento venticinque milioni, quattro cento ottantanove mila, e ducento venticinque.

DEL SOMMARE.

IL ſecondo atto dell' Aritmetica pratica ſi chiama Sommare, compoſizione, ovvero raccogliere, perchè non conſiſte in altro, che unire inſieme più numeri, o figure. Tutto il punto di queſto negozio conſiſte in collocare i numeri ſotto li numeri; le decine ſotto le decine; le centinaja ſotto le centinaja &c. e ſe vi ſono minuzie diverſe; collocare ciaſcuna nel proprio luogo. La prima figura a mano diritta ſignifica numero, la ſeconda ſignifica decina, la terza centinaja, e la quarta migliaja &c.

Avendo a ridurre in una ſol ſomma queſte

	Lir. 1750.	ſold. 15.	den. 11.	Prima ſi riducano
con	Lir. 75.	ſold. 7.	den. 3.	in una ſol ſomma
	Lir. 246.	ſold. 0.	den. 7.	tutti li denari, e
	Lir. 6.	ſold. 18.	den. 9.	fanno den. 30. e in
Somm.	2079.	— 2.	— 6.	queſti ſi vede quanti ſoldi ſiano, vedendo

quante volte il 12. entra nel 30. il quale vi entra due volte, e avanza 6. il quale ſi notta ſotto li denari, e il due ſi aggiunge alla fila de' ſoldi, e fanno ſoldi 42. dal quale 42. ſi vede quante lire facciano, quante volte vi entra il 20. che vi entra due volte, e avanza 2. da notare ſotto li ſoldi; le lire s' aggiungano alla fila prima delle lire, e da queſte ſi nota il numero ſemplice, portando ſempre le decine alla fila de' numeri, che ſieguono, eccetto all' ultima fila, che vi ſi notano tutti li numeri, come viene. Onde nel propoſto eſempio ſi vede, che la ſomma delle lire propoſte inſieme fanno lire 2079. ſold. 2. den. 6. Quanto poi alla prova da farſi per vedere ſe l' operazione ſia ben fatta, lo dimoſtrerò nell' operazione del Sottrarre.

DEL SOTTRARRE.

LA Sottrazione [terzo atto dell' Aritmetica pratica] non è altro, che ſaper trovare la differenza fra due propoſti numeri; cioè, ſapere quanto il maggior numero ecceda, o ſuperi il minore. E per ciò fare, ſempre ſi colloca nella prima fila il numero maggiore. Queſto ſolo ſi deve avvertire nelli Sottrarri di qualità differenti, che non potendo ſottrarre, o cavare (per eſempio) un numero maggiore dal minore ne' Denari, ſi piglia impreſtito un Soldo dalla fila de' Soldi ſuperiori, e convertito in Denari, s' uniſcono con gli altri Denari ſuperiori, e poi ſi fa la ſottrazione; e quel Soldo levato alla fila ſuperiore ſi aggiugne alla fila de' Soldi inferiori, e poi ſi fa la ſottrazione de' Soldi, come ſe dalla fila ſuperiore non ſi foſſe levato quel Soldo. Queſt' ordine ſi tiene nel ſottrarre qualſivoglia coſa, che ſempre ſi converte in una unità precedente nella natura di quelle, che attualmente ſi fa la eſtrazione. Sicchè la Lira ſi converte in Soldi, il Soldo in Denari, il Peſo in Libra, la Libra in Oncie, la Pertica in Piedi, il Piede in Oncie, e così del reſto. La miglior prova del Sottrarre è queſta. Si ſommano, ovvero s'uniſcono inſieme il numero da eſſer ſottratto, ed il numero reſtato, e ſe ſarà fatta bene l'operazione, riuſcirà giuſtiſſimamente il numero, dal quale ſi fece la ſottrazione: come ſi vede in queſto eſempio.

Pietro deve avere da Giovanni	Lir. 548.	ſol. 10.	d. 2.
Numero da farſi la ſottrazione			
Giovanni n'ha dato a buon conto	Lir. 275.	ſol. 17.	d. 8.
Numero da ſottrarſi.			
Quanto reſta debitore Giovanni?			
Giovanni reſta debitore	Lir. 272.	ſol. 12.	d. 6.
Reſto			
Prova inſegnata.	Lir. 548.	ſol. 10.	d. 2.

Onde vedasi dalla sopra descritta operazione, che a provare il sottrarre si serve dell' operazione del sommare, e così a provare se una somma sia ben fatta, dopo l' aver fatto la prima somma si taglia fuori la prima fila superiore, e poi si sommano insieme le altre, e quelle due somme sottratte ne danno di differenza la fila superiore lasciata, come dall' esempio suddetto si comprende.

	Somma			
Lire	375.	10.	10.	
	78.	—	4.	
	8.	15.	11.	
	289.	17.	10.	
vera somma	752.	4.	11.	
si sottra	376.	14.	1.	
	375.	10.	10.	Torna.

DEL MOLTIPLICARE

LA quarta azione dell' Aritmetica pratica è chiamata Moltiplicare. Il che consiste in fare, che un numero proposto divenghi tante volte maggiore, quanti sono li numeri, per li quali si ha da moltiplicare. Il numero maggiore si mette sempre di sopra, ed il minore di sotto: perchè non saria bel sentire s'uno dicesse; Voglio moltiplicare tre per nove; ma si dice, nove per tre.

Quando occorre di moltiplicare qualsivoglia numero per un numero digito, articolo, o altro numero composto, che si sappi bene alla mente; si moltiplica tutto in una sol volta il numero moltiplicatore con ciascuna figura del numero da moltiplicarsi, e tal moltiplicare si chiama moltiplicare per discorso, o per colonna. Come si vede in questi due esempi.

470216	313
6	6
2821296	8
57140	616
12	3
685680	

Quanto poi al moltiplicare per Scacchiero, o Baricolo (modo usitatissimo, e comune) si fa col moltiplicar tutto il numero di sopra per ciascuna figura di sotto, avvertendo, nel collocare i prodotti a tirargli sempre un numero indietro per ciascuna fila, cominciando però sempre le moltiplicazioni dalla prima figura verso man dritta. Fatta la moltiplicazione, si sommano insieme tutti li Prodotti: e si fa la sua prova, come di sotto si dirà.

5780	*Numero da Moltiplicarsi.*
327	*Numero Multiplicante.*
40460	
11560	316
17340	216
1890060	*Prodotto.*

Ogni volta, che si voglia moltiplicar per dieci un numero di figure proposte, basta aggiugnervi un o. Se per cento, due oo. se per mille tre ooo. e sarà moltiplicato.

Parimente occorrendo, che tanto nel numero di sopra, quanto in quello di sotto vi fossero uno, ovvero più zeri unitamente a mano diritta, multiplicansi insieme le figu-

re

re ſignificative, e poi s' aggiungono al Prodotto tutti li zeri di ſopra, e di ſotto, come ſi vede in queſti eſempi, ne' quali baſta moltiplicare il 3. il 7. e l' 11. con le figure ſignificative di ſopra, e poi aggiugnervi li zeri.

	0		2		1
450	0 1 0	854	5 1 5	784	2 1 2
300		70		110	
1		1		1	
135000	3	17780	7	86240	2

La prova ſi fa così. Si levano tutti li 9. dal numero moltiplicato (cioè di ſopra) ed il ſopra più ſi colloca ſopra la Croce. Dipoi cavati li 9. dal numero, per il quale ſi moltiplica [cioè di ſotto] il reſiduo ſi pone ſotto la Croce. Terzo, ſi moltiplicano inſieme queſti nove ſopravanzati, e dal Prodotto cavatone li 9. il reſtante ſi mette a man ſiniſtra della Croce. Finalmente cavando tutti li 9. da tutta la ſomma del moltiplicare (che ſi chiama Prodotto) ſe l' operazione ſarà fatta bene, il ſopravanzo deve eſſere ſimile a quello, poſto a man manca della Croce: e ſe ſta bene, ſi mette a man diritta d' eſſa. Queſto ſia ricordo, che ogni volta, che il numero è manco di 9. quel numero medeſimo ſerve per collocarlo nella Croce, (però al ſuo luogo.)

Del Moltiplicare per ripiego.

NOn ſi deve partir in pratica dalli due predetti modi di moltiplicare: pure per curioſità ne toccherò di paſſaggio alcuni altri. Ripiego di un numero non è altro, che due numeri, i quali moltiplicati inſieme, facian il numero, del quale eſſi ſono ripiego. Per eſempio il 2. e il 4. ſono ripiego di 8. perchè due via 4. fanno 8. Di 12. è ripiego 2. 6. ed anche 3. 4. Di 24. ſono ripiego 2. e 12. 3. e 8. 4. e 6. Di 48. ſono ripiego 2. e 24. ovvero 3. e 16. o pure 4. e 12. ed anche 6. e 8. e così molti altri numeri poſſo-

poſſono avere più, o meno ripieghi. Altri numeri poi non hanno ripiego: come il 13. 17. 19. 23. 29. 31. e altri infiniti numeri. Adunque per ripiego ſi moltiplica così. Voglio moltiplicare 420. per 48. poſſo moltiplicare il 420. per 6. o per 8. prima: e quel che ne riſulta rimoltiplicarlo, o per 8. prima, e poi per 6. (Tanto riuſcirà per qualſivoglia ripiego del 48.) e di qualſivoglia numero. Per eſempio. Moltiplico il propoſto 420. per 8. e mi dà 3360. Moltiplico di nuovo queſto 3360. per 6. e mi dà 20160. E tanto daria il 420. moltiplicato per 48. in un ſol colpo.

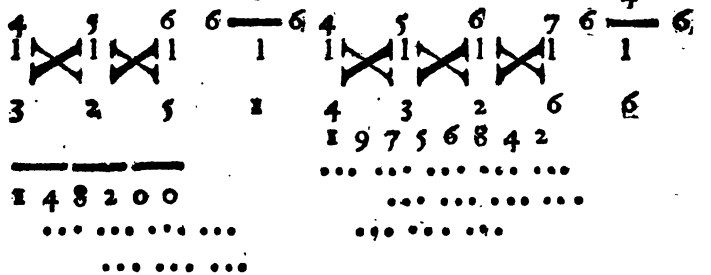
Del Moltiplicare per Croſetta.

QUeſto Moltiplicare per Croſetta è il più ingegnoſo, ma anco il più laborioſo modo, che ſia ſtato inventato: perchè il Prodotto di tal moltiplicare, ſi conclude con una ſola linea di figure, (a guiſa del moltiplicare per colonna) ma ci vuole gran memoria. Se le figure da moltiplicarſi ſono ſolamente due, cioè numero, e decine, l'operazione non è molto difficile; ma di tre, di quattro &c. è laborioſiſſima. Ora veniamo alle prove.

Prova 7 1 9
1 1 2

Abbiaſi da moltiplicare 52. per 46. con tre operazioni, o Prodotti s'avrà l'intento così. Primieramente ſi moltiplicano inſieme le due figure ſemplici 2. 6. il cui Prodotto è 12. Si colloca il 2. e ſi porta una decina. Per ſeconda operazione ſi moltiplicano in croce li numeri Digiti con le decine; li Prodotti de' quali ſaranno per un verſo 30. e per l'altro 8. che uniti inſieme faranno

no 38. e con la decina portano 39. Si colloca il 9. e si portano le 3. Centinaja. Ma Perchè non vi sono altre figure, per terza operazione si moltiplicano insieme le decine, ed al Prodotto 20. aggiugnendovi le 3. Centinaja portate, s' avranno poi 23. da collocarsi con gli altri due Prodotti. Sicchè a moltiplicare 52. per 46. ne vengono 2392.



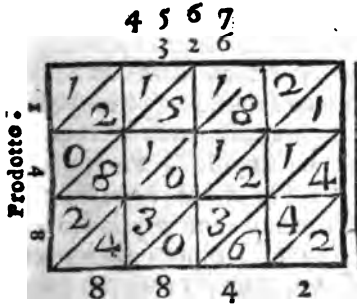
Se le figure saranno tre, l' operazione si fa con cinque Prodotti. Primo. Si moltiplicano insieme le unità, o numeri semplici. Secondo. Si multiplicano in croce le unità con le decine, come s' è fatto nell' esempio precedente. Terzo. Si moltiplicano in croce le unità con le Centinaja, che per un verso daranno 20. e per l' altro 18. li Prodotti uniti insieme: ed alla somma aggiugnendovi il Prodotto delle decine insieme (cioè 10.) ed il 4. portato, in tutto s' avrà 52. Si colloca il 2. e si porta il 5. (Adesso le unità sono fuori.) Per quarta operazione, si moltiplicano in croce le decine, con le centinaja, che per un verso fanno 15. e per l' altro 8. quali Prodotti uniti insieme, e alla somma aggiugnendovi li 5. portati, s' avrà in tutto 28. si colloca l' 8. e si porta il 2. Finalmente moltiplicando insieme le centenaja, e al Prodotto aggiuntovi il 2. portato, s' avrà 14. ed è finita

l' ope-

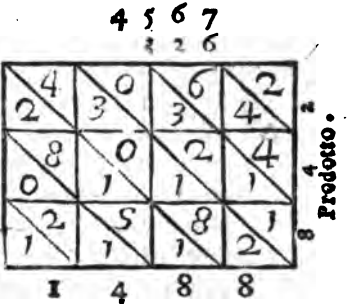
l' operazione. Sicchè a moltiplicare 456. per 325. il Prodotto è 148200. Già ho detto, che l' operazione ha dello ſcabroſo; ma non biſogna perderſi d' animo. Per ajuto della memoria ho fatto quei punti ſotto le figure del Prodotto di mano, in mano che ſi opera: e ſignificano le decine, che ſi portano.

Del Moltiplicare per Quadrilatero:

IL Moltiplicare per Quadrilatero è aſſai bello, perchè non s' hanno da portar decine, ma per ciaſcun quadretto ſi colloca ciaſcun Prodotto. Fatta la moltiplicazione, ſi ſommano diametralmente intorno al Quadrilatero, che tanti campi deve avere, quanti ſono li numeri da moltiplicarſi. Due eſempj io pongo, uno contrario all' altro.



Prodotto.



Prodottto.

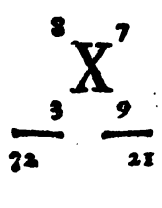
Prova.

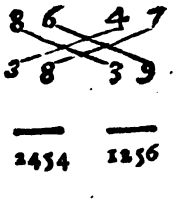
2 1 8
4 1 8

863247
386139

Prima operazione. 21 *Seconda operazione.*
72
1256
2454
063242
081827
09162407
48060918
1824120421
643603036
2448180211263

333333333333





Queſto modo di moltiplicare in forma di Piramide ſi vede nel fine di certi libretti d' Abaco ſenza amaeſtramento. Io ho trovato un modo faciliſſimo, ed è queſto. Si moltiplicano in croce le figure angolari. Per prima operazione ſe ne piglia una per angolo. Per ſeconda operazione ſe ne pigliono due per angolo; poi ſe ne pigliano 3. poi 4. poi 5. Ultimamente ſi moltiplicano tutte le figure inſieme; come ſtanno, cioè numero con numero, decine, con decine &c. Ogni Prodotto ſi mette giù intero, nè ſi porta via coſa alcuna; e ogni volta, che il Prodotto ſia d' una ſol figura, ſe gl' aggiugne di dietro uno; acciò ogni Prodotto caſchi a ſuo luogo. Finalmente biſogna avvertire di non incavalcare, o intenſcare le linee nel moltiplicare le figure in croce. ma tutte ſiano paralelle. Per maggior intelligenza ho poſto in diſegno le due prime operazioni, acciò facciano lume al reſto.

Del Moltiplicare alla Fiorentina, detto all' indietro.

QUesto moltiplicare è tutto contrario al Baricocolo, perchè si comincia a moltiplicare dalle figure di maggiore rappresentazione, e si ritira da man manca verso man dritta di fila, in fila, come si vede in questo esempio:

4567	*Prova.*
4326	4 1 6
18268	6 1 6
13701	
9134	
27402	
19756842	

Del Moltiplicare spezzato.

QUesto Moltiplicare si fa così: Proposti due numeri si divide un di loro in più parti, e poi ciascuna parte si moltiplica con l' intero: il che fatto, si somma ogni cosa insieme; ovvero si dividono tutti e due li numeri, e poi ciascuna parte d' uno si moltiplicano per tutti gli altri, e poi si somma. Per esempio. Volendo moltiplicare 67. per 26. divido 26. in 3. 4. 5. 6. 8. e poi opero così

Moltiplicante —— 26

3 via 67 fa 201
4 via 67 fa 268
5 via 67 fa 335
6 via 67 fa 402
8 via 67 fa 536

Prodotto 1742

4 1 5
8 1 5

da un 67
solo si cava
il 9.

6 1 0
3 1 0

Altro esempio

Divido 15. *in* 4. 5. 6.
E 12. *in* 2. 4. 6.

8. 16. 24.
10. 20. 30.
12. 24. 36.

30. 60. 90.

Quali tre numeri unitì insieme fanno 180.

DEL

DEL PARTIRE.

LA quinta azione dell' Aritmetica pratica si chiama Partire, che consiste in saper dividere ogni qualità, o quantita di numeri in due, ovvero in più parti eguali. Il che si fa in quattro modi; il primo de' quali si chiama partire per Colonna, o di Testa: E questo è quando il Partitore è d' una, o di due figure, che si possiedono bene, perchè con una sola fila di numeri si fa l' operazione. Se il partitore non capisce nella prima, o nelle due prime figure, se ne pigliano due, o tre, ed il sopravanzo s' unisce alla figura seguente con titolo d' articolo, cioè di 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. ovvero d'altro numero composto, secondo la qualità dell'avanzo, come si vede in questi esempii.

Partitore 7 | 146317

Quoziente 661615

Prova 46317

5 7 1 3 / 1 1 3

Partitore 12 | 1756408

Quoziente 630340 12

Prova 756408

0 3 1 3 / 7 1 3

La prova del partire è il moltiplicare, perchè moltiplicando il Quoziente per il Partitore col aggiugnere al primo numero l'avanzo, (come dagli esempj sopra descritti si vede) e operato come nel moltiplicare, ne torna il numero proposto.

Del Partire a Danda.

IL partire a Danda porta un poco più d' operazione del passato. Proposto adunque un numero da partirsi, come saria 756408, in 212. parti, si mette da canto il partitore 212, e dall' altro il numero da partirsi 756408, e poi

e poi ſi vede quante volte il 212. entra nel 756. e queſto vi entra 3. volte il qual ſegnato ſotto il 6. ſi moltiplica con il partitore, dicendo 2. via 3. fa 6. e queſto ſi nota ſotto il 6. e uno via 3. fa 3 e queſto ſi ſegna ſotto il 5. e 2. via 3. fa 6. e queſto ſi nota ſotto il 7. e poi ſi ſottra, e ne viene un avanzo di 120. appreſſo il quale ſi vede quante volte vi entra il 212. e queſto vi entra 5. volte, quale notaſi a canto il 3. [come ſi vede nell' operazione, e poi operaſi come ſopra. E ſe i numeri da partirſi foſſero molti, ſempre s' opera così. Onde a dividere 756408. in 212. parti, ne viene di Quociente 3567. 204 313

La prova ſi fa nell' iſteſſo modo del partire di ſopra inſegnato.

Operazione.

212) 756408 (3567

756
636
1204
1060
:1440
1272
:1688
1484
Avanzo. 04

5 1 3
6) 3 1 3

Prova.

3567
212
204
7134
3567
7134
756408

In qualſivoglia partire vi ſono alcuni avviſi molto importanti. Il primo è, che il Quociente non può eſſer

mai più, che 9. e sebbene in riguardo alle prime figure, paresse, che il Divisore potesse entrarvi più, ad ogni modo in riguardo all' altre figure non c' entreria.

Secondo. Il numero, che ne risulta dalla moltiplicazione del Quociente col Divisore, non dee mai esser maggiore del numero, dal quale si cavò detto Quociente: e se fosse, in tal caso bisogneria calare il Quociente.

Terzo. Fatta la sottrazione, il numero che resta, non dee mai superare, nè uguagliare il Devisore, e se ciò fosse bisogneria alterare il Quociente.

Quarto. Ogni volta, che s' abbia da partire per 10. qualsivoglia numero, basta tagliare la prima figura a man dritta, e sarà partito. Se per 100. se ne tagliano due. Se per 1000. tre &c.

Quinto. Anzi, ogni volta, che nel Partitore vi sia uno, o più zeri uniti verso man dritta, si tagliano altrettante figure del numero, dividendo pur a man dritta, ed il resto si parte per le figure significative d' esso Partitore, e se avanza qualche cosa, s' unisce per modo di numerare alle figure, che si tagliorno. Per esempio. Se fosse avanzato 4. e le figure tagliate fossero 50. si faria 450.

Finita l' operazione si mette il Divisore sotto il residuo, che restò nel dividere, che nell' esempio precedente sono avanzati 204. si sariano notati così. $\frac{204}{312}$

Questi vogliono dire, che di 212. parti di un tutto se ne deve avere 204.

Del Partire per Battello, o per Galera.

IL Partire per Battello, o per Galera è praticato da alcuni: ma in fatti è laborioso, e facile da errare: poichè si fa a mente tutte le operazioni, che si fanno nella

Dan-

Danda; e se nasce errore non si può conoscere, se non si torna a fare nuova operazione; Onde perchè l'operazione riesce più brieve, si chiama propriamente Danda alla curta. Supposto, che s' abbia da partire 32320. per 40. Si mette il partitore a canto il 32320. come vedesi nel seguente esempio

40 | 32320
1 | 808
320

4 | 1
0) 7 | 1

Il 40. nel 32. non vi può entrare per essere più il Divisore, che non è il 32. da partirsi. Si dice adunque così 40. in 323. si trova, che vi entra 8. volte, il qual si nota sotto il tre, e con la mente si moltiplica l' 8. con il 40. e quel che viene si sottra dal 323. dove resta 3. da colocarsi sotto il 323. al quale si segna a fianco il 2. e fa 32. e si vede, che il 40. non vi può entrare si segna un zero nel Quociente, e notasi l' altra figura, che è un zero, a canto il 32. e fa 320. nel quale vi entra il 40. otto volte. Si fa la moltiplicazione con la mente, e perchè fa 320. non occorre sottrazione; sicchè a partire 32320. in 40. parti il Quociente sarà 808. si conosce che questo modo è tutto simile al passato, senonchè in questo l' operazione riesce più brieve, perchè la sottrazione, che si fa con numeri, in questo si fa con la mente, e altro, che la pratica renderà sempre più capace l' Operante.

Del Partire per Ripiego.

QUanto al Partire per Ripiego si deve osservare, che non tutti li numeri hanno ripiego, (come si disse del moltiplicare pur per ripiego) supposto adunque di voler partire, per esempio 5867. per 48. si può partire prima per 8. e ne verrà 73. ed avanza 3. Di poi si parte

questo 753. Per 6. e ne verrà 122. e avanza 1. Ovvero si potria partire prima per il 6. e poi per l' 8. Questo solo bisogna osservare, che l' avanzo del primo partire sono numeri semplici, ma l' avanzo del secondo partire, contiene per ciascuna unità il primo Divisore. Sicchè nel caso proposto quell' 1. avanzato figura 8. a quali agiunti li 3. primi, fanno 11. sicchè il 48. nel 5867. v' entra 122. volte, ed avanza undici quarantoto esimi. Se fossero undici quarantoto esimi sariano un quarto: ma poco vi manca.

La prova di qualsivoglia partire si fa così. Si cavano li 9. dal Partitore, e poi dal Quociente, e quello che sopravvanza il primo si mette sopra la Croce, e l' altro sotto di essa: poi si moltiplicano insieme questi due avanzi; al qual moltiplicato s' aggiunge il numero restato nella divisione; dalla qual somma cavatone li 9. il resto si colloca a man manca della Croce. Ultimamente si cavano li 9. del numero partito, e se l' operazione sarà fatta bene, resterà un numero simile a quello nella sinistra della Croce.

Come si converta una quantità in altra quantità di specie diverse.

CAPITOLO III.

NOn ostante, che nella Prefazione al Lettore, mi sia dichiarato di non voler' insegnare li primi principii di questa scienza, nondimeno prima di passar avanti ho per bene d' insegnar in questo luogo il modo di convertire una quantità in altra quantità di specie diversa da quella. Ma per meglio intenderlo, bisogna prima aver cognizione delle quantità, o termini più principali, che comunemente s' usano nel negoziare fra' Mercanti,

canti, quali sono questi, cioè, Scudi, Lire, Soldi, e Denari. Peso, Libra, ed Oncie, Brazzo, ed Oncie &c. e molti altri.

Lo Scudo è una quantità, che significa prezzo, e si divide in 4. Lire. La Lira si divide in 20. Bolognini, (chiamati per l' ordinario Soldi) il Soldo si divide in 12. Denari. Il Denaro poi non ha altra divisione, che la propria frazione, di che non se ne tien conto alcuno. Il Peso è una quantità, che significa mercanzia, e si divide in 25. Libre. La Libra si divide in 12. Oncie. L'Oncia poi non ha altra divisione, che la propria frazione, di che non se ne tien conto alcuno nelle mercanzie grosse; ma nelle cose preziose, e di gran valuta l' Oncia si divide in 24. Scrupoli. Uno Scrupolo si divide in 24. Grani, e ciascun Grano pesa quanto pesa un grano di Frumento.

Il Brazzo è una quantità lineale, diviso in 12. Oncie. E' ben vero, che innumerabili sono li vocaboli, e le misure, che s' usano nel trafficare, secondo la diversità delle materie, di che si negozia, e secondo la varietà de' costumi de' Paesi dove si contratta. Ma questo poco importa il saperlo, per quello, che quì pretendo insegnare.

Volendo adunque convertire qualsivoglia quantità maggiore in altra specie di quantità minore, per Regola universale basta a moltiplicare quella tale quantità maggiore per le parti, in che è divisa. Per esempio. Volendo convertire gli Scudi in Lire, basta moltiplicarli per 4. perchè il Prodotto saranno Lire. Per convertire le Lire in Soldi, si moltiplicano per 20. Per convertire li Soldi in Denari, si moltiplicano per 12. &c.

Volendo poi convertire una quantità minore, in altra quantità maggiore, s'opera tutto il contrario, cioè si parte la quantità minore per le parti in che la quantità maggiore è divisa. Per esempio. Volendo ridurre le Lire in

Scudi, ſi partono per 4. ed il Quociente ſaranno Scudi. Per ridur li Soldi in Lire, ſi partono per 20. Per ridur li Denari in Soldi ſi dividono per 12. Per ridur le Libre in Peſi ſi dividono per 25. ed il Quociente ſaranno Peſi, &c.

Chi voleſſe convertire li Scudi in Denari, ovvero li Peſi in Oncie, queſto ſi può fare in due modi. Il primo ſi fa convertendo gli Scudi in Lire, le Lire in Soldi, e li Soldi in Denari, li Peſi in Libre, e le Libre in Onzie. Il ſecondo modo ſi fa in un ſol colpo, moltiplicando gli Scudi per la quantità de' Denari, che contiene un ſolo Scudo. E li Peſi moltiplicandoli per la quantità dell' Onzie, che contiene un ſol peſo. E perciò biſogna ſapere, che le Lire 4. fanno uno Scudo. Soldi 80. fanno uno Scudo. Denari 690. fanno uno Scudo. Di più, Libre 25. fanno un Peſo. Onzie 300. fanno un Peſo &c. E queſto ſerva d'avviſo per ſaper convertire, e per traſmutare altre ſpezie di Monete, di Peſi, di Miſure &c. Ed acciò meglio s' arrivi ad intendere il tutto, quì pongo in figura un' eſempio.

Scudi	250	Lir.	1000	Soldi	20000
	4		20		12
Sono Lire	1000	Sono Sol.	20000	Sono Den.	240000

Scudi 250
De. 960

150
225

Sono Denari 240000

In queſto eſempio ſi vede chiaro, che per l' uno, e per l' al-

l'altro modo li Scudi 250. fanno Denari 240000. Per ridurli in Scudi, baſta partirli per 960. ovvero partirli prima per 12. ed il Quociente partirlo poi per 20. ed il ſecondo Quociente partirlo per 4. perchè il terzo Quociente ſarannno Scudi, come in figura ſi vede.

Denari 690	240000 / 1929	250 Scudi	Denari		240000
			12	S.	20000
			20	L.	10000
	4800		4		250 Sc.
	4800				
	 0				

Quando poi ſi tratta di Scudi di Paoli, queſto è il più facil modo di calcolare, e di conteggiare, che ſi poſſa deſiderare: perchè eſſendo diviſo lo Scudo in 10. Paoli, ed il Paolo in 10. Bajocchi, per convertire ogni gran quantità di Scudi in Paoli, baſta aggiungerli un zero a man dritta: e per convertirli in Bajocchi, ſe ne aggiungono due. Per contrario. Volendo ridurre in Scudi ogni quantità di Bajocchi, baſta a tagliare due figure a man dritta, perchè il reſto ſaranno Scudi. Ma ſe foſſero Paoli da ridurſi in Scudi, ſe ne taglia una ſola.

Paoli 2757 8 Bajochi 370 | 50

Diventano Scudi 275. Paoli 8. Diventano Scudi 370. Bajocchi 50. cioè da Paoli 10.

Per ridurre li Scudi 275. Paoli 8. tutti in Paoli, s'aggiunge l'8. al 275. e faranno 2758. Paoli. Per ridurre li Scudi 370. e Bajocchi 50. tutti in Bajochi, s'aggiugne 50. al 370. e faranno 37050. Bajocchi.

Un' altro Ammaeſtramento.

Avanti di dimoſtrare come ſi maneggiano i Rotti, voglio inſegnare il modo, che ſi tiene in moltiplicare

lire, ſoldi, e denari per lire, ſoldi, e denari. Pongaſi d'avere a moltiplicare lir. 4. ſol. 5. den. 6. per lir. 3. ſol. 10. den. 8.

L'operazione ſi vede quì a canto.

Diſpoſti li numeri come ſi vede, prima ſi moltiplicano li den. 8. per le lire 4. 5. 6. e quello, che producano ſi nota, e ſi parte per 12. dove ne riſultano Lire 2. ſol. 17. Poſcia ſi moltiplicano li ſol 10. per le lir. 4. 5. 6. e quello che producano ſi nota ſotto le lir. 2. 17. e ſommate inſieme fanno lir. 45. ſol. 12. che diviſe per 20. danno lir. 2. ſol. 5. den. 7. ed un quinto, e così moltiplicate medeſimamente le lir. 3. via le lire 4. ſol. 5. den. 6. producano lir. 12. ſol. 16. den. 6. che unite con le lir. 2. ſol. 5. den. 7. $\frac{1}{5}$ fanno lir. 15. ſol. 2. den. 1. $\frac{1}{5}$ e tanto producono le lir. 3. ſol. 10. den. 8. moltiplicate con lir. 4. ſol. 5. den. 6. E queſto è il modo più piano, e facile, che ſi poſſi adoperare. Mentre, ſi può operare diverſamente in caſi ſimili; come farò vedere lo ſteſſo nel Capitolo de' Rotti; Avvertendo, che ne' modi ſin' ora inſegnati per ſaper maneggiare i numeri dell' Algoriſmo ſi è adoperato numeri ſemplici; ma queſti ſervano ad ogni ſpecie di numeri di diverſe qualità, o ſiano di Libre Onzie, e Ferlini, o di Corbe, Quartiroli, o Quarticini, o di Brazza, o Peſo le operazioni, ſempre ſi adoprano così.

Lir.	4.	5.	6.	
Lir.	3.	10.	8.	
12 l	34.	4.	—	
	2.	17.		
	42.	15.		
20 l	45.	12.	—	
	2.	5.	7.	$\frac{1}{5}$
	12.	16.	6.	
Lire	15.	2.	1.	$\frac{1}{5}$

Di più avvertiſco, che a moltiplicare lire con lire ſi producono lire.

A mol-

A moltiplic. ſoldi con lire, ſi producono 20. eſimi di lira.

A moltiplicare ſoldi con ſoldi, ſi producano 400. eſimi di lira.

A moltiplicare denari con lire, ſi producono 240. eſimi di lira.

A moltiplicare denari con ſoldi, ſi producano 4800. eſimi di lira.

A moltiplicare denari con denari, ſi producano 57600. eſimi di lira.

Come ſi maneggino li Rotti per tutte le ſpecie dell' Algoriſmo.

CAPITOLO IV.

Del Numerare.

ROtto, non è altro, che una, o più parti dell' intero, ovvero del ſuo tutto: come la metà, un terzo, un quarto, un quinto, e così in infinito. Vero è, che nelle monete, ne' peſi, e nelle miſure, non ſi ſervono gli uomini di queſti nomi de' Rotti, ma dicono un Soldo, quattr' Oncie, Otto Denari, &c.

Qualſivoglia Rotto ſi deſcrive con due ordini di numeri, l' uno ſi chiama Numeratore, e queſto ſi colloca ſempre ſopra una virgoletta, e l' altro ſi chiama Denominatore, quale ſi mette ſempre ſotto la detta virgoletta, in queſta forma.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$

Un mezzo, un terzo, un quarto, un quinto, un ſeſto, un ſettimo,

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

un ottavo, un nono, un decimo, due terzi, tre quarti,

$\frac{5}{8}$ $\frac{11}{15}$ $\frac{10}{100}$

cinque ottavi, undici quindeciesimi, cinquanta centeſimi,

Li Denominatori de' Rotti da 10. in giù ſi pronunziano ſemplicemente ſecondo la loro natura; dicendo quarto, ottavo, nono &c. ma dal dieci in ſu s' aggiugne queſta parola

rola (esimi) ovvero (ecimi.) Per esempio cinque decimi, ovvero quindeci ventesimi, cioè delle 10. parti 5. e delle 20. quindici.

Può accadere, che alle volte vi siano Rotti de' Rotti? Per esempio $\frac{1}{3}$, un $\frac{1}{2}$. Il terzo si riferisce al suo tutto, ed il mezzo a relazione al $\frac{1}{3}$ come a dire, un terzo di Libra, e mezzo terzo.

Ogni Rotto, che ha l'unità solamente sopra la virgoletta, si chiama Rotto semplice. Quel Rotto è maggiore in quantità, che ha minore denominazione. Cosa certa è, che più è un terzo, che non è un quarto.

Quando non si sapesse discernere qual Rotto fosse maggiore, si moltiplicano insieme dette minuzie in croce, ponendo il Prodotto sopra il Numeratore di esse, e quella minuzia, che avrà più numero, sarà maggiore, come si vede in questi esempj, ne' quali appariscono maggiori li $\frac{6}{7}$ e li $\frac{12}{15}$.

40 42 45 60

$\frac{5}{7}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{12}{15}$

Tante parti constituiscono un tutto, ovvero un' intero quanto è il numero del suo Denominatore, come $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$ &c. fanno un' intero. Il che occorre sempre, che il Numeratore del Rotto sia eguale al Denominatore: dal che si cava, che quando il Numeratore fosse maggiore del Denominatore, sempre se ne può cavare uno, o più interi. Per esempio $\frac{15}{3}$ dariano 5. interi. Il che si fa partendo il Numeratore, per il Denominatore. Alle volte, e spesso occorre, che li Numeratori, e Denominatori de'Rotti sono di tali numeri, che difficilmente l' intelletto può capire, qual parte d' intero sia sano, e che quantità contenghino, come chi dicesse $\frac{16}{48}$ sedici quarant' otto esimi &c. In tal caso bisogna schifare,

re,

re, e ridurlo alla ſua minore denominazione, che nel propoſto Rotto ſaria $\frac{1}{3}$ perchè tre volte entra il 16. nel 48.

Del Schifare.

SChifare adunque non è altro, che ridurre il Rotto alla minor Denominazione, che ſia poſſibile, e che contenghi l' iſteſſo valore.

Ne' Rotti piccioli ſi può ſchifare a taſtone, ma ne' grandi nò. Se il Rotto è di numeri pari, ſi può ſchifar ſicuramente, o per numeri pari, o per diſpari; ma ſe uno, o tutti e due li numeri del Rotto ſono diſpari, non ſi può ſchifare ſe non per numeri diſpari; come $\frac{14}{35}$, che ſi ſchifa per il 7. che due volte nel 14. e 5. nel 35. ſi conoſce entrare.

Quando poi li numeri del Rotto ſono grandi, ſi ſchifa in queſta maniera. Si parte il Denominatore per il Numeratore: del Quociente non ſe ne fa conto alcuno, ma il reſiduo ſerve per partire il Numeratore, e così vicendevolmente ſi fanno ſervizio l' uno l' altro, finchè un di loro arrivi ad una diviſione, che laſci l' unità, ovvero non vi reſti coſa alcuna. Se vi reſta l' unità, tal numero, o Rotto non ſi può ſchifare in conto alcuno, ma per neceſſità biſogna laſciarlo con la medeſima denominazione de' numeri, che ſi trova avere, come $\frac{9}{25}$ e $\frac{37}{76}$ con altri infiniti, che da Matematici ſono chiamati numeri primi fra di loro, perchè non ſi trova numero alcuno, che comunemente partiſchi il Numeratore, ed il Denominatore. Quando poi non reſta numero alcuno, tal Rotto ſi può ſchifare; e quel Partitore, che uguaglia la diviſione ſarà il comune, e maſſimo Schifatore del Rotto, per il quale ſi parte prima il Numeratore, il Quociente del quale ſi mette ſopra la virgoletta, dipoi ſi parte il Denominatore, ed il Quo-

ciente

ciente si mette sotto la detta virgoletta. Servi d' esempio questo Rotto $\frac{418}{627}$. Prima si parte il Denominatore 627. per il Numeratore 418. ed avanza 209. Per questo 209. si parte il Numeratore 418. nè avanza cosa alcuna. Adunque 209. è il comun Divisore del Rotto, il quale entra due volte nel Numeratore, e tre nel Denominatore. Sicchè questo Rotto $\frac{418}{627}$ sarà $\frac{2}{3}$ d' un tutto, sia di che specie si voglia.

Ogni volta, che si vorrà convertire un Numero intero in Rotti, basta moltiplicarlo per il Denominatore del Rotto, in che si vuole convertirlo; e per contrario volendo ridurre li Rotti in Numero intero, basta partire il Numeratore per il suo Denominatore.

Dell' Accattare.

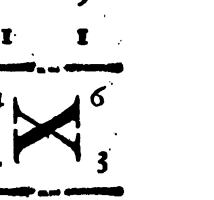
ACcattare, non è altro, che un' atto, ovvero un modo di saper trovare un numero semplice, quale abbia le parti di più Denominatori de' Rotti. Per esempio d' $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{6}$ e d' un $\frac{1}{10}$ Per trovare tal Numero, basta moltiplicar fra di loro li Denominatori. Sicchè nel caso nostro moltiplicando 4. con 6. fa 24. e questo 24. moltiplicato per 10. ne produce 240. Adunque 240. è il Numero cercato, e che senza spezzare l' unità ha tutte le qualità de' proposti rotti. Se il 240. si parte per 4. ne viene 60. se per 6. ne viene 40. e se per 10. ne viene 24. che sono un quarto, un sesto, e la decima parte di 240.

Secondo modo dell' Accattare.

MA perchè in molte operazioni riesce più di proposito il trovare il minimo numero, che abbia le pretese parti, voglio, che qui troviamo il minimo numero, ch' abbia le parti d' $\frac{1}{2}$ d' $\frac{1}{5}$ e d' $\frac{1}{10}$. Il qual modo è questo. Primieramente si trova il massimo Schisatore, che possi partire li Denominatori de' due primi Rotti, che nel caso nostro è il 2. Dividendo adunque 4. e

6. per 2.

6. per 2. ne verrà 2. e 3. l' operazione ſtarà come quì ſi vede in figura. Dopo queſto ſi moltiplicano in croce il 2. col Denominatore 6. ovvero il 3. col Denominatore 4. e per l' uno, e per l' altro verſo ne verrà 12. Deveſi ſimilmente trovare il maſſimo Schifatore di queſto 12. e del 10. (Denominatore del terzo Rotto) qual Schifatore è pur 2. Dividendo per 2. il 12. ed il 10. e facendo la moltiplicazione in croce (come ſopra) l' operazione ſtarà, come ſi vede in figura; e s' avrà 60.



Adunque 60. è il cercato numero, ed il minimo, che ſia diviſibile per 4. per 6. e per 10. ſenza rompere l' unità. Per $\frac{1}{4}$ s' avrà 15. Per $\frac{1}{6}$ s' avra 10. per $\frac{1}{10}$ s' avra 6. Quando non ſi trova numero, che parti li Denominatori, ſi moltiplicano inſieme, e poi ſi proſeguiſce avanti.

Relazione de' Rotti ſotto un medeſimo Denominatore.

QUando biſognaſſe ridurre due, o più Rotti di diverſe denominazioni ſotto una medeſima denominazione, ſi fa così. Si moltiplicano inſieme vicendevolmente in croce il Numeratore d' un Rotto, col Denominatore dell' altro, e li Prodotti poſti ſopra la virgoletta, ſaranno li Numeratori. Di poi moltiplicando inſieme li Denominatori de' due propoſti Rotti, il Prodotto ſarà Denominatore dell'uno, e dell' altro Numeratore, trovato con la moltiplicazione, fatta in Croce, come nell' eſempio ſi vede.

L' iſteſſa operazione ſi può avere per la Regola precedente, detta Accattare. Ma, quando li Rotti di diverſe Denominazioni foſſer più di due, difficilmente ſi

potria-

potriano ridurre ad un sol Denominatore, senza quest' atto dell' Accattare. Servino d' esempio questi Rotti $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$ per prima Regola dell' accattare, si trova un numero ch' abbia le parti di terzo, di quarto, di sesto, e di duodecimo: così: moltiplicasi il primo Denominatore col secondo, ed il Prodotto per il terzo, e questo secondo Prodotto moltiplicasi per quarto il Denominatore, ed in tutto ne verrà 864. e questo sarà Denominatore di tutti li proposti Rotti, divisibile per 3. 4. 6. e 12. senza rompere l' unità.

Per aver poi il Numeratore di ciascun Rotto, basta pigliare di questo 864. le dovute parti. Per il primo Rotto ne piglio $\frac{2}{3}$ per il secondo ne piglio $\frac{3}{4}$ per il terzo ne piglio $\frac{1}{6}$ e per il quarto ne piglio $\frac{5}{12}$ e staranno così, $\frac{576}{864}$ $\frac{648}{864}$ $\frac{144}{864}$ $\frac{360}{864}$.

Il modo di pigliare dette parti è una Regola dignissima, e da conservarsi bene nella memoria, perchè serve in mille occasioni, per sapere, che parte d' un tutto contenghi qualsivoglia gran Rotto. Il modo è questo. Basta moltiplicare l' 864. per il Numeratore, ed il Prodotto partirlo per il Denominatore, perchè il Quociente sarà il cercato numero. Sicchè tanto è dire, dammi $\frac{2}{3}$ di 864. quanto è moltiplicare $\frac{2}{3}$ con 864. Quando sarai arrivato al moltiplicar de' Rotti, l' intenderai meglio.

Per maggiore intelligenza dò questo esempio. Nel fine di certa mia operazione, mi trovo aver questo Rotto di Scudo $\frac{750}{1200}$ cioè delle 1200. parti d' uno Scudo, ne pretendo 750. Quivi alcuni fariano confusi, poichè lo Scudo convertito in Denari non passa 960. Denari: ma nel nostro supposto il Scudo resta diviso in 1200. parti. Ora, secondo l' insegnata Regola, moltiplicando li 960. Denari, per il 750 [Numeratore del Rotto]

ne

ne viene di Prodotto 720000. qual diviſo per 1200. [Denominatore di eſſo] di Quociente s' avranno 600. Denari. Sicchè il Rotto di Scudo $\frac{750}{1200}$ contiene 600. Denari, cioè Lir. 2. 10. 0. E queſto ſervi d' avviſo in ogni materia. Baſta a convertire un tutto nelle ſue minime parti, come uno Scudo in Denari. Un Peſo in Once &c. e poi operare come ſopra.

Ma chi voleſſe operare per il ſecondo modo dell'Accattare, il minimo numero, c' abbia le parti de' propoſti Rotti, faria 12. e ſerviria per comune Denominatore di ciaſcun Rotto. Pigliandone poi le dovute parti, come poco fa ho inſegnato, s' avranno $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{5}{12}$. Ma quì biſogna avvertire, che non avendo li due primi Denominatori altro numero, che comunemente li pari, eccetto l' unità, baſta a moltiplicarli inſieme, e faranno 12. Dopo queſto, ſi trova il maſſimo Schifatore del 12. e del terzo Denominatore, che ſarà 6. e poi s' opera nel reſtante come ſopra.

Quando poi s' aveſſero da ridur minuzie di minuzie, cioè Rotto di Rotto ad una Denominazione del ſuo intero, ovvero ad una ſemplice minuzia (che è tutto uno) baſta a moltiplicare fra di loro li Numeratori, e fra di loro li Denominatori. Per eſempio. Queſto Rotto di Rotto, cioè $\frac{3}{7}$ di $\frac{4}{7}$ ſi ridurria a queſta ſemplice minuzia $\frac{12}{17}$. Di modo che 3. quinte parti di quattro ſettime parti d' un tutto contengono $\frac{12}{17}$ del medeſimo intero, o tutto. E ſe nel propoſto eſempio ſi parlaſſe d' uno Scudo, li $\frac{12}{17}$ fariano Soldi 2. Denari 3. $\frac{3}{7}$.

Del Sommare de' Rotti.

QUanto al Sommare de' Rotti, non v' è altro da notare, ſe non che biſogna prima ridurli tutti ſotto una medeſima denominazione, come di ſopra ho inſegnato;

segnato; o moltiplicandoli in Croce, se sono solamente due, o sono più di due: ma più di proposito sarà quella di trovare il minimo numero, ch' abbia le parti de' proposti Rotti: poichè questa Regola riduce ciascun Rotto alla sua minima denominazione. Il che fatto, basta a sommare insieme tutti li Numeratori, e partir poi la somma per un solo Denominatore (per esser tutti li Denominatori eguali) perchè il Quociente sarà il numero de' sani, ovvero interi, contenuti ne' proposti Rotti: quali sani s' aggiungono agli altri sani, se ve ne sono. Per esempio. Chi volesse sommare questi quattro Rotti $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$ già sappiamo, che avendoli ridotti alla loro minima denominazione, e sotto l' istesso Denominat. abbiamo $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{2}{12}$ e $\frac{5}{12}$. Ora io dico, che si sommi li Numeratori, ed avremo $\frac{24}{12}$ che sono precisamente due interi. Se fosse avanzato qualche cosa, l' avanzato si metteria sopra, ed il comun Denominatore sotto la lineetta, o virgola. Questo sommare de' Rotti non è punto differente dal sommare li Soldi, e Denari. Attento alla prova. Certa cosa è, che un Soldo è $\frac{1}{20}$ di Lira, e un Denaro è $\frac{1}{12}$ di Soldo: perchè tanto vale 12. Denari, quanto vale un Soldo: e tanto val 20. Soldi, quanto vale una Lira, perchè un tutto di Lira si divide in 20. Soldi, e un tutto di Soldo, si divide in 12. Denari. Sicchè il Denominatore della Lira fatta in Soldi è 20. ed il Denominatore del Soldo fatto in Denari è 12. Li Numeratori poi di ciascheduno di questi Denominatori, sono li Denari stessi, o Soldi medesimi. Per esempio 4. Soldi sono $\frac{4}{20}$ di Lira, e 4. Denari sono $\frac{4}{12}$ di Soldo, ma perchè tutti li Soldi, e tutti li Denari sono d' una medesima Denominazione, secondo la loro spezie, di quì è, che noi sommiamo semplicemente li Denari, e li Soldi, e dividiamo la somma

per

per 12. o per 20. e li Quocienti li teniam per interi: ma in fatti si sommano come Numeratori. Adunque ridotta qualsivoglia quantità di Rotti ad una medesima denominazione, per sommarli, basta unire li numeri, e partire per il comune Denominatore.

E per maggiore intelligenza proporrò un' esempio, con l' operazione diversa in margine. Trovasi qual somma d' interi facciano questi Rotti di lira $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{1}{4}$.

Operazione.

$\frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$

35
24
59 X $\frac{8}{9}$
40
320
531
851 X $\frac{1}{4}$
360
360
3404
1440 [3764
2 12 3
884
20
17680
400
12
4800
48|0
48 (144|0
$\frac{1}{3}$

Operazione.

360

$\frac{3}{5}$	72	216
$\frac{7}{8}$	45	315
$\frac{8}{9}$	40	320
$\frac{1}{4}$	90	90

72
5
360 (941
2 12 3
221
20
4420
100
12
120|0
12|0
12 [36|0
$\frac{1}{3}$

Operazione.

	20	12
3/7	12	
7/8	17	6
8/9	17	9 5/9
1/2	5	
	2.	12. 3. 1/9

Onde si vede, che queste minuzie fanno lire 2. sol. 12. den. 3. 1/9 e siano li Rotti da sommarsi di varia specie, sempre si opera così.

Del Sottrarre de' Rotti.

IL Sottrarre de' Rotti non è parimente differente in conto alcuno dal Sottrarre de' numeri sani, ovvero interi. Basta ridurli ad una medesima denominazione; e poi sottrarre l' uno dall' altro, cioè, un Numeratore dall' altro Numeratore. Ma quando il Rotto di sotto fosse maggiore del Rotto di sopra, in tal caso al Rotto di sopra s' impresta un tutto fatto in minuzie, secondo, che ricerca il Denominatore d' esso Rotto superiore, ovvero inferiore, perchè già sono ridotti a denominazione simile; siccome appunto non potendo cavare una quantità di Denari da un' altra quantità inferiore, a questa quantità inferiore siamo soliti d' impresargli un soldo, fatto in Denari, ed a' Soldi impresiamo una Lira, fatta in Soldi &c. Quì propongo un' esempio. A Sottrarre 25 5/16 Ridotti ad una medesima denominazione, questi 18 3/4 sono 29/116 e 27/116

Restano 6 e 29/116.

Perchè il Rotto di sotto contiene 27/116 e quello di sopra ne contiene solamente 29/116 però si deve impresiare a quel 20/116 l' unità convertita in 36. parti, per esser tale il comune Denominatore de' Rotti. Anzi per regola universale basta a sommare il Denominatore 36. col suo

ſuo Numeratore 20. ed avremmo poi $\frac{56}{18}$. Cavando $\frac{27}{18}$ da $\frac{56}{18}$, ne reſteranno $\frac{29}{18}$. Fatto queſto, ſi porta l' unità, qual s' aggiugne a 18. e poi al ſolito ſi dice 19. di 25. reſta 6 $\frac{29}{18}$

La prova del Sommare, e del Sottrarre de' Rotti ſi fa in tutto e per tutto, come ſi fa quella del Sommare, e Sottrarre de' ſani, non quella dal cavare tutti li 9. ma l' altra ivi inſegnata: cioè con l' atto contrario.

Del moltiplicare de Rotti.

PEr moltipliicare i Rotti, (quali ſi ſiano) non è neceſſario ridurli ad una medeſima Denominazione, ma ſi moltiplicano quali ſi trovano. E tutta la ſerie del moltiplicar Rotti conſiſte in ſaper moltiplicar Rotto con Rotto, e Rotto con ſano ſolo.

A moltiplicare Rotto con Rotto, baſta a moltiplicare li Numeratori inſieme, e li Denominatori inſieme, [ſe foſſero ben 50. Rotti] e li Prodotti metterli a ſuo luogo, ſotto, o ſopra la virgola.

A moltiplicare ſani ſoli con Rotto ſolo, ſi fa così. Si moltiplica il Numeratore del Rotto con li ſani, ed il Prodotto partendolo per il Denominatore, il Quociente ſarà la ricercata moltiplicazione. Alla pratica.

A moltiplicare $\frac{5}{7}$ con $\frac{4}{7}$ fa $\frac{20}{72}$. A moltiplicar $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$ con $\frac{2}{3}$ fa $\frac{12}{48}$ cioè $\frac{1}{4}$.

A moltiplicar 25. con $\frac{3}{4}$ fa 18 $\frac{3}{4}$ — A molliplicar 12. con $\frac{2}{3}$ fa 4 $\frac{4}{7}$ — A moltiplicar 50. con $\frac{4}{7}$ fa 28 $\frac{4}{7}$

Quando poi con li ſani foſſero Rotti da moltiplicarſi con Rotto ſolo, ovvero, quando s' aveſſero da moltiplicare ſani, e Rotti, con ſani, e Rotti, il più facil modo, che ſia, è convertire li ſani alla natura

del suo Rotto, e poi moltiplicarli insieme, come si fa a moltiplicare Rotto con Rotto. Alla pratica.

A moltiplicare $15\frac{2}{3}$

per $\frac{3}{5}$ ne viene $9\frac{6}{15}$.

Li sani fatti in terzi sono $\frac{47}{3}$ Moltiplicati con $\frac{3}{5}$ producono $\frac{141}{15}$ cioè, 9 interi, e $\frac{6}{15}$.

A moltiplicar $6\frac{1}{4}$

per $5\frac{2}{3}$ ne viene $32\frac{23}{36}$.

Li Sani fatti in Rotti, stanno così $\frac{25}{4}$ e $\frac{47}{3}$ Moltiplicati insieme producono $\frac{1175}{36}$ che fanno 32. interi, e $\frac{23}{36}$

Queste sorta di moltiplicare si potriano fare, lasciando ogni cosa nel suo essere, ed il tutto staria nel termine del moltiplicare Rotto con Rotto, e Rotto con sano: ma non è da praticarsi, perchè per ordinario ne vengono tre Rotti di varie spezie, che sono poi causa d' intrico nel sommarli.

A moltiplicare $15\frac{4}{5}$

con 11

$$\begin{array}{r} 165 \\ 8\frac{4}{5} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\ 1\ 44 \\ 8\frac{4}{5} \end{array}$$

fa $173\frac{4}{5}$

Ogni volta, che s' abbi da moltiplicar sani, e Rotti, con sani soli, si moltiplicano li sani insieme, e poi i Rotti con i sani contrarj, e li Prodotti s' uniscono insieme, come di sopra si vede. E tanto basti.

Del Partire de' Rotti.

SE li Rotti sono tutti d' una medesima denominazione, basta partire semplicemente il Numeratore del Rotto, che si vuol partire, per il Numeratore del Partitore, ed il Quociente sarà il numero cercato. E' però da notare, che nel partir de' Rotti, s' usa anco

par-

partire il numero minore per un numero maggiore; [cosa che pare impossibile, nè si può fare con numeri sani.] Eccone due esempj.

A partire per $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{6}$ ne viene 2. $\frac{5}{7}$. A partire per $\frac{8}{7}$ $\frac{5}{9}$ ne viene $\frac{7}{72}$.

Rotti di varie Denominazioni.

MA se li Rotti saranno di diverse Denominazioni, si moltiplicano in Croce per ridurli tutti sotto una medesima Denominazione, il che fatto, si portano li Numeratori, come sopra. Vero è, che non occorre notare il comune Denominatore, perchè non serve a cosa alcuna, ma basta notare solamente li Numeratori, come in questi esempj si vede.

A partire per $\frac{2}{7} \times \frac{3}{4}$ ne viene 1 $\frac{1}{8}$ A partire $\frac{2}{7} \times \frac{3}{8}$ ne viene 2 $\frac{1}{12}$

Numer. 8 | 9 Numer. 12 | 25

A partire per $\frac{8}{7} \times \frac{2}{7}$ ne viene $\frac{8}{9}$ A partire per $\frac{5}{6} \times \frac{2}{7}$ ne viene $\frac{10}{21}$

Numer. 9 | 8 Numer. 25 | 12

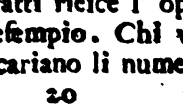
Quando poi occorresse partire Sani per Rotti, ovvero Sani, e Rotti, per Sani, e Rotti, in tal caso sempre si convertono li Sani nella natura del suo Rotto. Dipoi moltiplicandogli in croce, per averli tutti d' una medesima Denominazione, si partono come sopra; avvertendo però, che il Partitore si suol mettere a man sinistra, e a mano destra il numero, o Rotto, che si vuol partire, come con esempj si fa chiaro.

A partire per $\frac{2}{7}$ 8 cioè $\frac{28}{3}$ ne viene 12. Per $\frac{2}{7}$ 9. $\frac{8}{7}$ ne viene 14 $\frac{5}{7}$. Per 3 $\frac{1}{4}$ 18 $\frac{1}{3}$ ne viene 5 $\frac{9}{12}$ Per 6 $\frac{3}{7}$ ne viene $\frac{8}{18}$.

Quando nel partire, ovvero nel numero da partirsi, vi sono solamente Sani, e nell' altro Rotti soli, o Rotti, o Sani, si mette il numero intero, che non ha Rotto sopra la virgoletta, con l' unità sotto d' essa,

in forma di Rotto, e poi si fa la moltiplicazione in croce, per ridurli ad una medesima Denominazione, ma in fatti riesce l' operazione, come sopra.

Per esempio. Chi volesse partire per 6 $\frac{2}{7}$ questi 25. si collocariano li numeri così.



Ed operando, s' avrà di Quociente 3 $\frac{15}{20}$ cioè $\frac{3}{4}$.

Numeratori 20 75

Volendo operare per l' altro modo, si convertiriano li 25. interi in terzi, che saria 75. terzi, e poi si partiriano per 20. che il tutto riesce una cosa istessa.

Se si volessero applicare i sopraddetti, o altri partiti a cosa materiale, si potria dir così:

Se $\frac{2}{3}$ d' Oncia di Muschio costano Lir. 8. Quanto costerà l' Oncia?

Operando, come sopra, un' Oncia costeria Lir. 12.

Ovvero se $\frac{2}{7}$ d' un Brazzo di Veluto costano Lir. 9. $\frac{3}{4}$ quanto costerà il Brazzo?

Operando, come ho detto, costerà Lir. 14. $\frac{5}{7}$. E tanto basti per aprir l' intelletto; ma in fatti tale operazione non si scosta da' precetti della Regola Aurea.

La prova del Partire, e del Moltiplicare de' Rotti si fa con l' atto suo contrario; cioè, la prova del Moltiplicare si fa col Partire, e quella del Partire si fa col Moltiplicare.

Per esempio. A partire per $\frac{3}{4}$ questi $\frac{5}{7}$ di Quociente ne viene 2 $\frac{1}{3}$. Volendo provare, che stia così, basta a moltiplicare insieme il Quociente 2 $\frac{1}{3}$ col Partitore $\frac{3}{4}$ perchè, se l' operazione sarà fatta bene, ne verrà di Prodotto il numero partito, cioè $\frac{5}{7}$. E perchè a moltiplicare 2 $\frac{1}{3}$ con $\frac{3}{4}$ ne viene $\frac{10}{12}$ che schifati fanno $\frac{5}{7}$. (Numero partito)

Quan-

Quanto poi alla prova del Moltiplicare, si fa col Partire il Prodotto per l' uno de' due numeri moltiplicanti, [qual si vuole] perchè se l' operazione sarà fatta bene, nel Quociente s' avrà l' altro numero concorrente al Prodotto. Per esempio. A moltiplicare $\frac{3}{7}$ con 8. interi, ne vien il Prodotto $5\frac{5}{7}$. Per farne poi la prova, se si parte il Prodotto $5\frac{5}{7}$ per il numero moltiplicante $\frac{3}{7}$ nel Quociente s' avranno 8. interi, e se si parte per 8. di Quociente s' avranno $\frac{3}{7}$. Adunque il moltiplicare sta bene.

I Moltiplicare, ed il Partire de' Rotti si prova parimente per la Regola del 9. così: Se il Moltiplicare, o il Partire è solamente di Rotti, basta cavare la prova dal Numeratore, e dal Denominatore, e l'una, e l' altra metterla al suo luogo, sotto, o sopra la virgola. Ma se la prova sarà di Sani, e Rotti, prima si cava la prova del numero Sano, e dal Denominatore del Rotto, e queste due prove si moltiplicano insieme. Dipoi cavando la prova da questo moltiplicato, a questa tal prova s' aggiugne la prova del Numeratore del Rotto. Finalmente cavando la prova da questa somma, essa prova si mette sopra la virgoletta, e sotto di essa si mette la prova del Denominatore del Rotto. Ora veniamo alla pratica.

S' abbia da provare $78\ \frac{60}{724}$. La prova del numero intero è 6. e quella del Denominatore del Rotto 724. è 4. Moltiplicando 6. per 4. fanno 24. la prova del quale è pur 6. Questa prova aggiugnendola alla prova del Numeratore 60. la quale parimente è 6. fanno tra tutte e due 12. la cui prova è 3. da mettere sopra la virgoletta, e sotto di essa si colloca la prova del Denominatore del Rotto, la quale fu trovata esser 5. ficchè la prova di $78\ \frac{60}{724}$ sarà $\frac{3}{5}$.

Inteſo bene quanto di ſopra ho inſegnato, facilmente ſi prova il Moltiplicare, ed il Partire de' Rotti, procedendo con l' ordine di trovare il Moltiplicare, ed il Partire de' Sani, cioè: Prima, ſi cava la prova del numero, che ſi moltiplica. Secondo, dal numero per il quale ſi moltiplica. Terzo, ſi moltiplicano inſieme queſte due prove: dal quale moltiplicato cavandone la prova, ſi conſerva, perchè la prova del Prodotto deve eſſere ſimile alla prova di tal moltiplicato (come appunto ſi fa de' Sani.)

Alla pratica. A moltiplicar 11 $\frac{3}{4}$ per 3 e $\frac{2}{3}$ ne vengono di Prodotto 43 $\frac{1}{12}$. La prova di 11. è $\frac{3}{4}$ ſecondo la ſopraddetta regola è $\frac{2}{3}$. La prova di 3. e $\frac{2}{3}$ è $\frac{2}{3}$ che moltiplicati con i $\frac{2}{3}$ fanno $\frac{4}{12}$ la cui prova è $\frac{4}{12}$. La prova poi del Prodotto 43 è $\frac{1}{12}$ è pure ancor lei $4\frac{4}{12}$. Adunque la ragione ſta bene, perchè la prova di $\frac{4}{12}$ è ancor lei $\frac{4}{12}$.

Ma ſe la prova ſarà di Sani, e Rotti ſi converte il numero Sano nella natura del ſuo Rotto: al quale giunto l' iſteſſo Rotto, dalla ſomma ſi cava poi la prova, come s' è detto de' Rotti ſoli. Per eſempio. Abbiaſi da provare 16 $\frac{15}{33}$ operando come ſopra, s' avranno $\frac{567}{33}$. Cavando la prova dal Numeratore, e dal Denominatore ne vengono $\frac{7}{4}$ ſicchè la prova di 16 $\frac{15}{33}$ è $\frac{7}{4}$. Si può ancor cavar prima la prova da ciaſcheduno de' tre numeri, e poi operare, come ſopra. La prova del numero Sano è 7. la prova del numeratore è 6. e quella del Denominatore è 4. le quali prove ſtariano così, 7 $\frac{6}{4}$. Operando come ſopra avranno $\frac{42}{4}$ la cui prova, e pur $\frac{7}{4}$ come per l' altro modo, ma queſto ſecondo rieſce più comodo, e particolarmente quando il numero Sano, e Rotto foſſe d' aſſai figure.

Eſempio d' un Partire. A partire 18. e $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$ ne vie-

viene 5. e $\frac{9}{13}$ ſchiſati. La prova di 18. e pur $\frac{1}{2}$. La prova di 3. e $\frac{1}{4}$, e $\frac{4}{4}$ che moltiplicati col $\frac{1}{2}$ fa $\frac{4}{8}$ cioè $\frac{1}{2}$. La prova poi di 5. e $\frac{9}{18}$ e $\frac{2}{4}$ cioè $\frac{1}{2}$. Adunque ſta bene. Fa un'altra prova. Moltiplica in croce quel $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{4}$ che laſcieranno 44. La cui prova è uguale.

Altro eſempio d' un partire. A partire per 3 $\frac{1}{4}$ queſto 18 $\frac{1}{2}$ di Quoziente ne viene 5 $\frac{9}{13}$ [ſchiſati] La prova del diviſore 3 $\frac{1}{4}$ e $\frac{4}{4}$. La prova del Quociente è $\frac{2}{8}$ cioè $\frac{1}{2}$ le quali prove moltiplicate inſieme, producono $\frac{4}{8}$ la cui prova è $\frac{1}{2}$. E perchè la prova del numero partito 18 $\frac{1}{2}$ e pur lei ancora $\frac{1}{2}$ però ſta bene. Si fa un altra prova. Si moltiplica in croce li $\frac{4}{8}$ con $\frac{2}{4}$ e ne vengano $\frac{8}{16}$ e $\frac{8}{16}$ le cui prove ſono $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{2}$ che ſarà ſimile alla prova di ſopra.

Perchè cauſa il Moltiplicare de' Rotti cali nel Prodotto, ed il Partire creſca nel Quociente.

LA cauſa per la quale il Prodotto del Moltiplicare de' Rotti è ſempre manco di qualſivoglia moltiplicante (contro la natura del Moltiplicare) è queſta. Biſogna ſapere, che il Moltiplicare s' appartiene propriamente alla quantità diſcreta, come quella, che nel creſcere tende all' infinito; ſicchè duplicando, triplicando, quadruplicando &c. di neceſſità il Prodotto deve eſſere maggiore del Moltiplicante; e dell' iſteſſa ſpecie; ma perchè l' unità, e qualſivoglia Rotto [come parte di eſſa) cade ſotto la quantità continua, alla quale ſecondo Euclide in più luoghi non ſi conviene il nome di Moltiplicare, ma queſt' altro di menare, o pure [per eſempio] una linea in un' altra, di quì è, che non è meraviglia, ſe moltiplicando un Rotto, non creſce, ma cala, e ne viene un Prodotto di ſpecie diverſa. Per eſempio. Moltiplicando una linea longa $\frac{1}{2}$ di Piedi, con un' altra longa $\frac{1}{2}$ Piede, ne produrrà una ſuperficie ſolamente di

$\frac{1}{4}$ di

$\frac{1}{6}$ di Piede. Quanto più si sminuzza una cosa, ciascuna parte contiene sempre minor quantità di tal tutto, e se il moltiplicare de' Rotti è sminuzzar sempre più tal quantità, però non è maraviglia, se il Prodotto cala &c. Ma in pratica gli Arimetici non fanno differenza [quanto al nome] fra il moltiplicare de' Sani, ed il moltiplicare de' Rotti. Dalla quantità discreta alla continua.

Quanto poi al partire de' Rotti, si vede un' effetto contrario alla natura del partire, la qual vuole, che la parte sia minore del suo tutto; e pure nel partire de' Rotti si vede, che il Quociente è sempre maggiore del numero diviso; e la ragione è questa: perchè essendo il Rotto quantità continua, impropriamente si dice partire; ma propriamente se gli conviene questo vocabolo di misurare, ovvero numerare; e veramente disdice assai il dire partitemi $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{3}$ ma se si dirà quante volte $\frac{1}{3}$ misurerà, ovvero numeri, o entri in $\frac{1}{3}$ non disdice; ed in fatti si vede, che ragionevolmente il Quociente cresce, perchè siccome il moltiplicare de' Rotti è un sminuzzarli sempre più; per contrario il partirli è un radunarli insieme, ed un farli crescere in potenza in riguardo al suo tutto.

Di più aggiugnendo, oltre a quello, che finora ho detto, che il moltiplicare de' Rotti realmente cresce nel Prodotto, ed il Partire cala nel Quociente, con quella proporzione, ed ordine, che cresce, o cala il moltiplicare, ed il partire de' numeri Sani: non in moltitudine d' Unità, ma secondo la natura della quantità continua, cioè, cresce nella moltitudine delle sue parti. Per esempio a moltiplicare 3. con 4. produce 12. Sicchè quella quantità discreta, che contiene in sè 3. Unità, moltiplicata con l' altra quantità, che ne contiene 4. produce un' altra quantità maggiore di ciascu-

na

na di esso, che contiene 12. Unità. Ora siano divise due quantità continue, cioè due tutti, uno in tre parti eguali, e l' altro in quattro, dico, che moltiplicando $\frac{1}{3}$ d' uno, con $\frac{1}{4}$ dell' altro, produrrà $\frac{1}{12}$ cioè, darà nel prodotto un tutto diviso in 12. parti. Adunque il moltiplicar de' Rotti cresce secondo la sua natura a quel passo, che cresce il moltiplicar de' Sani. Mi direte. Dunque moltiplicando $\frac{1}{3}$ di Scudo con $\frac{1}{4}$ di Scudo produrrà $\frac{1}{12}$ di Scudo. Così è. Ma se mi direte $\frac{1}{3}$ di Scud. da lir. 5. contiene den. 400. un quarto 300. e $\frac{1}{12}$ solamente 100. come si può dire, che il Prodotto cresce? Rispondo, che siete uscito di strada: dal continuo, passate al discreto; poichè quei den. 400. quei 300. e quei 100. sono tanti tutti, ciascun di loro divisibili in infinito: però l' obbjezione non è buona; e sappiate, che mai verrà caso pratico di negozio d' avere a moltiplicare Rotto solamente, ma sempre le seguirà il partire, che risarcisse quanto pare, che si perda nel moltiplicare. Per esempio. $\frac{1}{4}$ di Scudo mi guadagna $\frac{1}{20}$ di Scudo, quanto mi guadagnerà $\frac{10}{12}$ di Scudo? Moltiplicando $\frac{1}{20}$ con $\frac{10}{1}$ ne viene solamente $\frac{1}{24}$ ma partendosi secondo la Regola $\frac{1}{24}$ per $\frac{1}{2}$ di Quociente ne viene $\frac{1}{6}$ di Scudo, cioè, den. 200. per il cercato guadagno degli $\frac{10}{12}$ di Scudo. Adesso mi contento, che ne facciate la prova in quantità discreta, come siegue: $\frac{1}{4}$ di Scudo contiene den. 300. Un Ventesimo den. 60. e $\frac{10}{12}$ den. 100. onde dite, se den. 300. ne guadagnano 60. quanti ne guadagneranno den. 1000. Operando, ne guadagneranno 200. che appunto costituiscono $\frac{2}{6}$ di Scudo. Se poi di caprizio si propone il solo moltiplicare denari Rotti, seriamente si può rispondere secondo la valuta, o natura del Prodotto. Questo fondamento è anco proporzionato, per difendere, che il partire de' Rotti calla nel Quoziente.

Bello

Belle annotazioni ſpettanti a' Rotti.

ACciò meglio ſi conoſca la natura, e la forza de' Rotti, ſi dee ſapere, che tanto è dire, dammi $\frac{2}{7}$ di 25. quanto è dire moltiplica per $\frac{2}{7}$ 25. Tanto appunto riesce a dire cavami, o trovami $\frac{3}{7}$ di $\frac{5}{7}$ quanto a moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{9}$. Certa coſa è, che a volere $\frac{2}{7}$ di 25. biſogna partire il 25. in tre parti eguali, che ſaria di 8 e $\frac{2}{7}$ e per $\frac{3}{4}$ ne verrà 16 e $\frac{2}{7}$. Ora ſacciaſi la moltiplicazione, come s' inſegnò, e ne verrà pure 16 e $\frac{2}{7}$. Parimente, ſecondo l' ordine del partire de' Rotti, $\frac{1}{4}$ di $\frac{5}{9}$ ſarà $\frac{5}{36}$ quali triplicando fanno in tutto $\frac{15}{108}$ che ſchiſati per 3. ſono $\frac{5}{12}$. Ora, facciaſi la moltiplicazione de' $\frac{3}{4}$ con con li $\frac{5}{9}$ e ne verrà appunto $\frac{15}{36}$, quali ſchiſati per 3. ne vengono pure $\frac{5}{12}$.

Ogni volta, che biſognaſſe ſapere, che parte, o parti d' un numero maggiore ſia un numero minore, biſogna ſempre partir il numero minore per il numero maggiore. Per eſempio. Voglio ſapere, che parte di 24. ſiano 16. Facciaſi la petizione, e ne riuſcirà $\frac{16}{24}$ quali ſchiſati per 8. fanno $\frac{2}{3}$. Parimente per ſapere, che parte di $\frac{8}{9}$ ſiano $\frac{3}{4}$ s' opera come ſopra, e ne viene $\frac{27}{32}$ e chi voleſſe ſapere che parte ſiano di 6. e $\frac{18}{24}$ ſi troverà, che ſono $\frac{6}{32}$ cioè $\frac{3}{16}$. E così con qualſivoglia altro propoſto numero. Li ſopraddetti due atti ſono contrarii l' uno all' altro, perchè l' uno ſi fa col moltiplicare, e l' altro ſi fa col partire; ſicchè la prova d' uno conſiſte nell' atto dell' altro. Per eſempio. Già diſſi, che li $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{9}$ erano $\frac{5}{12}$. Ora per farne la prova, vedaſi, che parte ſiano $\frac{5}{12}$ di $\frac{5}{9}$ ed in fatti riuſciranno $\frac{3}{4}$ Parimente s' è detto, che 16. ſono li $\frac{2}{3}$ di 24. Per farne la prova, trovaſi li $\frac{2}{3}$ di 24. e ne riſulta 16, e così con altri.

Del traslatare, ed infilzare de' Rotti.

TRasmutare, ovvero traslatare de' Rotti non è altro, che convertire un Rotto di strana Denominazione in un' altra spezie di Rotto più nota, e chiara, il che si può fare in due modi. Il primo si fa col moltiplicare il Numeratore del Rotto in che si vuole traslatare, col Denominatore del Rotto in che si vuole traslatare, perchè il Prodotto partito per il Denominatore del Rotto, che si trasmuta, lascierà nel Quociente il numero cercato. Per esempio. Volendo convertire $\frac{11}{13}$ in tanti quarti, si moltiplica il Numeratore 11. per 4. [Denominatore di $\frac{1}{4}$] ed il Prodotto 44. dividendolo per il Numeratore 13. di Quociente s' avrà 3 $\frac{5}{13}$ e sono quarti. Adunque $\frac{11}{13}$ riescono $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ d' un quarto. Il secondo modo si fa col Partire il Rotto, che si vuole trasmutare, per quello, in che si vuole traslatare, perchè il Quociente sarà il cercato numero. Il che facendo nel proposto caso, ne vengono pure $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$. L'operazione in sostanza è come la prima.

L' infilzare è un' atto totalmente contrario all' atto del trasmutare; e però la prova dell' uno si fa con l' atto dell' altro. Con l' infilzare si prova il traslatare, e col traslatare si prova l' Infilzare. Infilzare adunque non è altro, che unire insieme più Rotti d' un Rotto, ovvero più Rotti de' Rotti, o di ridurli tutti sotto un Rotto solo, che abbia relazione solamente a quel primo principal tutto. Il qual' atto si fa così. Nel traslatare dicessimo, che $\frac{11}{13}$ si mutavano in $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto. Dunque chi volesse infilzare questi due Rotti $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto, si moltiplica il Denominatore del primo Rotto a man dritta, cioè il 13. con il 3. (Numeratore del secondo Rotto) e fanno 39. al quale s' aggiugne il 5. [Numeratore del primo Rotto] che in tutto

fanno

fanno 44. il quale si mette sopra una virgoletta, e sotto di essa si mette la moltiplicazione de' suoi Denominatori 4. e 13. che fanno 52. Adunque infilzando $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di quarto, riescono $\frac{44}{52}$ quali schisati per 4. fanno appunto $\frac{11}{13}$ d' un intero, e non d' altra parte.

Se li Rotti fossero più di due (siano quanti si vogliano) si cominciano sempre ad infilzare a man dritta, ed infilzati li due primi Rotti, come sopra, il Prodotto di questi s' infilza col terzo Rotto, e parimente il Prodotto di questo s' infilza col quarto, e così successivamente. Due cose bisogna avvertire. La prima, che a mano manca nel primo luogo si mette il maggior Rotto di quantità intrinseca, cioè il Rotto dell' intero, e poi gli altri successivamente, secondo che uno nasce dall' altro. La seconda è, che sempre si comincia ad infilzare a man dritta, e per molti Rotti, che s' infilzano, non possono mai arrivare a fare un tutto, o intero; perchè il principio d' onde nascono tutti li Rotti è pure ancor lui Rotto. Per esempio, chi volesse infilzare $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{8}$. Infilzati i $\frac{2}{5}$ ed $\frac{1}{8}$ nel modo suddetto, fanno $\frac{17}{40}$. Infilzando poi questi $\frac{17}{40}$ con i $\frac{3}{4}$ fanno $\frac{137}{160}$. Finalmente infilzati questi $\frac{137}{160}$ con i $\frac{2}{7}$ Rotto maggiore, e primario, faranno in tutto $\frac{457}{480}$ d' un intero. Li mancano solamente $\frac{23}{480}$. I $\frac{3}{4}$ sono parte di $\frac{1}{7}$ solamente. I $\frac{2}{7}$ sono parte d' $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{8}$ è parte solamente di $\frac{1}{7}$ che perciò si chiamano Rotti di un Rotto.

Ma se il Rotto di Rotto si piglia in altro senso; cioè, che il Rotto seguente sia minuzia, e parte di tutto il Rotto precedente come se li $\frac{3}{4}$ fossero tre quarte parti di tutti li $\frac{3}{4}$ &c. l' innestamento, ovvero infilzamento si fa così.

Supponiamo gl' istessi Rotti, cioè 23. d' un intiero $\frac{2}{3}$ di due terzi, $\frac{3}{4}$ di tre quarti, ed $\frac{1}{5}$ di due quinti: Questi si

ſi ſi deſcrivono, come nell' altro modo, col Rotto primario a man manca così $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{8}$ ed a man manca ſi comincia l' infilzatura; [al contrario dell' altro modo, che comincia a man dritta.] Si moltiplica adunque il 2. (Numeratore del Rotto primario) col 4. Denominatore del Rotto ſeguente, [e fanno 8. al quale aggiugnendo 6.] (Prodotto de' due primi Numeratori 2. e 3.) fanno 14. Queſto 14. ſi moltiplica per 5. (Denominatore del terzo Rotto, e fanno 70. al quale aggiugnendo 12.) [Prodotto delli 3. Numeratori 2. 3. 2. fra di loro] fanno 82. Ultimamente moltiplicando queſto 82. per 8. (Denominatore dell' ultimo Rotto,) fanno 656. al quale aggiugnendovi 12. (Prodotto di tutti e quattro i Numeratori fra di loro) faranno 668. e queſto ſarà il Numeratore già infilzato. Per avere il ſuo Denominatore, baſta a moltiplicare fra di loro tutti li Denominatori de' propoſti Rotti, che nel caſo noſtro ſarà 480. Adunque i $\frac{2}{3}$ d' un tutto, i $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ i $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ ed $\frac{1}{8}$ di $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ formano queſto Rotto $\frac{668}{480}$ cioè un' intero: e $\frac{188}{480}$ cioè $\frac{47}{120}$.

Che queſto ſia così, facciamone la prova, riducendo ciaſcuna minuzia di minuzia a Rotto d' intero (come ho inſegnato di ſopra a car. 31.) L' $\frac{1}{5}$ di $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ diventano $\frac{12}{480}$ d' un intero, che ſchifati ſono $\frac{1}{40}$. I $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ diventano $\frac{12}{60}$ d' un' intero, che ſchifati ſono $\frac{1}{5}$ e li $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{5}$ diventano $\frac{6}{15}$ pur d' un intero, che ſchifati ſono $\frac{1}{2}$ e poi vi ſono li $\frac{2}{3}$ d' un' intero. Orà dico, che ſe ſi ſommeranno inſieme tutti queſti Rotti d' intero, cioè $\frac{1}{40}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ faranno 1. $\frac{47}{120}$.

Fra queſte due ſpezie d' infilzare v' e queſta particolarità da oſſervare, che nella prima ſpezie non biſogna mai ſchifare alcuna minuzia, nè ridurla a minima denominazione, fin che non ſia finito d' infilzare: ma in

queſta

questa seconda spezie si possono ridurre a minimi termini di tutte le minuzie, o parte di esse, senza pericolo di errore.

La prima spezie d' infilzare serve per dividere qualsivoglia numero intero, che sia accompagnato da qualche Rotto, per un' altro numero intero. Per esempio. Voglio partire 20 $\frac{1}{4}$ per 12. ma per dividerlo nel proposto modo, dividendo l' intero 20. per 12. ne viene di Quociente 1 $\frac{8}{12}$ e perchè, chi volesse partire $\frac{1}{4}$ per 12. ne vengono $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{12}$ ne segue, che infilzando li $\frac{8}{12}$ col Rotto proposto da partire con l' intero, cioè $\frac{1}{4}$ ne vengono $\frac{33}{48}$ cioè $\frac{11}{16}$, e così per questa Regola a partire 20 $\frac{1}{4}$ per 12. ne vengono di Quociente 1 $\frac{11}{16}$. Il che riesce anco per la Regola del partire. Si può ancora far così. Ponganſi gl' interi in forma di Rotto, col Partitore sotto, ed il numero da dividere sopra la virgola, e poi si faccia l' infilzamento di questa minuzia, con la minuzia da diversi. Ecco l' esempio.

Numero da partirsi	20	1
Numero partitore	12	4
		81
		48

Riescono $\frac{81}{48}$ cioè un intero, & $\frac{11}{16}$ come sopra.

8	457	
5	57	$\frac{1}{8}$
4	11	$\frac{2}{5}$
3	2	$\frac{3}{4}$
	0	$\frac{2}{3}$

S' Uno diceſſe: ho infilzato tanti terzi, tanti quarti, tanti quinti, e tanti ottavi, che dall'ultimo Rotto infilzato mi viene $\frac{457}{480}$. Ora s' addimanda, quanti terzi, quarti, quinti, e quanti ottavi furono infilzati?

Per ſaperlo ſi fa così. Prima ſi moltiplicano li Denominatori propoſti l' uno con l' altro, cioè 3. 4. 5. e 8. il che fatto, danno appunto 480. eguale al Denominatore di tutto l' aggregato propoſto $\frac{457}{480}$. Secondariamente ſi parte il Numeratore 457. per il Denominatore del primo Rotto infilzato, che fu 8. Il che fatto, ne viene 57. di Quociente, ed avvanza $\frac{1}{8}$. Queſto Quociente 57. ſi parte per il 5. [Denominatore delli quinti.] Il che fatto, s' avrà 11. di Quociente, ed avanzerà $\frac{2}{5}$. Dopo queſto ſi parte il paſſato Quociente 11. per 4. [Denominatore delli quarti] e ne verrà 2. di Quociente, ed avanzerà $\frac{3}{4}$. Finalmente partendo queſto Quociente 2. per 3. (Denominatore de' terzi) ne verrà 0. di Quociente, e reſtaranno pur $\frac{2}{3}$. Adunque li Rotti infilzati, che produſſero $\frac{457}{480}$ furono $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{8}$ come in fatti ſi vede nell' infilzatura de' medeſimi Rotti poſta di ſotto.

S' uno diceſſe: ho infilzato tanti mezzi, tanti terzi, tanti quinti, e tanti ottavi, che l' ultimo Prodotto m'ha dato $\frac{3}{4}$ quanti furono li mezzi, i terzi, i quinti, e gli ottavi infilzati?

Moltiplicando al ſolito i Denominatori 2. 3. 5. e 8. l' uno con l' altro fanno 240. e perchè queſto 240. non ſi confà col 4. del propoſto Prodotto, ne ſiegue, che il Prodotto ſarà ſtato ſchiſato, e cavatone li $\frac{3}{4}$. Per trovar il numero per il quale ha ſchiſato baſta a partire 240. per 4. e ne verrà 60. per il quale fu ſchiſato tutto il corpo dell' infilzatura. Moltiplicando adunque il 3. de' tre quarti per 60. fanno 180. e moltiplicando il

4. pure per 60. fanno 240. Ed io dico, che $\frac{180}{240}$ fu tutto l' aggregato dell' infilzatura. Fanne la prova col partire il 180. per tutti i Denominatori de' Rotti, e riusciranno $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{6}$.

Quando poi la somma del Denominatore de' Rotti moltiplicati, non incontra il Denominatore del proposto aggregato, è chiaro segno, o che non propone sinceramente l' infilzatura, o che ha fallato nell' infilzare.

S' addimanda; da che numero fu sottratto $\frac{1}{3}$ che ne restò $\frac{1}{4}$?

In questo, ed in altre simili domande, basta a sommare insieme il $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ il che fatto; danno $\frac{7}{12}$ Adunque da $\frac{7}{12}$ fu sottratto $\frac{1}{3}$ e restò $\frac{1}{4}$. Fanne la prova, col sottrarre $\frac{1}{3}$ da $\frac{7}{12}$ e vedrai, che in fatti ne resta $\frac{1}{4}$.

S' addimanda, che numero si può aggiugnere a 2 e $\frac{2}{3}$ che faccia 8 e $\frac{3}{4}$?

Questa proposta è tutta al contrario della passata, e però sì in questa, come in altre simili, basta a sottrarre 2 e $\frac{2}{3}$ da 8. e $\frac{3}{4}$ il che fatto, ne resta 6 e $\frac{1}{12}$ e questo è il numero, al quale aggiugnendo 2 e $\frac{2}{3}$ fanno appunto 8. e $\frac{3}{4}$. Se ne vuoi la prova, somma i 6. e $\frac{1}{12}$ con i 2. e $\frac{2}{3}$ e vedrai, che fanno 8 e $\frac{3}{4}$.

S' addimanda; qual è quel numero, che partito per 3 e $\frac{1}{2}$ me ne venga 5 e $\frac{2}{3}$?

Questa, e simili proposte si sciolgono col moltiplicare. Moltiplica li 3 e $\frac{1}{2}$ con i 5 e $\frac{2}{3}$ e ne verrà 9 e $\frac{5}{6}$ di Prodotto. E questo è il numero, che partito per 3 e $\frac{1}{2}$ ne viene 5 e $\frac{2}{3}$.

S' addimanda: con qual numero si moltiplicaranno 2 e $\frac{1}{3}$ che facciano 5 e $\frac{3}{7}$?

Questa, e simili richieste si risolvono col partire. Partiscansi i 5 e $\frac{3}{7}$ per 2. e $\frac{1}{3}$ e di Quociente ne verrà 2 $\frac{17}{35}$ e questo sarà il numero, che moltiplicato per $\frac{2}{3}$ faranno 5 e $\frac{3}{7}$.

Modo

Modo di ridurre varie ſpezie di monete, o peſi in parti del ſuo tutto.

S' Addimanda: che parte d' una Lira ſiano ſoldi 12. denari 7 $\frac{3}{4}$. Noi ſappiamo, che 20. ſoldi fanno una Lira. Adunque quei ſoldi 12. ſaranno $\frac{12}{20}$ d' una Lira. E perchè 12 Denari fanno un ſoldo, quei den. 7. ſaranno $\frac{7}{12}$ d' un ſoldo, e li tre quarti ſaranno $\frac{3}{4}$ d' un denaro, e ſtaranno in queſta forma $\frac{12}{20}$ $\frac{7}{12}$ e $\frac{3}{4}$. Queſta adunque, e ſimli propoſte ſi riſolvono per la Regola dell' Infilzare. Infilzati li $\frac{3}{4}$ con i $\frac{7}{12}$ fanno $\frac{31}{48}$ e queſti ſono minuzie d' un Soldo. Infilzando poi $\frac{31}{48}$ con i $\frac{12}{20}$ ſaranno $\frac{607}{960}$, e ſono parti d' una Lira, il qual numero non potendoſi ſchiſare, ſi laſcia così.

Addimando: Lir. 2. Soldi 16. Denari 5 $\frac{3}{8}$ che parte di uno Scudo ſono?

E perchè 4. Lire fanno uno Scudo, così s' ordina queſta propoſizione $\frac{2}{4}$ $\frac{16}{20}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{3}{8}$ e poi s' innalza al ſolito.

Addimando: Libre 20. oncie 10. e $\frac{6}{7}$ di Lino, che parte ſiano d' un Peſo?

Biſogna ſapere, che 25. Libre fanno un Peſo, e 12. Oncie una Libra. Il che ſaputo, s' ordina così il queſito $\frac{20}{25}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{6}{7}$ e poi s' infilza al ſolito. E così con queſto giudicio ſi riſolve qualſivoglia altro ſimile queſito. Queſto ſolo biſogna avvertire, che per Denominatore di qualſivoglia minuzia, ſi ſerve del tutto, o intero d' eſſe minuzie, come s' è fatto ne' ſoprappoſti queſiti, ne' quali per Denominatore de' Soldi s' è pigliata la Lira intera, per Denominatore de' Dennari s' è pigliato il Soldo intero, per le Libre di Lino ſi pigliò il Peſo, e per l' Oncie la Libra intera.

Finalmente, ſe foſſe dimandato, Denari 9. che parte ſono d' una Lira? In queſto, e ſimili queſiti, perchè li Denari non provengono immediatamente dalla Lira, ma da Soldi, biſogna prima vedere, che parte

d' un Soldo ſiano i 9. Denari; il che facendo ſi trova, che ſono $\frac{3}{4}$. Ora queſti $\frac{3}{4}$ ſi moltipticano per il tutto di che ſon parte; cioè con $\frac{1}{20}$ e il prodotto ſarà il numero cercato. Un ſoldo ſi dice un venteſimo. Moltiplica adunque $\frac{1}{20}$ con $\frac{3}{4}$ e ne verrà $\frac{3}{80}$ e tante parti appunto d' una Lira ſono li 9. Denari.

Chi voleſſe ſapere, che parte d' uno Scudo ſian quei 9. Denari, baſta moltiplicar quei $\frac{3}{80}$ per $\frac{1}{4}$. Dico per $\frac{1}{4}$ perchè dividendoſi lo Scudo in 4. Lire, il Denominatore d' eſſo Scudo diviſo è 4. Moltiplicando adunque $\frac{3}{80}$ per $\frac{1}{4}$ ne verrà $\frac{3}{320}$ ſicchè 9. Denari ſono $\frac{3}{320}$ d' uno Scudo. Fanne la prova così. Converti lo Scudo in Denari, che ſono 960. divideli per 9. e ne verranno Denari 106 $\frac{2}{3}$. Schiſa quel Rotto di Scudo $\frac{3}{320}$ e ne vengono Denari 106 $\frac{2}{3}$.

Non voglio mancare di tornare a proporre (come diſſi) come ſi faccia una moltiplicazione di Lire, Soldi, e Denari. Via Lire, Soldi, e Denari. Pongaſi d' avere a moltiplicare Lir. 7. Sol. 5. Den. 6. per Lir. 3. 10. 8. Si accomodano le quantità da moltiplicarſi inſieme in forma di Rotto, e ſtaranno così Lir. $\frac{7}{1}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{6}{12}$ e Lir. $\frac{3}{1}$ $\frac{10}{20}$ $\frac{8}{12}$. Di poi ciaſcuna quantità s' infilzi, e avrai per la prima $\frac{1026}{240}$ che riſultano denari; e per la ſeconda avrai $\frac{148}{240}$ che pur riſultano denari. Moltiplica inſieme queſti due Rotti, ſecondo la Regola a ſuo luogo inſegnata, e ne avrai Lir. 15. ſol. 2. den. 1. $\frac{1}{7}$. Anzi queſto modo s' incontra col primo, perchè con l' infilzare ſi converte il tutto in denari. E tanto baſti per concluſione di queſto Capitolo.

DELLA

CAPITOLO V.

QUesta regola del Tre è chiamata Regola delle Proporzioni, e per eccellenza Aurea, sì perchè non falla mai, sì anche perchè mirabilmente serve non solo a Matemateci nelle loro operazioni, ma facilita, e s' intromette ancor ne' negozj, e traffichi Mercatanteschi. Questa Regola consiste in questo, che dati, o proposti tre numeri, si trova il quarto numero proporzionato incognito, qual sempre riesce della natura del secondo, e quella proporzione, che si trova fra il primo, ed il secondo numero, o termine della proposizione, quella medesima avrà il terzo col quarto. Nè altro ci vuole, per aver l' intento, che moltiplicare il secondo col terzo termine; e il Prodotto partirlo per il primo; perchè il Quociente sarà la quarta cosa, o numero cercato, e della natura (come ho detto) del secondo.

Per non errare, bisogna sapere, che il primo numero deve essere della spezie, e di simili parti del terzo, ed il secondo, (finita l' operazione) sarà della spezie, e di simil parte col quarto, che si cerca. Laonde bisogna avvertir bene la proposizione, e se non fosse ordinata di proposito, ordinarla bene, e porla in forma.

Ma per maggior chiarezza bisogna esser' avvertito, che in qualsivoglia quesito sempre si fa un supposto, ed una dimanda. Il supposto occupa sempre i due primi termini d' ogni quesito, perchè sono compagni, e la domanda è sempre sola, e discompagnata, qual si mette nel terzo luogo del quesito.

Di più si deve avvertire, che nel primo, e secondo luogo sempre si mettono le due cose compagne, an-

corchè nel proporre li queſiti con parole ſi pronunciaſſe prima la domanda, che il ſuppoſto. Dove poi ſia fondata queſta Regola d' Oro, s' avrà nel trattato delle Proporzioni. E per eſſere queſta Regola tanto neceſſaria, e utile, porrò alcuni Queſiti per ammaeſtramento.

Queſito Primo.

Con 12. Soldi ſi comprano 3. Libre di Carne; con 100. Soldi quante Libre ſe ne compreranno?

Queſto queſito è ben ordinato. Moltiplicanſi li 100. Soldi con le 3. Lib. di carne, e il Prodotto dividaſi per 12. Soldi, ed il Quociente ſarà il quarto numero cercato. Con 100. Soldi ſi comprariano 25. Libre di carne.

Sol.	100
Lib.	3
12 |	300
Lib.	25

Queſito Secondo.

Con 100. Soldi ſi comprano 25. Libre di carne, con un Scudo quante Libre ſe ne comprariano?

Queſto queſito non è bene ordinato, perchè il terzo numero non è di ſpezie, e di ſimil parte del primo, poichè il primo è di Soldi, ed il terzo è di Scudo. Convertiſi lo Scudo in 80. Soldi, e poi s' operi, come ſopra. Con un Scudo ſe ne comprariano 20. Libre.

Sol.	80
Lib.	25
Lib. 20 |	00

Queſito Terzo.

Un Moggio di Grano coſta Scudi 20. quanto coſteranno Moggia 256?

Ma perchè qualſivoglia numero partito per l' unità non ſi diminuiſce, però sì in queſto, come in qualſivoglia altro queſito, che abbia l' unità nel primo luogo, baſta a moltiplicare il ſecondo col terzo termine, perchè il Prodotto ſarà la quantità cercata, e la valuta del terzo termine.

Mog-

Moggia 256
Scudi 20

Le Moggia 256. costeriano Scudi 5120.

Quesito Quarto.

Se Moggia 256. di Formento costano Scudi 5120. un Moggio quanto vale?

Per prima operazione di questo quesito bisognava moltiplicare un Moggio con li 5120. Scudi; ma perchè l' unità non accresce il numero moltiplicato per essa, però sì in questa, come in qualsivoglia proposta, c' abbia l' unità del terzo luogo non occorre far moltiplicazione del secondo col terzo termine; ma basta partir il secondo per il primo numero. Il che facendo nel nostro caso, un Moggio di Formento costeria pur 20. Scudi.

Mog.	Scud.	Mog.
256	5120	1
	Scud. 20	
	....	

Quesito Quinto.

Con 50. Lire ho comprato 94. Brazza di tela. Quanto vale, o costa un Brazzo?

Metti le 94. Brazza nel primo luogo, e le 50. Lire nel secondo, dicendo. Se brazza 94. costano Lire 50. quanto valerà un Brazzo? Operando vedrai, che un Brazzo costa Soldi 10. Denari 7. e $\frac{31}{47}$ d' un Denaro. Vero è, che per esser maggiore il Partitore, che non è il numero da dividersi,

Br.		Br.
94	lir. 50	1
	20	
94 [	1000	
	Sol. 10. 7	
	60	
	12	
	720	
	62	
Schisa	2) 94	
	31	
	47	

bisogna converrire le 50. Lire in Soldi, moltiplicandole per 20. operando come si vede.

Quesito Sesto.

Quanto si cavaria d' Uova 2750. a ragione di Lir. 2. e Sol. 10. il Cento?

Si moltiplicano l' Uova 2750. per le Lir. 2. Sol. 10. che il prodotto è stato di 6875. ma perchè si devono partire per 100. tagliasi fuori due figure: quali due figure tagliate, e ridotte in soldi, si vede, che il suo importo è di Lire 68. Sol. 15. e tanto costariano l' Uova 2750.

Uova
2750
Lir. 2. 10
20 (27500
1375
5500
Lire 68|75
20
15|00

Questa sia Regola universale, che quando nel secondo termine del quesito vi sian diverse specie di prezzo, o di mercanzia, come di Lire, Soldi, e Denari; Ovvero di Braccia, d' Oncie &c. in tal caso sempre si converte ogni cosa nella quantità minore, cioè in Denari, in Oncie, &c. e poi si moltiplicano questi Denari, ovvero Oncie con la terza cosa, ed il Prodotto si parte per la prima. Fatta la divisione, se il Quociente sarà di Denari, per ridurlo in Lira si parte prima per 12. e poi per 20. Se sarà di Soldi si parte solamente per 20. &c.

Quesito Settimo.

Quanto spenderia uno in Brazza 12. di panno, e 6. Oncie, a ragione di Lire 645. e 15. per ogni 100. Brazza? Ordina così il quesito. Se Br. 100. Lir. 645. 15. che Braz. 12. 6?

Adesso

Br.	Lir.	Br.
100	645. 15	12. 6
20		20
2000		246

20 (3690

184. 10

3870

2580

1290

2000 (158854. 10

Lir. 79427. 5

81545

12

61540

Schisa 2)10010

27

50

Adesso bisogna sapere, che quando nel primo, ò nel terzo termine siano minuzie, all' ora si convertono tutti due i detti termini nella specie delle loro minuzie, e questo non per altro, se non acciocchè il primo, e terzo termine siano di specie, e di parti simili, come da principio s' è detto.

Sicchè nel proposto quesito si vede, che le Br. 12. onzie 6. di Panno costano lir. 79. sol. 8. den. 6. $\frac{27}{50}$ a ragguaglio delle Br. 100. che costarono lir. 645. 15.

REGOLA DEL TRE.
Con Rotti in qualsisia termine.

CAPITOLO VI.

SIn qui ho proposto quei quesiti, che possono servire d'esemplare; volendo operare alla semplice secondo il costume mercatantesco; parlando a Scudi, Lire, Soldi, e Denari, che sono certi tutti, ovvero interi, di diverse specie, (benchè abbino relazione l'uno all'altro.) Le Lire sono parti d'uno Scudo. Li Soldi sono parti d'una Lira. E li Denari sono parti d'un Soldo. Ma chi volesse operare più maestralmente per via di Rotto (il che riesce di manca fatica, e con meno figure si risolvono li quesiti,) quì insegno una Regola generale, e tanto facile, quanto desiderar si possa. Alcuni Srittori hanno voluto insegnar Regole particolari, quando fossero Rotti nel primo termine solamente. Quando ne fossero nel secondo, o nel terzo solamente. Quando ne fossero in due quali si siano &c. Le quali Regole sono tutte superflue, nè servono ad altro, che a confondere la mente de' principianti, e far loro andar via la voglia di studiare: poichè con la Regola, che quì s'insegna, si risolve ogni proposto quesito, che abbia Rotti in tutti, o in qualsivoglia termine della propositione. E poi chi ha imparato bene il moltiplicare, ed il partire de' Rotti, non ha bisogno d'altro ammaestramento; poichè l'operazione del secondo termine col terzo, si fa col moltiplicar de' Rotti; e l'operazione del primo termine, col Prodotto del secondo nel terzo, si fa col partire de' Rotti.

Questa è la Regola. Prima d'ogni altra cosa si riducono tutti gl'interi alla natura del suo Rotto, e se uno, o due termini della propositione, non avessero

Rot-

Rotto, quei ſani ſi mettono in forma di Rotto $\frac{1}{1}$, cioè li ſani ſopra la virgola con l' unità ſotto di eſſa.

Secondariamente. Per avere il generale Diviſore dell' operazione, ſi moltiplicano inſieme li Denominatori del ſecondo, e terzo termine, ed il Prodotto ſi moltiplica ſubito col Numeratore del primo termine, e così il Prodotto di queſta ſeconda moltiplicazione ſarà il ricercato general Diviſore.

Terzo. Per avere il numero univerſale da dividerſi, ſi fa così. Si moltiplicano inſieme i Numeratori del ſecondo, e terzo termine, ed il Prodotto ſi moltiplica ſubito col Denominatore del primo termine. Il che fatto, il Prodotto di queſta ſeconda moltiplicazione ſarà il ricercato numero, da dividerſi per il già ritrovato Diviſore. Fatta poi la diviſione, il Quociente di tal partizione, ſarà la concluſione del queſito; e della natura del ſecondo termine.

Biſogna avvertire, che il Prodotto del ſecondo nel terzo termine da dividerſi è ſempre della natura del ſecondo termine, che ſe non foſſe, nè anche tale ſaria il Quociente. Sicchè, ſe il ſecondo termine ſarà prezzo, prezzo ſarà parimemente il Prodotto, e ſe ſarà mercanzia, mercanzia parimente ſarà il Prodotto. Veramente non ſi può deſiderare d' avantaggio; ed in pratica non ſi deve partire da queſto modo d' operare. Ora veniamo all' uſo pratico.

Queſito Prime.

Brazza 5, e $\frac{2}{7}$ di Veluto coſtano Scudi 7. e $\frac{3}{4}$ quanto coſteranno Brazza 12. e $\frac{7}{9}$?

Br. 5 2/3 — Scudi 7 3/4 — Br. 12 7/8

17
8
136

105
309
4(927
231 3/4
2163
136 (2194 3
17. 2. 8. 8
82
4
331
59
20
1180
92
12
1104
16
8) 136
2
17

Questa prima operazione l' ho fatta con quella chiarezza, che si vede, acciò s' impari il modo d' operare. Onde disposto il quesito come si vede. Prima si debbono accompagnare il primo, ed ultimo termine ad una stessa denominazione, mentre nel primo termine vi si trovano terzi, e nell' ultimo ottavi, sicchè ridotto il primo termine [cioè le Br. 5. 2/3] in tanti terzi

sono

sono terzi 17. e questi ridotti in tanti ottavi sono 136. e questo sarà il Partitore. Poscia l' ultimo termine, che sono brazza 12. $\frac{7}{8}$ fatte in tanti ottavi sono 103. che moltiplicate per i terzi del primo termine fanno 309. (numero di simile qualità del primo termine) il qual 309. moltiplicato per il numeratore delli $\frac{3}{4}$ de' Scudi, e il prodotto diviso per il Denominatore nè dà 231 $\frac{3}{4}$ quali $\frac{3}{4}$ ridotti in tante lire, sono lire 3. [perchè quattro lire fanno uno Scudo] poscia moltiplico li Scudi 7. per il 309. e l' avvenimento unito con il 231. fanno 2394 e lire 3. le quali divise per il primo termine (cioè 136.) ne vengono Scudi 17. lir. 2. sol. 8. den. 8. $\frac{2}{17}$ e tanto costariano le Brazza 12. $\frac{7}{8}$ di Panno. Onde siano le dimande di qualsivoglia qualità, e di diverse specie di minuzie, sempre s' opera nell' istessa maniera; dove per maggior intelligenza propongo altri due quesiti simili.

Quesito Secondo.

Brazza 2. $\frac{1}{4}$ di Damasco costano lir. 9. $\frac{4}{5}$ che valeranno Brazza 8.

Br.	Lir.	Br.
2 $\frac{1}{4}$	9 $\frac{4}{5}$	8
9		32

5 [128

25 $\frac{5}{5}$) 20

288 5 | 60

9 (313. 12 12

lir. 34. 16 10 $\frac{2}{3}$

Le Brazza 8. costeriano lir. 34. 16. 10. $\frac{2}{3}$. Nel qual quesito non vi sono Rotti, se non nel primo, e secondo termine.

Quesito Terzo.

Quanto costeriano libre 75. di Cera bianca a Scudi 12. $\frac{4}{7}$ il cento.

Lib.	Scudi	Lib.
100	12 $\frac{4}{7}$	75
		4
	5	300
		60
		900
Scudi		9160
		14
		2140
		120
		8100

Questa propositione contiene Rotti solamente nel secondo termine. Onde le libre 75. di Cera costeriano Scudi 9. Lir. 2. Soldi 8. in punto. E tanto basti in questa materia della Regola del tre ordinaria.

QUESITI STRAORDINARJ.

CAPITOLO VII.

AVendo nel Capitolo precedente insegnato il modo di risolvere per la Regola Aurea li quesiti ordinarj, e piani, in questo Capitolo giudico bene il proporre alcuni altri Quesiti straordinarj quali sovente sogliono occorrere nel mercatantare; e sebbene si risolvono pur essi ancora per la Regola del Tre, nondimeno ricercano qualche discorso d' intelletto, per aggiustare la propositione in modo, che la regola v' abbia luogo, e si possa maneggiare. Alla pratica.

Quesito Primo.

Uno compra del Miele a ragione di Scudi 5. il Cento (cioè per 100. Libre) e lo rivende poi a ragione di Scudi 6. e $\frac{1}{2}$ pur il Cento. Addimando. Quanto guadagna questo tale per ogni 100. Scudi, che impiega in quēsta mercanzia?

Questo

Questo è chiaro, che per ogni 5. Scudi, che spende, ne guadagna uno, e $\frac{1}{4}$. Ordina dunque così la proposizione. Se Scudi 5. guadagnano Scudi 1. $\frac{1}{4}$ che guadagneranno Scudi 100? Operando secondo la Regola, vedrai, che guadagna Scudi 25.

Sottro
Scudi 6 $\frac{1}{4}$
Scudi 5
Scudi 1 $\frac{1}{4}$

Scudi	Scudi	Scudi
5	1 $\frac{1}{4}$	100
20	[500	

Scudi 25

Quesito Secondo.

Uno compra all' ingrosso un Sacco di Castagne, quali paga a ragione di Lire 15. il Cento, e pesa libre 674. Questo vendendole egli alla minuta 20. Quattrini, cioè Soldi 3. Denari 4. la Libra; addimando se guadagna, o perde, e quanto per Cento.

In questa, e simili proposte bisogna vedere quanto vende, o cavi d'un Centinajo, venduto alla minuta, così. Se Lib. 1. vale Sol. 3. Den. 4. che valeranno Lib. 100? Il che fatto, si vede chiaro, che vi guadagna Lir. 1. Soldi 13. Denari 4. per Cento. Per saper poi quanto guadagni in tutto il Sacco, si dice così. Le Libre 100. guadagnano Lir. 1. Soldi 13. Den. 4. che guadagneranno Lib. 674? Operando, in tutto il Sacco guadagna Lir. 11. Sol. 4. Den. 8. Ma se per nome di Cento s' intendesse, quanto guadagni per ogni cento Lire di prezzo, s' opereria, come nella passata proposizione, cioè. Se Lir. 15. impiegate in tante Castagne, guadagneranno Lir. 1. Sol. 13. Den. 4. che guadagneranno Lib. 100?

Lib.

Lib.	Sol.	Lib.
1	3. 4	100
	10	
1.	13. 4	
	10	
16.	13. 4	
15	- -	
1.	13. 4	

Lib.	
674	
lir. 1.	13. 4
	224. 8
	8982
30 (	8986. 8
	449. 6. 8
	674
lir.	1123. 6. 8
	20
	4[66
	12
	[8100

Quesito Terzo.

Un Droghiero compra una quantità d' Olio grande, e per ogni cento Scudi, che spende, ne vorria guadagnar 10. vendendo però detto Olio Soldi 6. la Libra. Questo Droghiero desidera sapere, quanto può pagare l' Olio il Cento; acciocchè vendendolo (come sopra) guadagni li pretesi 10. Scudi.

In questa, e simili ragioni bisogna sapere, che chi vuole guadagnare 10. per Cento, vuole di 100. far 110. ma fondato però sopra quel vender l' Olio un tanto determinato per Libra: Per prima operazione adunque bisogna far conto, quanto si cavi del Cento a ragione del prezzo tassato per Libra. E perchè vuol vender l' Olio Soldi 6. la Libra, chiara cosa è, che l'Olio gli verrà venduto Lir. 30. il Cento.

Fatto

Fatto questo, si dice così. Se 110. vengono da 100. Lir. 30. da quante verranno? Operando al solito, verranno da Lir 27. 5. 5. $\frac{5}{11}$. E questo è il prezo, che per Cento s' ha da comprar l' Olio. Adunque, se il Droghiero vuol vendere l' Olio Soldi 6. la Libra, e guadagnarvi 10. Scudi per cento Scudi, che spende, deve egli comprar l' Olio a ragione di Lir 27. Sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ il Cento: cioè per ogni quattro Pesi.

E che sia vero, facciasi la prova in questa maniera. Si sottrano le Lir. 27. Sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ dalle Lir. 30. e ne resteranno Lir. 2. Sol. 14. e Den. 6. e $\frac{6}{11}$ (che viene ad essere il guadagno, che per ogni 100. Libre d' Olio fa il Droghiero.) Fatto questo, si dice così. Se Lir. 27. Sol. 5. Den. 5. e $\frac{5}{11}$ spesi in tant' Olio, mi guadagnano Lir. 2. Sol. 14. Den. 6. e $\frac{6}{11}$ che mi guadagneranno Lir. 100. che sono li 100. Scudi? Opera al solito, e vedrai appunto, che per li 100. Scudi il Droghiero guadagna li pretesi 10. Scudi.

Lib. 100
Sol. 6
20 [600
Lir. 30.

110 100. 30
13001o

27. 5. 5. $\frac{5}{11}$

Lir. 30
27. 5. 5. $\frac{5}{11}$
2. 14. 6. $\frac{6}{11}$

Lir.
27. 5. 5. $\frac{5}{11}$
20
545
11
6545
11
72|000

Lir.
2. 14. 6. $\frac{6}{11}$
54
654
1000
172.0
Sc. 10

Lib.
100

Quesito Quarto.

Un Mercante compra delle Gallette, con intenzione di rivenderle poi a ragione di Scudi 24. il Cento, e di guadagnarvi 12. per Cento, di quanto spenderà in comprar Gallette? S' addimanda: quanto deve pagarle, per aver l' intento?...

Questa proposizione è dissimile dalla passata. Si dice adunque così. Se 112. tra guadagno, e capitale mi dà 100. di puro capitale, che mi darà Scud. 24. pur di guadagno, e capitale? Operando al solito, ne vengono Scudi 21. e $\frac{3}{7}$. Dunque se il Mercante vuol vender le Gallette 24. Scudi il 100. e guadagnarvi 12. per Cento, bisogna, che lui le compri per Scudi 21. e $\frac{3}{7}$ il Cento.

Quesito Quinto.

Io vendo l' Uva schiava Sol. 4. la Libra, e mi trovo guadagnarvi 5. per Cento. Addimando, quanto costa a me di prima compra?

Questa, e simili ragioni si fanno come le passate così. Se 105. mi dà 100. che mi daranno Soldi 4? Operando al solito, avrai Soldi 3. e $\frac{17}{21}$ che fatti in Denari fariano Denari 9. e $\frac{5}{7}$ di Denaro. Adunque ho comprato l' Uva schiava a ragione di Soldi 3. Den. 9. e $\frac{5}{7}$ la Libra.

Quesito Sesto.

Pietro vende una quantità di Cera a ragione di Scudi 8. il Cento, e facendone bene il conto, trova d' avervi perso 10. per 100. Ora s' addimanda quanto costasse a Pietro la Cera il 100.

Queste simili ragioni si fanno come le passate; non v' è altro da osservare, se non che bisogna scemare, o calare la perdita del capitale; siccome per contrario al capitale parimente s' aggiugne il guadagno preteso, o fatto a ragione di Cento, di Migliaro, o di Libra. Si dirà adunque così, Se 90. avanti la perdita erano 100. sicchè

erano

erano Scudi 8. Opera al ſolito, e vedrai riuſcirne Scudi 8. e $\frac{8}{9}$ e tanto appunto coſtò la Cera a Pietro il 100. Se ne vuoi la prova, dirai così. Se in Scudi 8 e $\frac{8}{9}$ perdo $\frac{8}{9}$ che perderò in 100. Scudi? Operando al ſolito, ſi trova perderſi appunto 10. per 100.

Sc.	Sc.	Sc.	Sc.	Sc.	Sc.
90	100	8	8 $\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$	100
					(800
10 (800		80		(10	
9 (80					
8 $\frac{8}{9}$					

Queſito Settimo.

Intendo, che mio Padre comprò una Poſſeſſione, nè ſo per quanto: trovo bensì, che avendola venduta Scu. 3000. vi perſe 16. per 100. deſiderarei ſapere quanto coſtaſſe a mio Padre la poſſeſſione.

Queſto queſito è come il paſſato. Levanſi Scudi 16. da Scudi 100. e ne reſteranno ſolamente 84. e poi dicaſi ſe 84. prima della perdita erano 100. quanti furono 3000? Operando per la Regola, ne vengono 3571. $\frac{3}{7}$. E per tanto appunto mio Padre comprò la Poſſeſſione.

Due coſe biſogna oſſervare in queſte ragioni. La prima è, che nel primo luogo ſi mette ſempre quella coſa, che contiene il capitale con la perdita, o guadagno; e nel ſecondo luogo ſi colloca il capitale puro, e così l' avvenimento ſarà della ſpezie, o natura, non della ſeconda coſa, (come doveria) ma ſarà ſimile alla terza coſa. L'altra oſſervazione è queſta, che la prima, e ſeconda coſa ſi notano ſenza alcun nome, perchè ſono generali, talmente che poſſono ſervire a qualſivoglia ſpezie di moneta, o di peſo, ſia a ragione di Libra, di Cento, o di Miglia-

ro, di Scudo, di Lire, di Soldi &c. perchè in tutte esso ritengono la dovuta proporzione.

Quesito Ottavo.

Se il Brazzo del Panno si vendesse mezzo Scudo meno del costo si avria di danno il 12. per cento. Dimando quanto costò di prima compra il suddetto Panno?

Nel presente bisogna investigare il costo così, dicendo: se 12. viene da 100. da che verrà mezzo Scudo? Perchè nel terzo numero vi è $\frac{1}{2}$ fa di mestieri ridurre il primo numeratore in mezzi, che farà mezzi 24. poscia moltiplicato $\frac{1}{2}$ col 100. farà pur cento, qual diviso per il 24. ne darà Scudi 4. $\frac{1}{6}$. Sicchè il brazzo del detto panno si avrà da vendere Scudi 4. $\frac{1}{6}$ con danno di 12. per cento; ma perchè nel detto quesito si ricerca quanto gli costò di prima compra; perciò aggiungo mezzo Scudo, alli Scudi 4. $\frac{1}{6}$ che faranno Scudi 4. $\frac{2}{3}$ e tanto costò di prima compra. Perciò, per provarlo, dispongo la Regola così dicendo: se Scudi 4. $\frac{1}{6}$ diventano Scudi 4. $\frac{2}{3}$ che diventerano Scudi 100. onde per esserne risultato 112. che viene ad essere il 12. per cento al modo pur di sopra, l'operazione sarà buona.

Scudi	Scudi	Scudi
12	100	0 $\frac{1}{2}$
24	1	1
	(100	

Scudi 4 $\frac{2}{6}$

Prova

Sommo

Scudi 4. 1. 6

6, 1. 1

Scudi 0. 1

Scudi 4. 2. 3. 3

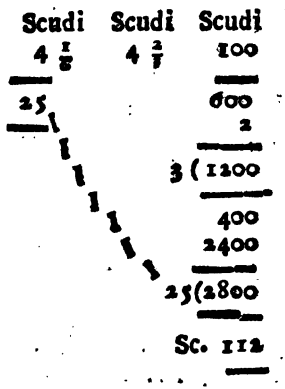
4

2) 6

2

3

Scudi



Queſito Nono.

Si comprò una Caſa per tanto, che ſe ella ſi affittaſſe per Lir. 494. 15. vi ſaria l'utile di Lir. 5. 15. per cento. Dimando quanto coſtaſſe detta Caſa?

Per ritrovare il Capitale, così ſi diſpone la regola, dicendo: ſe lir. 5. e 15. viene da 100. da che veranno lir. 494. 15. che operato ne riſulterà lir. 8604. 8/23 e tanto coſtò la detta Caſa. Per farne la prova ſi apprezzerà le 8604. 8/23 a lir. 5. 15. il cento. Operato ne torna le lir. 494. 15. Sicchè la ſuddetta operazione ſarà ben fatta.

Lire	Lire	Lire
5. 15	100	494. 15
20		20
115		9895
		100
		(989500
		(lir. 8604
		695
		500
		40
		5)115
		8
		23

Prova

Lire 8604 8 Lir.
23) 5 15
46 ●
2 -

Lir. 5. 15

20 (129060

6453
43020

49473
lir. 2

lir. 494|75
1 20

15100

Quesito Decimo.

Si compra una Possessione per lir. 8740. Dimando quanto si dovrà affittare per aver l' utile di lire 5. 5. per cento.

Questo è conrrario al precedente, perchè in quello si ricerca il Capitale, e in questo si dimandano i fitti; perciò si dispone la regola così, dicendo: se lir. 100. danno di utile lir. 5.5. che daranno lir. 8740. e ne vengono lir 458. 17. sicchè si dovrà affittare la detta Possessione lir. 458. 17. La prova si sarà così, dicendo: se lir. 8740. rendano di fitto lir. 458 17. che renderà lir. 100. operato al solito, ne verrà lir. 5. 5. dunque la suddetta operazione sarà buona.

Lire	Lire	Lire
100	5. 5	8740
		fol. 5
	20	(43700
		2185
		43700
lire		458|85
		120
		17100

Lire	Prova Lire	Lire
8740	458. 17	100
174800	(917700	
	(lir. 5. 5	
	43700	
	20	
	874000	

Belliſſima oſservazione nella Regola del Tre.

NEl principio di queſto Capitolo, ho detto fra l' altre coſe, che la Regola del Tre deve aver queſta condizione, che la prima coſa ſia della ſpezie, e di ſimili parti della terza, e la ſeconda ſimilmente ſia dell' iſteſſa natura della quarta, che ſi ricerca; ma perchè ſono più i caſi occorrenti, che le leggi, o precetti; adeſſo io dico, che ogni volta, che la prima, e ſeconda coſa, o termine della Regola del Tre, ſaranno ſimili di nome, ed il terzo diſſimile, in tal caſo ſenza accordare la terza con la prima, (ed è contra) s' operi al ſolito, e l' avvenimento ſarà la coſa, che ſi ricerca, non ſimile al ſecondo termine della Regola, ma ſarà della natura del terzo termine. E per meglio eſſer inteſo, propongo due Queſiti.

Queſito Primo.

Uno comprò Soldi 18. di Canella per rivenderla, nel che vi guadagnò Soldi 2. Se il Mercante compraſſe 30. Scudi di Canella, quanto vi guadagneria?

Senza muover coſa alcuna, moltiplicando al ſolito il 30. per 2. farà 60. e partendo queſto 60. per il 18. ne verrà

di Quociente 5. $\frac{2}{3}$ che ſono pur Scudi, per eſſer Scudi il terzo termine della propoſizione. Con trenta Scudi adunque ſpeſi in Canella, guadagneria Scudi 3. Lir. 1 Sol. 6. Den. 8. a guadagneravi Soldi 2. per ogni Sol. 18. ſpeſi.

Queſito Secondo.

Se Lire 2. Sol. 7. Den. 9. ſpeſi in Ovadelle, per averne Seta, mi guadagnano Sol. 15. Che mi guadagneranno Paoli 90. ſpeſi pur in Ovadelle?

In queſto Queſito la prima, e ſeconda coſa non ſono totalmente ſimili, però per far che ſiano, ſi riducono le Lir. 2. Sold. 7. e Den. 9. tutti in Denari. Parimente in Denari ſi convertono li Sol. 15. della ſeconda coſa, e poi ſi opera, come quì di ſotto vedi notato. E tanto baſti.

Se Lir. 2. Sol. 7. Den. 9. guadagnano Sol. 15. che guadagneranno Paoli 90.

Lire	Sol.	Den.		Sol.	Paoli
2.	7.	9		15	90
20				12	
47				180	
12				90	
573			Diviſore 573	16200	
				28	
				4740	
				156	
			Schiſato 3	173	
				52	
				191	

Guadagneranno Paoli 28. e $\frac{156}{173}$ cioè $\frac{52}{191}$ di Paoli.

PROVA DELLA REGOLA DEL TRE.

CAPITOLO VIII.

IN varj modi ſi poſſono provare le ragioni fatte per la Regola del Tre. Alcuni, finita l'operazione, ſoglio-

no

no tornare indietro, moltiplicando per quello, che hanno partito, e partendo per quello, che hanno moltiplicato, aggiugnendo a proprj luoghi le minuzie, e residui. Il che fatto, se l' operazione sarà fatta bene, ne torneranno a puntino li termini della propositione.

Altri la roversciano, facendo prima cosa la terza, e facendo terza cosa la prima, per esempio: quanto costeriano 8. Brazza di tela, a ragione di Soldi 10. il Brazzo? Questa ragione và ordinata così.

Se un Brazzo vale Sol. 10. che valeranno Brazza 8? Il che fatto si vede, che le 8. Brazza di tela costano 80. Soldi. Volendone far la prova, si volta la ragione così. Se Brazza 8. costano Sol. 80. che valerà un Brazzo? Operando, ne tornano Sol. 10. Adunque la ragione è ben fatta, e se non tornasse, saria errata.

Altri usano quest' altro modo di provare le dette ragioni, ed è brevissimo. Moltiplicano il primo termine della propositione con il quarto, ed il secondo termine lo moltiplicano con il terzo, il che fatto se l' operazione sarà fatta bene, il Prodotto di queste due moltiplicazioni riuscirà simile uno all' altro, e se nò, è segno, che la ragione contiene errore. Facciamo la prova nel soprapposto esempio. Moltiplicando l' 1. della prima cosa, o termine con 80. della quarta, resta pure l' istesso 80. Moltiplicandosi poi li Soldi 10. della seconda cosa, o termine con le brazza 8. (terzo termine) ne risultano pure 80. adunque la ragione sta bene.

Finalmente si provano ancora queste ragioni per la regola del 7. ovvero del 9. (io però m' appiglio sempre a quella del 9.) la quale si fa così. Primo, si cavano li 9. della prima cosa, ed il residuo si colloca sopra la Croce. Dopo si cavano li 9. dalla quarta cosa, ed il residuo si mette sotto la Croce. Cavando poi li 9. dalla moltiplicazione

di

di queſti due reſidui, l'avanzo di queſti ſi mette a manc deſtra, ovvero a mano ſiniſtra della Croce. Fatto queſto, con l'iſteſſo ordine ſi cavano li 9. dalla ſeconda, e terza coſa, e ſe l'operazione ſarà fatta bene, il terzo avanzo dell'una, e l'altra operazione ſarà ſimile.

Facciamone prova nel propoſto eſempio. La prova del primo termine è 1. e quella del quarto è 8. La prova del prodotto di queſte due prove è pur 8. E perchè tale è anco la prova degli altri due termini, però ſta bene, come quì ſi vede in figura.

1 8 1 2 10 8 1 8

Prima coſa 8. Quarta coſa. Seconda coſa. 8. Terza coſa.

Il paſſato eſempio è facile, per non eſſervi minuzie, o Rotti. Propongo per ciò queſt'altro eſempio con minuzie; e laſciando da parte li due primi modi inſegnati, lo praticaremo per gli altri due modi, aſſai più lodabili.

Se lib. 16. onc. 8. coſtano Lir. 2. Sol. 5. Den. 10. che valerà Lib. 1? Vale Sol. 2. Den. 9.

Lib.	Lir.	Lib.
16. 8.	2. 5. 10	1
12	20	
1100	45	11 Onzie.
Onzie.		
	2(550	
Soldi.	2175	
	12	
	9100	

Adunque ſtà bene per il primo modo accennato.

Volendolo provare per la Regola del 9. ſi riducono pure li termini della propoſizione alla natura infima delle loro

loro minuzie; e poi s' opera, come di sopra s' è insegnato. La propositione staria così.

Oncie 200. Denari 550. Oncie 12. Denari 33.

2 1

3 1 3 1

6 3

Prima, e quarta cosa. Seconda, e terza cosa.

Adunque sta bene anco per il secondo modo accennato, perchè il terzo Prodotto della seconda operazione è pur 3. simile al 3. della prima operazione. Quì giudico bene avvertire, che facendosi la prova per la Regola del 9. si possono cavar li 9. da qualsivoglia gran numero in due modi, o partendo detto numero per 9. e s' avanza qualche cosa, quell' avanzo sarà la prova. Ovvero sommando detto numero; e poi gittando tutti li 9. il resto sarà la prova, e se non resta cosa alcuna, la prova sarà 0. e quest' ultimo modo è il più facile, ed il più praticato; questo privilegio non ha la prova del 7. la quale si cava da numeri solamente per via di partire. Anzi voglio quì insegnare una bellissima regola per saper conoscer prestissimo la prova, cioè, che numero avanzi, dopo d' aver gittati tutti li 9. senza far conto, quante volte entri il 9. nel proposto numero. Per esempio, voglio cavar la prova del 9. da questo numero 754230. Operando per via di sommare, dico così 7. e 5. fa 12. e 4. fa 16. e 2. fa 18. e 3. fa 21, e 0. fa pur 21. Adunque 21. è la somma del proposto numero. Senza far il conto, quante volte entri il 9. in 21. e che numero avanzi per la prova, basta sommare insieme quel 21. e faranno 3. e pur 3. restariano a gittar via 2. volte il 9. da 21. Ma se la somma fosse di tal numero, che producesse un' altro numero, che superasse il 9. (se fosse per esempio 57.) quel 57. si torna a sommare, e fanno 12. che uniti insieme

sono

sono 3. Adunque 3. è la prova di 57. ovvero d' altro numero, che sommato producesse un 57.

Ma quando nelle ragioni da provarsi fossero Rotti, (il che accade quasi sempre) la prova si fa [come sopra] per la Regola del 9. ma è un poco più scabrosa: la qual difficoltà si leva con mettersi a memoria quello s' insegnò a questo effetto nella prova de' Rotti a carte 36. Tengasi anco a mente, che la prova d'uno Scudo, pigliato o per Lir. 4. o per Sol. 80. e 8. La prova d'una Lira è 2. e la prova d' un Soldo è 3. Per fuggir parole, veniamo alla pratica.

Una Libra d' Amandole costa Soldi 5. Den. 7. Quanto costeranno Lib. 16. Onz. 9? Costeranno Lir. 4. Sol. 13. Den. 6. $\frac{3}{11}$.

Per far la prova, si comincia sempre dalla quarta cosa (come più brigosa) e per convertire in Den. le Lir. 4. Sol. 13. Den. 6. se ne cava la prova, qual è Den. 6. Questa prova unita col suo Rotto, darà Den. 6. $\frac{3}{11}$ cavando poscia la prova da questo 6. e $\frac{3}{11}$ (come s' insegnò pure a carte 36.) ne riuscirà $\frac{3}{3}$ cioè un intero, e questa è la prova della quarta cosa, qual si conserva. Secondariamente si cava la prova dalla prima cosa, cioè da una Libra convertita in Oncie, per esservi Oncie nella terza cosa. La qual prova è 3. il qual 3. moltiplicato con $\frac{3}{3}$ ovvero con l' 1. intero, nè da parimente di prova 3. e tanto ne deve dare la moltiplicazione della prova della seconda, e terza cosa: del che facendone esperienza, la seconda cosa ne dà 4. di prova, e la terza ne dà 3. che moltiplicato col 4. ne produce 12. la cui prova è ancor lei 3. Adunque la ragione sta bene. Alle volte occorre, che la prova della prima, e quarta cosa non batte così bene con la prova della seconda, e terza cosa, come ha fatto nel proposto esempio, in tal caso si moltiplicano in croce tali prove, e dal Prodotto cavandone la prova, lascierà figu-

re

re simili, se la ragione non sia errata? La qual cautela accade appunto nel quesito, che siegue.

Un'altro esempio. Se brazza 5. e $\frac{3}{4}$ di Veluto costano Scudi 7. e $\frac{3}{4}$ che costeranno Brazza 12. e $\frac{7}{8}$? Costeranno Scudi 17. Lir. 2. Sol. 8. Den. 8. e $\frac{3}{77}$. Questo è differente dal passato per rispetto de' Rotti in tutte quattro le cose, ad ogni modo la prova si fà come nell' esempio passato. Cominciando adunque dalla quarta cosa, la sua prova è Denari $\frac{9}{4}$ e quella della prima è Brazza $\frac{5}{4}$ che moltiplicate insieme fanno $\frac{9}{16}$ la cui prova è $\frac{3}{6}$ e tale dovria essere la prova della seconda, e terza cosa, moltiplicate insieme. Alla pratica. La prova della seconda cosa, cioè di Scudi 7. $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{4}$. Ma perchè la quarta cosa fu provata in Denari, per la relazione, che ha la seconda cosa con la quarta, bisogna ridurre quel $\frac{3}{4}$ in prova di Denaro, il che giudiziosamente si fa così. Primo, si moltiplica il 4. Numeratore del Rotto $\frac{3}{4}$ per 8. [prova d'uno Scudo, cioè di Soldi 80. e fanno 32. la cui prova è 5. Dopo, si moltiplica questo 5. con 5. [prova d'un Soldo.] e fanno 15. la cui prova è 6. sotto il quale ponendo il 4. [Denominatore di $\frac{3}{4}$] fa $\frac{6}{4}$ e questo $\frac{6}{4}$ farà la prova della seconda cosa. La prova poi della terza cosa è $\frac{4}{7}$ la quale moltiplicata col $\frac{3}{4}$ della seconda, produce $\frac{12}{28}$ la cui prova è $\frac{6}{4}$. Ma perchè dovria essere $\frac{4}{7}$ simile al $\frac{6}{4}$ della prima, e quarta cosa, però [come dissi nel passato esempio] bisogna moltiplicare in croce il $\frac{4}{7}$ con il $\frac{6}{4}$, e ne verrà 0. 18. la cui prova è 0. 0. Adunque la ragione sta bene. E tanto basti all'ingegnoso, e speculativo intelletto. Se bene il meglio sia, che facendo una ragione, si provi a periodo per periodo. Fatto un moltiplicare, ovvero un partire, si provi subito, e quando fosse negozio di rilievo, si provi più volte.

CAPITOLO IX.

QUesta Regola si chiama del Tre alla Roverscia, perchè s' opera tutto al contrario dell' altra: In quella si moltiplica il secondo numero, o cosa proposta con la terza, e partendo il Prodotto per la prima, nel Quociente s' ha la ricercata quarta cosa, o numero: ma in questa si moltiplica la prima con la seconda, e partendo il Prodotto per la terza, nel Quociente s' ha parimente la quarta cosa cercata.

Per conoscere quando il quesito s' abbia da risolvere per la Regola Roverscia, si dà questo avvertimento. Ogni volta, che la quarta cercata, abbia da esser manco del secondo termine del quesito in quella proporzione, che il terzo termine supera il primo, tali quesiti si risolvono per la Regola del Tre Roverscia. Per esempio. Quando il Sacco del Formento val Lir. 24. la chioppa del pane pesa Oncie 14. quanto valerà Lir. 40. quanto pesarà? In questo quesito col solo lume naturale ogn' uno sà, che quanto più vale il Formento, la chioppa deve esser più piccola, e tanto più piccola, quanto che le Lir. 40. superano le Lir. 24. Ma perchè il 24. contiene le trè quinte parti di 40. però quando il Sacco del Formento val Lir. 40. la chioppa doveria pesare $\frac{3}{5}$ di quello, che pesa quando vale Lir. 24. cioè Oncie 8. $\frac{4}{5}$ e questo serve solo per avviso.

Questa Regola serve per saper dare il callo, o accrescimento alle mercanzie de' Panni, Lana, Grano, Pane &c. Alla pratica.

Quesito Primo.

Uno si compra Brazza 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno fino, 'alto Brazza 2 e $\frac{1}{4}$ per vestirsi, volendo foderare l' Abito di dentrovia d' al-

l'altro Panno, alto ſolamente Brazza 2. e $\frac{1}{7}$ s' addimanda quante Brazza ce ne vorranno di queſt' ultimo Panno.

Si diſpone così la Regola: ſe in un altezza di Br. 2. e $\frac{1}{7}$ ſi vogliano Br. 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno, per foderarlo quante Brazza d' altro Panno alto Br. 2. e $\frac{1}{7}$ vi vorranno? Che moltiplicato l'altezza di Br. 2. e $\frac{1}{2}$ con le Br. 8. $\frac{1}{2}$ e il prodotto diviſo per l'altezza di Br. 2. e $\frac{1}{7}$ ne vengano Br. 9. $\frac{1}{7}$ e tanto Panno d' altezza Brazza 2. e $\frac{1}{7}$ vi vorrà per foderare le Br. 8. e $\frac{1}{2}$ di Panno alto Br. 2. e $\frac{1}{7}$.

Br.	Br.	Br.	Prova	
2 $\frac{1}{7}$	8 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{7}$	2 $\frac{1}{7}$	9 $\frac{1}{7}$
7		17	17	28
8		3		476
3(56		51		
28				
448				
51(476				
(9				
17				
17) 51				
$\frac{1}{7}$				

S' avvertiſce, che in qualſivoglia ſimile queſito propoſto, quando le due miſure compagne ſono denominate con Brazza, o parte di Brazza, e la miſura diſcompagnata, e denominata con nome di terzi, o quarti, in tal caſo fa d' uopo ridurre la ſua relativa delle due compagne, acciò ſiano compagne di ſimili parti, e poi s' opera come nella preſente ſopra deſcritta operazione.

Queſito Secondo.

Brazza 9. alto Brazza 2. $\frac{1}{4}$ fa una veſte. Per foderarla, quanto Damaſco ci vorrà alto ſolamente tre quarti, e $\frac{1}{2}$.

Sicchè a foderare la veſte vi vorranno Brazza 23. e $\frac{1}{2}$ di Damaſco.

Queſito Terzo.

Uno compra una pezza di Panno longa Brazza 45. a ragio-

ragione di Soldi 32. il Brazzo; costui bagnando la pezza, resta solamente 40. Brazza. S'addimanda, quanto s'ha da vender tal panno il Brazzo per non perdervi?

Br.	Sol.	Br.	
45	32	40	S' opera come sopra, e ne vengono Soldi 36. E tanto deve vendere il panno bagnato per Brazzo.
410	(1440		
	Soldi 36		

Quesito Quarto.

Un'altro fa bagnare, e cimare Brazza 16. e $\frac{1}{2}$ di panno; qual restò solamente Brazza 12. e $\frac{1}{3}$. S'addimanda, quanto viene a calare il Brazzo?

Si sottrano le Brazza 12. e $\frac{1}{3}$ dalle 16. e $\frac{1}{2}$ che resteranno 4. e poi si dichi. Se Brazza 16. e $\frac{1}{2}$ mi calò 4. che mi calarà un Brazzo? Opera per la Regola del Tre retta, che resteranno $\frac{5}{7}$ è tanto cala il panno per ciascun Brazzo.

Quesito Quinto.

Un' altro compra Stara di Formento 2368. a ragione di Lir. 3. 5. il Staro, ma facendolo crivellare, ed acconciare, trova che d' ogni 16. Stara li cala uno Staro. S' addimanda. Quanto lo deve egli vendere il Staro, per non perdervi?

Dì così: Se Stara 16. restano Stara 15. quante resteranno Stara 2368? Operando per la Regola dritta, resteranno Stara 2220. Ciò fatto, torna a dire per la Regola Roversscia. Se Stara 2368. prima, che calassero, costavano Lir. 3. 5. il Staro, dopo l' esser restato Stara 2220. quanto valerà? Valerà Lir. 3. 9. e 4. e tanto deve vender il Staro del Formento, per non perdervi. Si potria anco operare per la Regola dritta così. Certa cosa è, che le Stara 2368. a Lir. 3. 5. il Staro costano Lir. 7696. Dicasi adunque. Se Stara 2220. netto mi costano Lir. 7696. Quanto mi

coste-

costerà un Staro? Operando valerà Lir. 3. 9. 4. come per l' altro modo.

Quesito Sesto.

Quattro Maestri di Cazzuola promettono di fare in due Anni certa fabbrica di proposito, ma perchè il Padrone se ne vuol sbrigare s' addimanda, se vi lavorassero 10. Cazzuole, in quanto tempo saria finita la fabbrica?

Moltiplicando le 4. Cazzuole con 730. [giorni di due Anni:] e partendo il Prodotto per le 10. Cazzuole, ne verranno giorni 292. e in tanto tempo appunto si finirà la fabbrica, lavorando coi 10. Maestri di Cazzuola.

Quesito Settimo.

Quando il Staro del Formento vale Lir 8. un Soldo di pane fatto in Casa pesa Oncie 11. Quest' Anno, che il Grano vale Lir. 12. il Staro, quant' Oncie se n' avranno per un Soldo?

Moltiplicansi l' 11. con l' 8. e partito il Prodotto per 12. ne verranno Oncie 7. $\frac{8}{12}$ Numero cercato. Per un Soldo s' avranno Oncie 7. $\frac{8}{12}$ di pane.

Lire	Oncie	Lire
8	11	12

12 (88

Oncie 7 $\frac{8}{12}$

Quesito Ottavo.

Ho detto pane fatto in Casa, ove non si conta nè macina, nè fattura, ovvero cottura: Perchè in risguardo a' Fornari non serviria questa Regola roversciata, ma saria pregiudiciale a' compratori. Per dare adunque un limite a' Fornari si fa così. Prima, bisogna sapere quanto pane si cavi da certa misura. Secondo, bisogna sapere le spese di gabelle, macina &c. d' essa misura. Terzo, quanto abbia da guadagnare per sua fatica, e mercede

il Fornaro; e così la somma di tutte queste cose, s'aggiungono al prezzo di tal misura. Ora supposto, che uno Staro di Formento costi Lir. 4. per macina, e gabelle, Soldi 5. per sua fattura, cottura, &c. Soldi 7. il Staro, e che da un Staro si cavi Lib. 50. di pane ben condizionato. Si fa così: Sommate insieme le suddette cose fanno Lir. 4. Soldi 12. Si dirà adunque per la Regola retta. Se per Soldi 92. s' hanno Libre 50. di pane, per un soldo solo, qnante libre; ovvero Oncie se n' avranno? Fatte in Oncie le 50. Libre, ed operando, per un soldo, si avranno Oncie 6. e $\frac{12}{23}$ di pane.

Questa distinzione, o differenza d' operare è insegnata dal non mai abbastanza lodato Niccolò Tartaglia, nella prima parte lib. 10. cap. 2. ove insegnando il modo di far la Tariffa, o di dar il Calmiero alli Fornari, insegna anco la suddetta Regola. E molto mi maraviglio, che nissuno di quei c' hanno scritto dopo di lui, proponendo simili quesiti, non fanno distinzione alcuna da pane, a pane, e pure la pratica fa vedere il contrario. Per esempio.

Quando il Sacco del Grano in Modena, vale Lir. 24. la chioppa del Pane pesa Oncie 15. Quando poi valerà Lir. 40. quanto peserà? Operando per la Regola Roverscia, la chioppa dovria pesare Onc. $8\frac{3}{7}$ e pure l' Anno 1664. che il Formento valeva Lire 40. la chioppa pesava Onc. 9. $\frac{3}{7}$ in vigore del Calmiero di Modena: (molti de' quali si trovano nel fine del Libro de' Statuti, secondo che cala, o cresce il prezzo del Grano;) e questo avviene, perchè quei, che fecero li detti Calmieri, operarono, come si deve.

Quesito Nono.

Cento settanta Frati si trovano in certo Convento, con provisione solamente per 7. Mesi, e sono certi, che

per

per 12. Mesi interi non possono provvedersi. S' addimanda. Quanti Frati deve licenziare il Priore, acciò gli altri, che restano, abbiano da vivere per 12. Mesi, fin che venghi soccorso?

Mesi	Frati	Mesi
7	170	12

12 (1190

Frati 170

Frati 99 1/6

70 5/6

Frati 99 1/6

Moltiplica li 170. Frati, con li 7. Mesi, e partendo il Prodotto per 12. Mesi, di Quociente, ne verranno Frati 99 1/6 e tanti per 12. Mesi vivranno con la provisione &c. Adunque 70. e 5/6 ne deve licenziare il Priore, e tanto basti. Questa è Regola generale, che si moltiplicano le due misure, o cose compagne, ed il Prodotto si parte per la misura, o cosa discompagnata, ed il Quociente sarà quello si cerca, e la compagna della cosa discompagnata siano nel primo, ovvero nell' ultimo luogo le cose compagne. Per esempio. Ho 6. Brazza di Panno, non sò quanto sia alto, sò bene, che per foderarlo vi vogliono 8. Brazza di Tela liscia, alta Brazza 1 1/3. S' addimanda. Quanto è alto il Panno? Moltiplicando le Brazza 8. con Brazza 1. 1/3 e partendo il Prodotto per le Brazza 6. ne verrà 1 1/4. E questa è l' altezza del Panno.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA DRITTA.

CAPITOLO X.

NEl calcolare spesse volte occorrono alcuni quesiti, che hanno cinque termini, li quali sogliono ingarbugliare la mente. Ma per fuggire ogni difficoltà, è stata

inventata questa Regola del Tre composta, la quale si chiama così, perchè moltiplicando il primo col secondo termine, ed il quarto col quinto, il quesito si riduce sotto la Regola del Tre ordinaria.

Questa Regola composta ha lei ancora le sue osservazioni necessariissime, s' ho da dire il vero. Bisogna, che il primo termine sia della natura del quarto. Il secondo sia della natura del quinto, ed il terzo resta solo nel mezzo, e della natura della cosa cercata, però bisogna considerar bene le proposizioni, e se non fossero proferite bene, aggiustarle. Ora veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Cinque Segatori, o Mietitori in 8. giorni bevono 12. secchie di vino. S' addimanda, 10. Segatori, o Mietitori, quante secchie ne beveranno in 15. giorni?

Questa, e simili proposte, si possono risolvere per la Regola Aurea semplice in due colpi così. Dico dunque. Se 5. bevono in otto giorni secchie 12. che beveranno 10. pure in otto giorni? Operando, li 10. Segatori, o Mietitori in otto giorni beveriano 24. secchie di vino. Fatto questo si dice. Se otto giorni mi danno 24. secchie di vino di spesa, quante me ne daranno 15. giorni? Ne daranno 45. secchie. E tanto Vino beveranno li 10. Segatori, in 15. giorni.

Ma per un' altro modo più succinto, e più maestrale si risolvono simili quesiti, ed è questo. Si moltiplicano insieme li 5. Segatori con li 8. giorni, quali fanno 40. Si moltiplicano parimente li 10. Segatori con li 5. giorni, che fanno 50. Fatto questo, si dice poi per la Regola: se questo composto 40. vuole, o beve 12. secchie di vino, quante ne vorrà quest' altro composto 50? Opera, e vedrai, che pure ne sortiscono 45. secchie, col quale ordine si sciolgono anche li seguenti quesiti.

Que-

Queſito Secondo.

Una famiglia onorata di 8. bocche, ſpende 45. Scudi il Meſe, per vitto cotidiano; ma che? Sopraggiungono tre Parenti, che per un' Anno intero vogliono piantare il Bordone. Ora s' addimanda, quanti Scudi deve preparare in borſa il Padrone, ſenza alterare il vitto conſueto?

Dicaſi così. Bocche 8. con un Meſe fanno un compoſto pur di 8. e bocche 11. con 12. Meſi fanno altro compoſto di 132. e poi ſe 8. mi danno 45. Scudi di ſpeſa, 132. quanta ſpeſa mi darà? Opera, che certamente ci vogliono ſcudi 742. $\frac{1}{2}$ che a farne il conto, ſono 15. ſoldi il giorno per teſta a 360. giorni per un' Anno Mercanteſco.

Queſito Terzo.

Con Scudi 130. un Mercante in 10. Meſi ha guadagnato Scudi 25. s' addimanda. Con Scudi 317. quanto guadagnerà in tre Anni, e mezzo?

Il primo compoſto è 1300. ed il ſecondo compoſto è 12314. Opera, che guadagna Scudi 256. $\frac{1}{32}$.

Queſito Quarto.

Cinque Segatori bravi in un giorno hanno ſegato 12. Tornature di Prato. Altre 45. me ne reſtano da ſegare, e vorrei ſegarle in due giorni. Addimando. Quanti uomini ho da incaparare per ciaſcun giorno?

Queſta, e ſimili ſi potriano ſcioglière in varj modi, ma queſto è il più leggiadro. Dicaſi così. Se 12. Tornature ſono ſegate da 5. uomini in un ſol giorno, da quanti ſe ne ſegariano 45. pure in un ſol giorno? Operando per la Regola ordinaria, ſi ſegariano le 45. Tornature da 18. $\frac{3}{4}$ in un ſol giorno, ma perchè vogliono ſegarle in due giorni, baſta partire per metà quel 18. $\frac{3}{4}$ il che fatto conſta chiaro, che per ſegare le propoſte 45. Tornature di Prato in due giorni, vi vogliono Operarj 9. $\frac{3}{8}$ per ciaſcun giorno.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA ROVERSCIA.

CAPITOLO XI.

QUesta Regola composta Roverscia ha lei ancora cinque termini, tre nel suppostо, e due nella domanda, come la composta dritta. Ma perchè alle volte sono propostі li quesiti tanto confusamente, e con sì poco ordine, che difficilmente si trova il modo d' intavolarli, però bisogna star molto bene avvertiti, per saper discernere quando li quesiti s' abbino da risolvere per la Regola Dritta, e quando per la Roverscia. Ogni volta, che avendo ordinata la propositione, li termini del quesito non saranno al proprio luogo, si risolve per la Regola Roverscia.

Il primo, che abbia scritto di questa regola è stato il Zucchetta Genovese, ma con tanta oscurità, che (al dire del Dottor Bassi Piacentino nella medesima Regola) da pochi è inteso. Se poi sia stato inteso da quei, che dopo il Zucchetta hanno stampato, non tocca a me il dirlo. So bene, che alcuni propongono li puri quesiti del Zucchetta, senza una sol parola di dichiarazione. Altri si scostano un tantino dalla riva, ma non hanno data Regola chiara, ed universale. Confesso la verità, che più mi ha dato da faticare l' intender bene il Zucchetta in questa materia, che l' avere appreso l' Algebra: ma perchè col favor del Cielo, n' ho cavato il difficile, quì ordinatamente metto in chiaro quello, ch' altri hanno lasciato oscuro, ed imbrogliato. Ma perchè pure *posita juxtà se oppositа magis elucescunt*; prima insegnerò a conoscer la propositione dritta, acciò meglio s' apprendi poi la roverscia. Alla pratica.

Se

Se Scudi 540. in Meſi 9. hanno guadagnato Scudi 30. quanti ne guadagneranno ſcudi 378. in Meſi 12.

Se Molini 12. in giorni 7. macinarono Mine 480. di Grano, quante Mine ne macineranno Molini 5. in giorni 8?

Queſti due eſempj ſono bene ordinati, e ciaſcun termine è poſto al ſuo luogo. Conſideratevi bene, e ſappiate, che nel mezzo ſempre vi deve ſtare il paziente, [come a dire il guadagno, le Mine &c.] e nelli due primi luoghi vi devono ſtare li due agenti. State bene attento. Quei ſcudi 30. di mezzo non ſono guadagnati ſolamente dal capitale di quei ſcudi 540. ma vi concorrono anco li Meſi 9. ſicchè li due primi termini ſono ſempre quaſi come Padre, e Madre, che generano, e producono il termine di mezzo [il che milita in ogni queſito dritto, e ben ordinato.]

Ogni volta adunque, che avendo ordinata la propoſizione, ſe nel terzo luogo vi ſarà qualſivoglia delli due agenti, cioè il capitale, ovvero il tempo, o altra coſa equivalente al capitale, per Regola univerſale, ed infallibile il queſito è ſottopoſto alla Regola Roverſcia. E perchè la ſeſta coſa, che ſi cerca è ſempre della natura di quella poſta nel terzo luogo, dopo l' avere ordinato il queſito, nè ivi può cadere, ſe non uno delli due agenti, cioè, o capitale, o tempo, o coſa equivalente, ne ſiegue di neceſſità, che due ſole ſaranno le intavolature ſpeciali, per riſolvere ogni queſito roverſcio. Or laſciamo la teorica, e veniamo alla pratica.

Queſito Primo.

Se Scudi 28. furono guadagnati da Scudi 378. in Meſi 12. In quanti Meſi ſaranno guadagnati Scudi 30. da Scudi 540.

Ovvero, se Scudi 378. guadagnarono Scudi 28. in Mesi 12. In quanti Mesi Scudi 540. guadagneranno Scudi 30.

O pure, se in Mesi 12. Scudi 28. furono guadagnati da Scudi 378. in quanti Mesi saranno guadagnati Scudi 30. da Scudi 540?

Or quì considerate, che tutti tre questi modi di proporre un medesimo quesito, cadono sotto la Regola Roversçia, e non per altro, se non perchè, discacciato il guadagno fuori del terzo luogo dal modo di proporlo, v' entra dentro uno degli agenti: cioè, o capitale, o tempo. Ma perchè in tutti tre questi esemplari si ricerca il tempo [come secondo agente] però tutti tre si devono intavolare con quell' ordine, che si anderà dimostrando.

Proposto questo primo quesito, si considera, che ciascun termine cade nel proprio luogo, come nella Regola dritta, eccetto li Capitali, che vicendevolmente barattano il proprio luogo. Intavolato adunque, che sia il quesito [come di sotto si vede] si cambia il primo, ed ultimo termine, e poi s' opera come nella dritta, moltiplicando il primo composto per il termine di mezzo, ed il Prodotto diviso per il secondo composto, nel Quociente vi viene la cosa cercata.

Scudi	Scudi	Mesi	Scudi	Scudi
378	28	12	30	540
540				378
151120				11340
				12
				(136080
				(9

Si conchiude, che in Mesi 9. li Scudi 540. guadagneranno Scudi 30.

Per

Per farne la prova, si dice così: Se 540. in Mesi 9. guadagnano 30. quanti ne guadagneranno 378. in Mesi 12. Operando secondo la Regola Dritta, guadagneranno Scudi 28. (come si propose da principio.) Adunque l' operazione fu buona.

Quesito Secondo.

Se Scudi 28. furono guadagnati in Mesi 12. da Scudi 378. Da quanti saranno guadagnati Scudi 30. in Mesi 9?

Ovvero, se in Mesi 12. Scudi 28. furono guadagnati da Scudi 378. da quanti saranno guadagnati in Mesi 9. Scudi 30?

O pure, se Scudi 378. guadagnarono Scudi 28. in Mesi 12. quanti furono li Scudi, che guadagnarono Scudi 30. in Mesi 9?

E qui considerate ancora, che l' istesso quesito passato pronunziato in questo luogo in tre altri modi differenti da quello stà parimente sottoposto per ciascun modo alla Regola Roversia, nè per altro, se non perchè nel terzo luogo vi sta un agente, che dovria stare nel primo, e secondo luogo. Ma perchè in tutti e tre questi esemplari si ricerca il capitale (come agente primario) però tutte e tre si devono intavolare con quell' ordine, che in questo secondo quesito si vede.

Risoluzione del Quesito.

Mesi	Scudi	Scudi	Scudi	Mesi
12	28	378	30	9
9	252			12
				360
				(136080
				(540
				10080
				2922

Si

Si conchiude, che li Scudi 30. saranno guadagnati in Mesi 9. da Scudi 540.

Per farne la prova, si dice così: se Scudi 540. in Mesi 8. guadagnano 30. quanti ne guadagneranno 378. in Mesi 12? Questa è come quella della prova passata, ed operando, come ivi s' insegnò, nè verranno pure li Scudi 28. come anco da principio di questo secondo quesito si proposse.

Avviso.

Osservate ora per vostro ammaestramento, che in questo quesito si cercava sapere il Capitale, che nelli Mesi 9. avesse fatto un guadagno di Scudi 30. a regguaglio d' altro Capitale, di Scudi 378. in Mesi 12. avea fatto un guadagno di Scudi 28. sicchè quando vi sarà proposto un quesito nel quale si cerchi, o tempo, o capitale, quello sarà roverscio, e tutto consiste nel cambiare il primo, e ultimo termine, e poi operare come nella Regola del Tre composta dritta, che si avrà quanto si brama sapere, come lo dimostrano altri due quesiti, che seguono.

Quesito Terzo.

Se Mine 400. di Grano furono macinate da Molini 5. in giorni 8. In quanti giorni saranno macinate Mine 840. da Molini 12?

Questo Quesito in tutto, e per tutto è simile al primo: perchè si ricerca il tempo, e però si risolve, e si prova con l' ordine, e per li modi ivi insegnati, nè altro vi è d' avvertire, se non che li Molini fanno uffizio di capitale, come agenti primarj, e le Mine tengono il luogo del guadagno, come pazienti. L' intavolatura adunque starà come siegue.

Molini	Mine	Giorni	Mine	Molini
5	400	8	840	12
12	12		5	5
	4800		4200	
			8	
			4(33600	
			12(84	
		Giorni	7	

Le Mine 480. fariano macinate da 12. Molini in sette giorni.

Quesito Quarto.

Se Mine 400. fariano macinate in giorni 8. da Molini 5. Da quanti Molini faranno Macinate Mine 840. in giorni 7?

Questo quesito è in tutto simile al secondo: perchè in esso si cerca il primario Agente, cioè li Molini, che tengono il luogo di capitale, però la risoluzione, e la prova si trova, come sopra, nel secondo quesito.

Giorni	Mine	Molini	Mine	Giorni
8	400	5	840	7
7	2800		6720	8
			5	
			(33600	
		Molini	12	

Le Mine 840. faranno macinate in 7. giorni da Molini 12.

Finalmente per non lasciar cosa desiderabile in questa da me molto stimata Regola, quì voglio insegnare il modo di conoscere con prestezza, se il questo sia dritto,

o ro-

o roverscio, ed è questo. Proposto il quesito, sempre si batte l' occhio adosso alli due termini della domanda, e quali siano, subito si collocano nella quarta, e quinta cosa dell' intavolatura, come piace. Fatto questo, nelle due prime Case si collocano quei due termini del supposto, che corrispóndono alla natura delli due già intavolati della domanda. Sicchè vi resterà di necessità quel termine, o cosa da metter nel mezzo. Ora io dico. Se quella cosa, che cade nel mezzo, sarà guadagno, o cosa fatta, il quesito è dritto, ma se sarà uno degli agenti del supposto, sarà roverscio.

REGOLA DEL TRE MOLTIPLICE.

CAPITOLO XII.

LA Regola del Tre Moltiplice consiste nel risolvere in un sol colpo li quesiti, ch' hanno più supposti, ed una sol dimanda, [se più d'una fossero le dimande, impossibile saria il risolverli in un sol colpo] tutto il punto consiste nel sapere intavolare li quesiti, il che è facilissimo. Li termini sono sempre dispari. La dimanda si colloca sempre da sè sola nell' ultimo luogo (nè fa Casa) e per il primo termine della prima Casa s' elegge sempre la cosa simile alla dimanda, e appresso se gli mette la sua compagna. Tutte l' altre Case si formano col proprio supposto con li numeri simili uno a fianco all'altro. Ciascuna Casa ha due numeri, cioè sinistro, e destro. Il destro dell' ultima Casa è sempre simile alla cosa, che si cerca, e chiamasi numero penultimo. La dimanda, se bene è sola, si reputa per numero destro. Ma per esser questo negozio più di curiosità, che di necessità, veniamo alle corte.

Quesito Primo.

Brazza 10. di Tela costano Lir. 4. ed il 100. della Ca-

nepa

nepa vale Lir. 16. S' addimanda; Per brazza 85. di Tela quanta Canepa s' avrà.

Braz.	Lir.	Lir.	Canep.	Braz.
10.	4	16.	100	85

Lir. 16.
Braz. 10.

Canep. Lib. 100.
Tela Braz. 85.

8500.
Lir. 4

Divis. 16 10 - 3409. 10 Numero da partirsi.
Quoc. 212 $\frac{80}{100}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Intavolata, che sia la proposizione, (come ho insegnato) per averne il numero da partirsi, si moltiplicano insieme tutti li num. destri di ciascuna cosa: e s' avrà nell' ultimo Prodotto 34000. Per aver il Partitore, si moltiplicano insieme parimente tutti li numeri sinistri di ciascuna cosa, e s' avrà 160. Diviso poi quello per questo, di Quoziente s' avrà 212. $\frac{1}{2}$ per la cosa cercata. Adunque per Brazza 85. di tela, s' avranno Lib. 212. $\frac{1}{2}$ di Canepa. Per farne la prova, si dice così. Se Brazza 10. costano Lir. 4. quanto costeranno Brazza 85. costeranno Lir. 34. Dipoi si dice. Se con Lir. 16. ho Libre 100. di Canepa, con Lir. 34. quante Libre n' avrò? Operando n' avrai Libre 212. $\frac{1}{2}$ [come per l' altro modo.]

Quesito Secondo.

Supponiamo, che Brazza 10. di qualsivoglia cosa alla misura di Milano, siano 12. in Venezia, e 9. di Venezia siano 11. in Ferrara, e 15. di Ferrara siano 16. in Bologna, e 20. di Bologna siano solamente 18. in Modona: S' addimanda. Brazza 100. di Modona, quante riusciranno in Milano?

Mod-

Mod. Bol. 18. 20.	Bol. Fer. 16. 15.	Fer. Ven. 11. 9.	Ven. Mil. 12. 10.	Mod. 100. di Mod. quante in Milano.

In queſto queſito, perchè la domanda è miſura di Modona, biſogna metter nel primo luogo dell' intavolatura il ſuppoſto di Modona, col ſuo equivalente: cioè, che 18. di Modona, ſono 20. in Bologna. Nel reſto retrogradando, le Caſe ſi danno la mano l' una l' altra [come gli Anelli della Catena.] Operando poi, (come ho inſegnato) il Diviſore ſarà 38016. il numero da partirſi 27000000. ed il Quociente 71. $\frac{1}{4}$. Sicchè 100. Brazza di Modona ſaranno in Milano ſolamente Brazza 71. $\frac{1}{4}$.

Queſito Terzo.

Uno compra una quantità di Formento a Lir. 8. la Corba, e più $\frac{1}{20}$ di ſpeſa. Nel maneggiarlo, e nel condurlo calò a ragione di 5. per 100. Dimando, quando deve venderlo la Corba per non perdervi?

In queſto queſito vi ſono due proporzioni una di perdita nella materia, l' altra d' alterazione nel denaro; e volendo vendere il ſopraddetto Formento, e ricavare quel tanto, che ſi ſpeſe, ſarà d' uopo l' alterare il prezzo a porzione dell' alterazione della ſpeſa, come per il calo, che fa il Formento. Onde ſuppoſto, che di queſto ſe ne ſia fatto una compra di Corb. 100. il quale pagato lir. 8. la Corba importa lire 800. e avendovi di ſpeſa $\frac{1}{20}$ per lira (che vuol dire di 20. ſi fa 21.) la Corba li viene a coſtare lire 8. e ſoldi 8. Sicchè le Corbe 100. importariano lire 840. Poſcia volendo trovare a quanto ſi deve rivendere la Corba per non avervi danno, così reſta diſpoſta la Regola Moltiplice.

Corb.

Corb.	Lir.	Lir.	Lir.	Corb.	Corb.	Corb.
1	8	20	21	95	100	1
					21	
		19|00|				
					2100	
					8	
					16800	

Lire 8. 16. 10 $\frac{2}{19}$

Prova

Corb. 95

Lir. 8. 16. 10 $\frac{2}{19}$

12 (960

80

1520

20(1600

80

760

Lire 840

Si vede, che la Corba si deve vendere a lire 8. 16. 10. $\frac{2}{19}$ per non avervi danno, e questo provasi, che apprezzando le Corbe 95. che restarono vi tornano le lire 840. come si spesero di prima compra.

Quesito Quarto, e primo Roverscio.

Lavoranti 100. presero la rottura d' un Fiume in 50. giorni d' ore 14. Dimando in quanti giorni d' ore 12. la pigliariano Lavoranti 75?

Che questo quesito sia roverscio, da questo si conosce, che il maggior numero de' lavoranti, e i giorni più longhi danno l' operazione più presto fatta, che non farà

il

il minor numero de' lavoranti, ed i giorni più brevi, onde in questo s' opera in tutto, e per tutto come si fa nella Regola del Tre Roversciа. Moltiplicando insieme tutti e tre i numeri, che compongono i due termini, cioè i Lavoranti 100. con i Giorni 30. d' Ore 14. e fanno 4200. Poscia moltiplico li Lavoranti 75. con un Giorno d' Ore 12. e fanno 900. e questo è il partitore, che divide il 42000, dove ne viene 46. $\frac{2}{3}$. Adunque in Giorni 46. $\frac{2}{3}$ d' Ore 12. li Lavoranti 75. prenderanno la suddetta Rotta; che viene presa da Lavoranti 100. in Giorni 30. d' Ore 14. Come dall' operazione si vede.

Uom.	Gior.	Ore.	Rotta.	Uom.	Gior.	Ore.
1100	30	14	℔	75		12

9 (420

900

Giorni 46 $\frac{2}{3}$

Prova

Giorni 46 $\frac{2}{3}$

Ore 12 3) 24

360 8

Uo. 75

42000

Se il quesito dicesse una Rotta di Pertiche 50. quel termine saria superfluo, poichè prendendo la suddetta Rotta vi si contiene la quantità delle Pertiche, perciò non serve il ponerlo in Abaco.

Quesito Quinto, e primo mescolato.

Se con Brazza 380. di Panno alto 2. Brazza, si vestono uomini 30. s' addimanda. Quanto panno ci vorrà, alto solamente Brazza 1 $\frac{1}{5}$ per vestirne 45?

Questo

Questo quesito cade sotto la regola moltiplice mescolata, perchè le due altezze diverse del panno fanno una posizione roversia, essendo che la minor altezza ricerca più longhezza, ed è contra, ma gli uomini 30. in risguardo alli 45. fanno una posizione dritta, però simili quesiti s' intavolano come siegue.

Uomini.	Altezza.	Longhezza,
Del suppoſto.	Della domanda.	Del suppoſto.
Della domanda.	Del suppoſto.	380.
30 —— 45.	1 1/2 —— 2.	

Uom.	Uom.	Alte.	Alte.	Braccia.
30	45	1 1/2	2	380
15				760
30				
45				(34200
				Br. 760

Operando secondo la Regola, per vestir 45. uomini di panno alto un Braccio, e mezzo, ce ne vorriano Braccia 760. e che sia così, lo dichi la Geometria, a chi l' intende.

Longhezza Brazza 380.

Alt. Brac. 2.	Braccia quadre per vestir 30. uomini. Braccia 760.	Alt. Brac. 1. $\frac{1}{3}$.	Braccia quadre per vestire 45. uomini, Altezza senza longhezza Braccia 1140.

Le Braccia 380. alte 2. Brac. moltiplicate con le Braccia 1. della sua altezza, formano una superfizie di Braccia quadre 760. ma perchè devono servire, per vestire 30. uomini, dividendo per 30. il 760. ne viene 25. $\frac{1}{3}$ Sicchè per vestire un sol' uomo ci voranno Braccia quadre 25. $\frac{1}{4}$ e per vestirne 45. ce ne voranno Braccia 1140. pur quadre: ma perchè il Panno da vestir questi 45. Uomini è alto solamente Braccia 1 $\frac{1}{3}$ per averne la sua longhezza, basta a partire il 1140. per 1. $\frac{1}{3}$ perchè il Quociente, che pure è 760. sarà l' altro lato, concorrente alla formazione della superfizie 1140. che ha un lato cognito d' un Braccio, e mezzo, e per conseguenza sarà anco la longhezza, o le Braccia del panno cercato. Adunque l' operazione fu buona, perchè anco geometricamente si prova, che per vestire li predetti 45. uomini, come sopra, ci vogliono 760. Braccia di panno alto un Braccio $\frac{1}{2}$. Or proseguiamo cose più serie.

DE' CENSI, O MERITARE.

CAPITOLO XIII.

CEnso non è altro, che dare, o ricevere una quantità di Danari, o altra roba Mercantesca, con patto di pagare un tanto all' Anno per cento, ovvero al Mese fin tan-

tanto, che si restituisca il capitale. Quel tanto poi, che si paga per 100. è chiamato merito, o frutto di quei Denari, o altra roba imprestata, o consegnata.

Il merito, o frutto è di due sorti, cioè merito semplice, e merito di merito. Il merito semplice è quando si paga un tanto all' Anno per 100. finchè sia restituito il capitale; ma il merito di merito è, quando, che nel dare a censo, si fa patto, che ogni Anno li sian dati li suoi frutti, altrimenti si dichiara, che quei frutti l' anno seguente abbino d' avere la sua ratta porzione pur di frutto. Sicchè se uno pigliasse Scudi 100. a censo con patto di pagare scudi 10. all' Anno, e in capo a ciascun Anno di sborsare li detti 10. Scudi, se quel tale non gli pagasse il primo Anno, l' Anno secondo dovria sborsare Scudi 21. 10. per li Scudi 100. e 1. per merito, o frutto di quei 10. Scudi, e così successivamente. Ma questo secondo merito si chiama usura.

La maggior parte delli quesiti di questa materia si risolvono, come s' è detto nel primo quesito della Regola del Tre composta, cioè: O per la Regola del Tre semplice in due colpi, o per via di componimento; e per essere quest' ultimo più maestrale, ci serviremo di esso. Ma per non errare nel comporre, bisogna avvertire, che il merito, o frutto nasce da due cose, cioè, da terminata quantità di Denari, e di tempo prefisso, ed una che manchi, non vi può esser merito. Veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Quanto meriteranno Scudi 4164. a ragione di Scudi 10. il 100. all' Anno?

Questa non porta difficoltà alcuna, qual si risolve per la Regola del Tre ordinaria. Guadagneriano all' Anno Scudi 416. $\frac{2}{3}$.

Queſito Secondo:

S'addimanda, Scudi 630. Lir. 3. Soldi 15. Denari 8. a ragione di 15. per 100. all' Anno, in quanto tempo ſi raddoppieranno?

Fa così per la più corta in ſimili queſiti. Parti il 100. per il 15. (ſuo merito) ed il Quociente (che ſarà 6. $\frac{2}{3}$) ſarà quello, che ſi cerca. Sicchè in 6. Anni, e $\frac{2}{3}$, cioè 8. Meſi avrai il doppio.

Queſito Terzo.

Ma ſe ſi diceſſe Scudi 630. Lir. 3. Sol. 15. Den. 8. a ragione di Den. 3. per Lira al Meſe, in quanto tempo ſi raddoppieranno?

In ſimili queſiti a Meſe baſta partire la Lira, cioè 20. per li Denari, che merita la Lira al Meſe, perchè l'Avvenimento ſarà quello, che ſi ricerca. Che nel caſo noſtro ſariano pure Anni 6. $\frac{2}{3}$ cioè Meſi otto.

Queſito Quarto.

Uno impreſta ad un ſuo amico ſcudi 735. a 5. per 100. all' Anno. S'addimanda. Quanto avrà guadagnato in due Anni, Meſi 7. e giorni 25.

Per avere il primo compoſto ſi moltiplicano li ſcudi di 100. col ſuo tempo, cioè con giorni 360. (per riſpetto de' giorni, che ſono nell' altro termine) e s' avrà 36000. Per avere il ſecondo compoſto ſi moltiplicano li ſcudi 735. con gli Anni 2. Meſi 7. e giorni 25. (fatti tutti in giorni) e s' avrà 701925. E poi ſi dice. Se un compoſto di 36000. guadagna ſcudi 5. Quanto guadagnerà queſt' altro compoſto di 701925? Operando guadagnerà ſcudi 97. Lir. 1. Sol. 19. Den. 2. [Per un' Anno ho preſo 360. giorni al coſtume de' Mercanti.) Vedine un' eſempio.

Anni

Anni	Scudi	Scudi	Scudi	Anni
1	100	5	735	2. 7. 25
12				31
36000				955
				4775
				2865
	Prova			6685
	Scudi 735			
	Scudi 5			701925
	3675			36(3509625
Anni	2. 7. 25			97|489. 2. 6. 8
				1 4
30	(91875			21958
	3062. 8			1 20
	25725			29	166
12	(28787. 2			1 12
	2398. 3. 16. 8			21000
	7350			
10	(9748. 3. 16. 8			
10	(974. 3. 11. 8			
Scudi	97. 1. 19. 20			

Quesito Quinto.

S' addimanda Lir. 60. a Den. 2. $\frac{1}{3}$ per Lira al Mese, quanto frutteranno, o meriteranno in Mesi 8. e $\frac{2}{3}$ cioè, giorni 20?

Lire

Lir. 60
Mesi 8 $\frac{2}{3}$

3 (120

40
480

520
Den. 2. $\frac{1}{2}$

260
1040

2410 (13010

Lire 5. 8. 4

La Lira, ed il Mese, fa un composto d' 1. solo. Le Lir. 60. con li Mesi 8. $\frac{2}{3}$ fanno l' altro composto di 520. Si dice adunque. Se 1. guadagna, o merita Den. 2. $\frac{1}{2}$ che meriteranno 520? Operando, guadagnano Den. 1300. che riescono Lir. 5. Sol. 8. Den. 4. Quando li giorni si possono maneggiare per via di Rotto, come ho fatto in questo esempio, riesce l' operazione di minor fatica, e numeri, per non avere da far li Mesi in giorni.

Quesito Sesto.

Uno impresta ad un' altro una quantità di scudi, senza far scrittura, a ragione di 10. per 100. all' Anno. Costui li gode Anni 2. e Mesi 8. E per frutto d' essi diede al Padrone scudi 200. con carta di ricevuta, e testimonj. Volendo poi l' amico negare il Capitale, fu messo il negozio in lite, &c. Quanti furono li scudi, che l' uno ricevette dall' altro?

Scudi

Scudi 10 An. 2 2/3 — Scudi 26 2/3

Scudi 26 2/3 — 810

Scudi 100 — 200 — 20000 — (600010 — Scudi 750

Prova
Scudi 750
Sc. 10
7500
Anni 2. 8
12 (60000
5000
15000
Sc. 200100

Per risolvere simili quesiti, bisogna primieramente vedere quanto guadagnano in due Anni, e 8. Mesi 100. di quei scudi, che per il frutto diede al Padrone a 10. per cento. Del che facendone prova, guadagnano scudi 26. 2/3.

Fatto questo, si dice poi. Se scudi 26. 2/3 vengono da Scudi 100. da quanti verranno Scudi 200. che pagò per frutto? Operando vengono da Scudi 750. E tanti furono li scudi dati a Censo. Se ne fa la prova dicendo. Se scudi 100. in Mesi 32. [che sono li 2. Anni, e 8. Mesi] guadagnano scudi 26. 2/3. Quanti ne guadagnaranno scudi 750. pure in 32. Mesi? Guadagneranno scudi 200. Adunque sta bene.

Quesito Settimo.

Uno ha tolto da un suo amico scudi 100. a pagargli 12. per

per Cento all' Anno, quanto li teneſſe non ſi sà, ſolo conſta, che per frutto pagò al Padrone ſcudi 150. quanto tempo gli ha tenuti?

Per ſaperlo fà così. Moltiplica 100. di quei ſcudi, che pagò per frutto con un' Anno, e avrai un compoſto pur di 100. e poi dirai. Se ſcudi 12. vengano da un compoſto di 100 da che compoſto verranno ſcudi 150? Verranno da un compoſto di 1250. Ma perchè l' uno de' componenti queſto numero 1250 ſono li Scudi 150. cogniti, e l' altro componente conſiſte negli Anni incogniti, per avere queſti Anni, baſta a partire il 1250. per li Scudi 1000. tolti a Cenſo, perchè il Quociente ne verrà 1. $\frac{1}{4}$, e tanti Anni appunto tenne li Scudi 1000. Che ciò ſia il vero, dicaſi. Se ſcudi 100. in Meſi 12. guadagnano ſcudi 12. Quanti ne guadagneranno ſcudi 1000. in Meſi 15. [che ſono quell' Anno 1. $\frac{1}{4}$.] Operando, guadagneranno ſcudi 250. però ſta bene.

Queſito Ottavo.

Uno dice così. La Lira mi guadagna Den. 6. il Meſe. Quante Lire mi guadagneranno Den. 1. il giorno?

Queſto ſi riſolve come il paſſato. Per avere il primo compoſto, ſi moltiplica Lir. 1. con li 30. giorni di un Meſe, e s' avrà pur 30. e poi ſi dice. Se Denari 6. ſono guadagnati dal compoſto di 30. Da che compoſto ſarà guadagnato Denari 1?

Sarà guadagnato dal compoſto di 5. Dividendo queſto 5. per un ſol giorno reſterà pure 5. e così Lire 5. guadagneranno un Denaro il giorno. Queſto modo ſi tiene ogni volta, che manchi uno de' componenti al ſecondo compoſto, cioè, che il Quociente ſarà il componente incognito di tempo, o di ſcudi &c.

Queſito Nono.

Uno piglia impreſtito ſcudi 96. a Denari 4. per Lira

al

al Meſe di frutto. Coſtui li tenne Meſi 7. giorni 25. Si dimanda. Quanto monterà il merito di detti 96. ſcudi in queſto tempo?

Si fa così. Vedaſi quanto guadagni una Lira ſola in detto tempo, dicendo. Se Meſi 1. mi dà Den. 4. che mi daranno Meſi 7. $\frac{5}{6}$? Daranno Soldi 2. Den. $\frac{1}{4}$. Di poi ſi dice. Se Lir. 1. cioè Den. 240. mi guadagnano Den. 31. $\frac{2}{3}$ che mi guadagnaranno ſcudi 96? Ho convertito la prima, e ſeconda coſa in Den. per poter operare per quella Regola detta a carte 51. come più leſta, cioè, che quando la prima, e la ſeconda coſa ſono ſimili, la quarta rieſce della natura, non della ſeconda, ma della terza coſa. Sicchè nel caſo noſtro moltiplicando li Den. 31. $\frac{1}{3}$ con li ſcudi 96. faranno 3008. che partito per il 240. ne riſulteranno ſcudi 12. $\frac{8}{31}$ ancorchè il primo, ed il ſecondo termine ſiano Denari. E queſto avvertimento è molto oſſervabile. Adunque li ſcudi 96. in 7. Meſi, e giorni 25. fruttano ſcudi 12. $\frac{8}{31}$. (Quei Denari 240. ſono la Lira, che tiene il primo luogo del queſito) E tanto baſti in materia del merito, o frutti.

DELLO SCONTARE.

CAPITOLO XIV.

LO Scontare è un' atto contrario al meritare, perchè col frutto s'accreſce il capitale, ma collo ſcontare ſi cala, e ſminuiſce. Quando uno guadagna 10. per 100. fa di 100. 110. e di 10. ſi fa 11. Ma per contrario ſcontando ſi fa di 110. 100. e d' 11. ſi fa 10. ſolamente. E notiſi bene.

Queſito Primo.

Uno deve dare ad un' altro in capo a due Anni, e mezzo ſcudi 350. ma perchè il Padrone ſi trova in neceſſi-

tà

tà del ſuo Denaro; promette di ſcontare al debitore 10. per 100. ſe di preſente li sborſa la moneta, del che contentandoſi, s' addimanda, quanto deve di ragione sborſare il debitore?

Primieramente vedaſi, quanto meritano ſcudi 100. in 2. Anni, e $\frac{1}{5}$ a 10. per 100. il che fatto, ſi trova, che fruttano ſcudi 25. i quali col ſuo capitale fanno 125. Dicaſi poi così. Se 125. mi reſtano 100. che mi reſtaranno 350? Operando, reſteranno ſcudi 280. E tanti appunto ne dovrà sborſare il debitore, ed avrà ſoddisfatto per li ſcudi 350. (ſcontandone il Padrone 10. per 100.)

Scudi	Scudi	Scudi	Scudi
10	125	100	350
Anni 2 $\frac{1}{5}$			
25			5(35000
			25(7000
			Scudi 280

Prova

Scudi 280

10

2800

Anni 2 $\frac{1}{2}$

1400

5600

7000

280

70

350 Scudi

Queſito Secondo.

Un' altro deve avere da un ſuo proſſimo Lire 100. in termine di meſi 4. ma ſe gli sborſa il Denaro di preſente, il creditore gli vuol ſcontare li denari 3. per lira al Meſe. Or s' addimanda. Quanto deve sborſare di ragione.

Ques

Queſta ſi ſcioglie come la paſsata. Vedaſi quanto frutti la Lira ne' 4. Meſi, a ragione di Denari 3. il Meſe; qual frutto ſi trova eſser ſol. 1. ſicchè 20. diventano 21. meritando, ma ſcontando ſi dice, ſe ſoldi 21. reſtano 20. che reſteranno Lir. 100? Operando, reſteranno Lir. 95. Soldi 4. Denari 8. $\frac{1}{2}$.

Queſito Terzo.

Uno deve avere da un' altro ſcudi 300. con queſt' ordine. Da quì ad un' Anno ſcudi 100. e da quì a due Anni altri ſcudi 100. e da quì a tre Anni altri ſcudi 100. Se di preſente il debitore voleſse sborſare tutti li ſcudi 300. il creditore vorria ſcontarli il 10. per Cento ſemplicemente, Se il debitore ſi riſolve, quanto dovrà sborſare?

Per il primo Anno biſogna dire. Se 110. era 100. che ſarà 100? Ovvero ſe 11. era 10. che ſarà 100? Operando ſarà 90. $\frac{1}{11}$ Per il ſecondo Anno ſi dice, ſe 120. era 100. che ſarà 100? Sarà 83. $\frac{1}{3}$. E per il terzo Anno ſi dice pure: ſe 130. erano 100. quanto ſarà 100. ſarà 76. $\frac{11}{13}$ ſommando inſieme queſte tre partite, cioè 90. $\frac{1}{11}$ 83. $\frac{1}{3}$ e 76. $\frac{11}{13}$ s' avranno ſcudi 251. $\frac{71}{429}$ e tanti appunto ne dovrà sborſare &c.

Queſta Regola del ſcontare, inſegnata dagli Antichi Scrittori, ed approvata dalli Moderni, pare, che non quadri bene ad alcuni, nè reſtino del tutto ſoddisfatti, parendo loro, che ſiccome nel meritare ſcudi 100. diventano, per eſempio, 110. così nel ſcontare 100. doveſsero reſtare ſolamente 90. Ma certiſſimo, che la Regola è buoniſſima, ed eſſi ſono in grand' errore, perchè la proporzione con la quale il Capitale creſce, con l' iſteſsa proporzione deve calare, il che non ſi trova operando ſecondo il loro poco ſapere. E'ben vero, che non rendendo la ragione, nè provando detti Scrittori la predetta Regola con fondamenti ineſpugnabili, ſono cagione, che li men dotti vacil-

vacillino. Adunque, acciò niſsuno per l'avvenire poſſi più dubitare, qui voglio provare la fedeltà di queſta Regola. Attenti alla prova.

Euclide, lib. 7. prop. 20. dice così. Se ſaranno tre numeri continui proporzionali, il Prodotto del primo nel terzo ſarà ſempre uguale al Prodotto del ſecondo, moltiplicato in sè ſteſso. [Servino d' eſempio 1. 4. 8.] Queſti tre numeri ſono continui proporzionali, perchè uno contiene egualmente l' altro. Il ſecondo contiene due volte il primo, ed il terzo contiene parimente due volte il ſecondo. Di più, moltiplicando il primo col terzo, ne produce 16. e 16. pure ne dà il ſecondo moltiplicato in sè ſteſso. Ma notate di grazia, che per tre numeri continui proporzionali non è neceſsario, che li numeri eſtremi ſiano diſtanti dal numero di mezzo con eguali unità, anzi quanto più creſce l' uno, tanto più cala l' altro. Sicchè, ſe il terzo numero, cioè l' 8. foſſe 16. il primo dovria eſſere di neceſſità 1. ſolo, e ſtariano così 1. 4. 16. ed avriano parimente le dovute ſuddette condizioni. Ma perchè nella ſeconda parte faccio un trattato delle proporzioni, non m'eſtendo più oltre, baſtandomi per il mio intento quanto di ſopra ho dichiarato. Or veniamo alle prove di queſt' ultimo quesito.

Noi abbiamo detto, che li ſcudi 100. del primo Anno meritando ſi fanno 110. e ſcontando, reſtano ſolamente 90. $\frac{10}{11}$ ſicchè abbiamo queſti tre numeri.

Capitale ſcontato.	Puro Capitale.	Capitale col guadagno.
Scudi 90 $\frac{10}{11}$.	Scudi 100.	Scudi 100.
	100.	90 $\frac{10}{11}$
	Scudi 1000. 9900.	11. 11000.
	100.	Scudi 100.
	Scudi 10000.	

Q ve-

Vediamo un poco se questi tre termini abbiano le condizioni, che ricerca Euclide. Moltiplicando 90. $\frac{10}{11}$ con 110. ne produce 10000. Moltiplicando anco li Scudi 100. del Capitale in sè stesso, fanno pur 10000. Di più, dividendo il 100. (termine di mezzo) per 90. $\frac{10}{11}$ di Quociente ne viene $\frac{1}{10}$. E perchè dividendo il 110. [terzo termine] per 100. ne viene parimente 1. $\frac{1}{10}$ Adunque li tre termini, avendo le dovute condizioni, sono continui proporzionali. Adunque la proporzione, che ha il meritare, la medesima ha il scontare. Però la Regola è buona.

Per li Scudi 100. *del secondo Anno.*

Capitale scontato.	Puro Capitale.	Capit. col guadagno.
Scudi 83. $\frac{1}{3}$.	Scudi 100.	Scudi 120.

Moltiplicando il primo col terzo termine fa pure 10000. Di più, dividendo 100. per 83. $\frac{1}{3}$ ne viene 1. $\frac{1}{3}$ ed 1. $\frac{1}{3}$ ne viene anco dividendo il 120. per 100. Adunque la Regola è ottima.

Per li Scudi 100. *del terzo Anno.*

Capitale scontato.	Puro Capitale.	Capit. col guadagno.
Scudi 76 $\frac{12}{13}$	Scudi 100.	Scudi 130.

Moltiplicando il primo col terzo termine fa pur 10000. Di più, dividendo 100. per 76. $\frac{12}{13}$ ne viene 1. $\frac{3}{10}$ & 1. $\frac{1}{3}$ ne viene anche dividendo il 130. per 100. Adunque non si può negare la verità di questa Regola: poichè in tutti e tre li proposti Anni vi si ritrovano le condizioni ricercate da Euclide, cioè, che il Prodotto del primo nel terzo numero è stato sempre eguale al Prodotto del secondo, moltiplicato in sè stesso, e di più in tutti e tre gli Anni il terzo numero contiene tante volte il secondo, quanto che il secondo contiene il primo (Condizioni, che non troverete, se farete, che 100. resti 90.) Adunque la proporzione, che si trova nel meritare, quell' istessa ha lo

ſcontare, perchè ſi tocca con mani, che la proporzione, che ha il puro capitale col capitale, e guadagno, l' iſteſſa ha il puro capitale, col capitale ſcontato.

Addimando a quei, che ſono di contraria opinione. S' uno mi doveſſe dare Scudi 100. da quì a 10. Anni, e sborſandoli di preſente gli voleſſi ſcontare il 10. per 100. quanto mi dovria dare? Certiſſimo, che non mi dovria dare coſa alcuna, volendo, che Scudi 100. nello ſcontare reſtino ſolamente 90. Ma operando ſecondo la vera regola, i Scudi 100. in capo a 10. Anni meritando ſi fariano Scudi 200. e ſcontando reſtariano ſolamente 50. E tanti ne deve avere. Ivi ho detto, che non dovria dar coſa alcuna. Queſto è vero ſecondo il parere di quei, che nello ſcontare vogliono, che 100. reſtino il primo Anno 90. il ſecondo 80. il terzo 70. &c. ſiccome nel meritare 100. diventano 110. in capo al primo Anno, 120. in capo al ſecondo, 130. in capo al terzo &c. ma queſta è gran ſcioccaggine, perchè nel meritare, il Capitale reſta ſempre intero, che nel ſcontare ſempre ſi ſcema d'Anno in Anno, però non poſſono ſcontarſi egualmente ogni Anno Scudi 10.

Altri vogliono, che in capo al primo Anno i Scudi 100. reſtino 90. Per il ſecondo dicono: ſe 100. reſta 90. che reſterà 90? Reſterà 81. Per il terzo Anno dicono: ſe 100. reſta 90. che reſterà 81. reſterà 72. $\frac{9}{10}$ e così con queſt' ordine operariano fino al decimo Anno. Il calcolo di queſti è buono, ma perchè lo ſcontare non ha la medeſima proporzione, che ha il meritare, in ciò ſi ſcorge il ſuo errore, e ſi conferma la fedeltà della Regola. Fatene la prova.

Capitale ſcontato. Puro Capitale. Capitale col guadagno.
Scudi 50. Scudi 100. Scudi 200.

Moltiplicando il 50. col 200. fa pure 10000. Di più ſic-

ſiccome il 100. contiene due volte il 50. così il 200. contiene due volte 100. Adunque &c.

Mi reſta da riſpondere ad una difficoltà ſopra queſto preciſo queſito, per lettera fattami dal Signor Franceſco Manelli Piacentino, uomo dotto, e ſtimatiſſimo, che poco fa pur lui ancora ha poſto alla Stampa in materia di Geometria. La difficoltà è queſta.

Se noi riduciamo quei tre termine di pagamenti ad un ſol termine, certo è, che [ſecondo l' inſegnata Regola] in capo a due Anni il debitore ſaria tenuto di sborſare in un ſol sborſo li Scudi 300. Sicchè volendogli ſcontare, biſognerà dire. Se 120. reſta 100. che reſterà 300? Operando reſterà 250. E tanti Scudi appunto dovria sborſare di preſente il debitore. Il che non batte con l' altra operazione di ſcudi 25. $\frac{71}{239}$. E dove naſce queſta differenza? Lo volete ſapere? Attenti. Non ho detto io, che in tre termini continui proporzionali quanto più creſce un termine eſtremo, tanto più cala l' altro? Avete conſiderato, che il capitale ſcontato per li Scudi 100. del primo Anno ſono reſtati 90. $\frac{10}{11}$. Quelli del ſecondo Anno 83. $\frac{1}{3}$ e quelli del terzo Anno ſolamente 76 $\frac{12}{11}$ nè per altro, ſe non perchè per li primi Scudi 100. avete detto. Se 110. reſta 100. &c. Per li 100. del ſecondo Anno, ſe 120. reſta 100. &c. e per il terzo Anno avete detto. Se 130. reſta 100. &c. Ora quando voi vi riducete a pagare ſcudi 300. in capo a due Anni, ſiccome v' obbligate a queſti due termini. Se 120. reſta 100. &c. così di neceſſità obbligate anco i Scudi 300. all' altro termine in contiuua proporzione di Scudi 83. $\frac{1}{3}$. Sicchè quei Scudi 100. del primo Anno, che ſcontati reſtano 90. $\frac{10}{11}$ ridotti in capo alli due anni, reſteranno ſolamente 83. $\frac{1}{3}$. E quei 100. del terzo Anno, che prima erano ſolamente 76 $\frac{12}{11}$

anti-

anticipandoli un' Anno, si fanno pur loro 85. $\frac{1}{4}$. E questa è la cagione dello sbaglio.

Or passiamo più avanti. La differenza di 83 $\frac{1}{4}$ a 90. è 7. $\frac{20}{133}$. La differenza da 76 $\frac{12}{17}$ a 83. $\frac{3}{4}$ è 5. $\frac{16}{17}$. Sicchè li Scudi 100. del primo Anno ridotti al secondo Anno calano scudi 7. $\frac{19}{133}$ e li 100. del terzo Anno crescono solamente 6. $\frac{16}{17}$. Cavinsi le differenze l' una dall' altra, cioè 6. $\frac{6}{17}$ da 7. $\frac{19}{133}$ e ne resterà $\frac{171}{833}$ d' aggiugnersi alli scudi 250. che poi saranno 251. $\frac{17}{49}$ come per il primo modo. Adunque non vi sia più alcuno, che dubiti della fedeltà di questa Regola, trovata da' nostri Antichi, che quando la saprete maneggiare, qualsivoglia modo, che sia, sempre vi dirà il vero.

MODO DI RIDURRE PIU' PAGAMENTI AD UN SOL TERMINE, O PAGAMENTO.

CAPITOLO XV.

Quesito Primo.

UNo compra una Casa per il valore di Scudi 1200. con patto, ed obbligazione di pagar in capo a due Anni scudi 700. e gli altri scudi 500. promette sborsarli immediatamente finiti li quattro Anni, ma per certe occorrenze accadute, concordemente le parti vorriano fare un sol sborso di questi scudi 1200. ma ad un tempo, e termine tale, che di ragione non pregiudichi nè all'uno, nè all' altro. Or s' addimanda, a che tempo, o termine si ha da fare tal pagamento?

In due modi si può questa, e simili questioni risolvere. La prima è questa. Vedasi quanto meritariano li Scudi 700. in quei 2. Anni, che ha tempo a pagarli a 10. per Cento (o altro merito *ad libitum*.) Il che facendo me-

meritano scudi 140. Vedasi ancora quanto meritano gli altri scudi 500. nelli 4. Anni. Il che facendo, fruttano scudi 200. e questi sommandoli con gli altri 140. faranno tutti insieme 340. Dopo questo. Vedasi in quanto tempo tutta la massa de' scudi 1200. meriteriano essi scudi 340. a 10. parimente per Cento, del chè facendone prova, li meritariano in Anni 2. e Mesi 10. E così in termine di due Anni, e Mesi dieci sarà tenuto il debitore a pagargli 1200. scudi, e questa è la ragione, perchè tanto meritano a qualsivoglia merito li 1200. Scudi in due Anni, e dieci Mesi, quanto meritano li 700. scudi in due Anni, e gli altri 500. scudi in 4. Anni.

Il secondo modo è più breve, più facile, ed il più maestrale, ed è questo. Siano quanti si vogliono li termini, o le partite, che per aver l'intento, basta moltiplicar ciascuna partita, o quantità di scudi, di lire, &c. col suo tempo prescritto a pagarli [convertendo gli Anni in Mesi, quando con gli Anni vi siano Mesi, e li Mesi convertendoli in giorni, quando con li Mesi vi siano giorni.] Fatto questo, si sommano tutti li suddetti Prodotti (che composti di prezzo, e di tempo si chiamano) e la somma dividendoli subito per la somma di tutte le partite di Scudi, di lire &c. Il Quociente sarà il tempo cercato, nel quale sarà tenuto il debitore a sborsare la Moneta.

Quì il tutto si vede chiaro per l'istesso quesito.

Scu. 700. suo termine di pag. An. 2. suo prod. o Com. 1400.
Scu. 500. suo termine di pag. An. 4. suo prod. o Com. 2000.
Div. 1200. e somma delle partite. Somma de' Comp. 34100
12100. An. 2 $\frac{12}{13}$

cioè 10. Mesi, come per il primo modo. E questo secondo modo è da praticarsi.

Queſito Secondo.

Uno deve dare ad un' altro
L. 50. ha tempo Meſi 7. Comp. 350.
L. 10. ha tempo Meſi 9. —— 90.
L. 30. ha tempo Meſi 10. —— 360.

Diviſore 96. Somma de' Compoſti 800. Quoc. Meſi 8.
768

32. Meſi da farſi
30. (in giorni.
Div. 96. 960. Quo. gior. 10

In capo a Meſi 8. giorni 10. farà tenuto di pagare in un ſol sborſo Lir. 96.

Queſito Terzo.

Uno deve dare ad un' altro per certi intereſſi, che hanno inſieme li ſottoſcritti Denari, da pagarſi in diverſi tempi. Volendoli pagare tutti in una ſol volta, a che tempo di ragione dovrà far tal sborſo?

Scud. 123. adì 7. Gen. 1692. Meſi. Giorni.
Scud. 18. adì 18. Lug. 1692. Differ. 6. 11. Per merito Scu. 9. L. 3. S. 0. D. 11.
Scud. 127. adì 16. Set. 1692. Differ. 8. 9. Per merito Scu. 8. L. 3. S. 2. D. 8.
Scud. 368. adì 26. Mar. 1693. Diff. 14. 19. Per merito Scud. 44. L. 3. S. 10. D. 0.

Scud. 802 Scud. 63. L. 1. Sol. 13. D. 7.

Per il primo modo queſti queſiti ſi riſolvono così, per fondamento dell' operazione, ſi piglia la prima partita, cioè quella delli 7. Gennajo 1692. Il che ſuppoſto, biſogna vedere la differenza del tempo, che ſi trova dalla prima partita a ciaſcun altro termine, o partita. La qual differenza l' ho notata in meſi, e giorni. Dopo biſogna vedere, quanto meritano li Scudi di ciaſcuna partita in quel tempo, o meſi della ſua differenza a

10.

10. per 100. all' Anno, (ovvero a qualsivoglia merito) Per maggior intelligenza l' ho notato nella propria partita. Fatto questo, si sommano le partite del debito, che fanno Scud. 802. Si sommano parimente tutti li meriti insieme, che sono Scudi 63. Lir. 1. Sol. 13. Den. 7. vi saria un Rotto di Denaro, del quale non se ne fa conto, come anco per un' anno, si pigliano solamente 360. giorni. Dopo tutto questo, bisogna vedere, in quanto tempo la somma delli Scudi 802. meriteriano a 10. per 100. li suddetti Scudi 63. Lir. 1. Soldi 13. Den. 7. dal che facendone prove, le meriteriano, o guadagneriano in Mesi 9. giorni 14. [lasciando da parte le minuzie.] Finalmente aggiugnendo questi mesi 9. giorni 14. al tempo della prima partita, cioè alli 7. Gennajo 1692. (ove s' è fondata l' operazione) il termine di questo aggregato arriverà alli 21. d' Ottobre dell' istesso Anno 1692. Adunque alli 21. d' Ottobre 1692. si dovranno pagare le suddette quattro partite.

Ma volendo risolvere il quesito per il secondo modo, bisogna convertire in giorni li mesi della differenza. Il che fatto si moltiplicano li giorni con li Scudi della loro partita, e li Prodotti si sommano insieme, e quest' ultimo avvenimento si parte per la somma de' scudi delle quattro partite, che sono 802. e di Quociente ne verranno 284. che saranno giorni, perchè li compositi parimente sono di Scudi, e di giorni. Convertendo finalmente questi 284. giorni in mesi, ne vengono pure mesi 9. giorni 14. quali aggiunti alli 7. di Gennajo, arrivaranno (come per l' altro modo) alli 21. d' Ottobre 1692.

Scudi 123. adì 7. Gen. 1692.
Scudi 184. Differ. gior. 191. Suo comp. 35144.
Scudi 127. Differ. gior. 249. Suo comp. 31623.
Scudi 368. Differ. gior. 439, Suo comp, 161552.

Scudi 802. Div. 802. 228319. Quoc. gio. 160 (2814 551/802

6791. G. 3lo. 9. Mes. 6416. (G. 14. 551/802

3759.
3208.

551.

Di quel Rotto di giorno 551/802 non se ne tien conto. Ma chi volesse veder il pelo nell' uovo, sariano mesi 9. gior. 14. or. 16. min. 29. e 262/802 di minuta. La prima partita non forma composto, perchè non ha differenza di tempo, essendo essa il fondamento dell' operazione. Ho posto parimente due modi d' operare, acciò uno testifichi la verità dell' altro.

Come si tiri in resto sì in tempo, come in Denari una ragione di due, ovvero più partite di meriti, o altro simile.

CAPITOLO XVI.

QUei, che si esercitano in dare, o ricevere a Censo, se spesso non saldano le partite in un sol resto, a longo andare, si troveranno molto confusi, ed imbrogliati; però quì s' insegna il modo di saldare dette partite. Alla pratica.

Que-

Quesito Primo.

Uno comprò una Possessione l' Anno 1692. qual monta scudi 4530. nel qual contratto costui sborsa scudi 2000. con obbligarsi a pagare gli altri scudi 2530. a' 25. di Marzo l' Anno 1697. e se a tal tempo non potesse pagarli per qualche accidente, s' offerse a pagargli di merito 13. per cento all' Anno, per tutto il tempo, che oltre il detto termine, tarderà a sborsarli li suddetti scu. 2530. con patto però; che se occorresse sborsarne qualche parte avanti detto termine, che ancor lui il venditore sia tenuto a rifargli tal tempo nel restante; cioè allungargli il detto termine alla ratta de' danari, che gli darà, e del tempo in che li darà, del che contentandosi il venditore della Possessione, ne fanno Scrittura. Ora accade, che alli 29. di Settembre 1694. il Compratore sborsa altri Scudi 1000. al Venditore. S' addimanda. In qual giorno sarà tenuto a pagare il resto, cioè scudi 1530?

Questo, e simili Quesiti si mettono in chiaro così. Vedasi quanto tempo prima del patto il Compratore paghi quei mille scudi. Chiara cosa è, che li paga prima del termine assegnato 2. Anni 5. Mesi, e 26. Giorni. Ora vedasi quanto meritano li mille scudi sborsati in questi Anni 2. Mesi 5. e Giorni 26. il che fatto, si trova, che meritano scudi 252. Lir. 0. Sol. 17. Den. 9. $\frac{1}{3}$ a 10. per 100. (se bene si potria pigliare, che merito si vuole per 100.) Dopo questo, bisogna anco vedere in quanto tempo a 10. per 100. li restati scudi 1530. guadagnariano li suddetti sc. 252 $\frac{2}{3}$ (che tanto a puntino sono quei sol. 17. Den. 9. $\frac{1}{3}$.) del che facendone prova, li guadagnariano in Anni 1. Mesi 7. e giorni 15. (lasciando il Rotto de' giorni.) e tanto appunto deve allongarsi il termine, cioè alli 25. di Marzo 1697. bisogna aggiugnervi quell' Anno 1. Mesi 7. e giorni 15. Il che facendo, s' arriverà alli 10.

Novembre 1698. Adunque si conchiude, che il Compratore deve pagare li restati scudi 1530. alli 10. Novembre 1698. E se non paga, per l' avvenire sarà tenuto pagare di merito 13. per cento, in riſguardo solamente a quei scudi 1530. che resta debitore, come sono d' accordo.

Ma più presto, e con manco limamento di cervello si avrà l' intento così. Moltiplica gli Anni 2. Mesi 5. e giorni 26. [fatti tutti in giorni] con li Scudi mille, e di prodotto ne verrà 896000. e questo partito per li scudi 1530. che resta debitore, ne riuscirano 585. giorni, che fatti in Anni, e Mesi, ne risultano pure Anni 1. Mesi 7. e giorni 15. (come per l' altro.) E poi s' aggionge, & opera come sopra, &c. Di questo Rotto $\frac{95}{1111}$ non se ne tien conto.

Anni - m. G. Giorni

2- 5. 26. 30 | 585

12

divi. 2930 12 | 19 -- 15

1530. 8 9 6000 | 585 Anni 1 -- 7- 15

1 3 100

8600

9 510

15310

Quesito Seconde:

L' Anno 1692. a' 24. di Febbrajo, uno pigliò da un suo amico scudi 800. a pagarli 6. per 100. all' Anno con patto però di poterli restituire in tutto, o in parte ogni volta, che v' abbia comodo, [per diminuire l' interesse.] Occorre, che a' 18. di Luglio del medesimo Anno ne ritorna indietro 300. senza pagarli però li frutti corrispondenti alli 4. Mesi, e 24. giorni, che ha tenuto li 300. scudi nelle mani, Or s' addimanda, a che tempo ha da sborsare gli altri 500. Scudi, acciò con essi il Creditore

ditore si rimborsi del merito, o frutti delli Scudi 300. che l'altro ritornò indietro?

Questo quesito si risolve come il passato, se bene è tutto contrario: perchè in quello, avendo sborsato 1000. Scudi prima del tempo, conviene allungare il termine, per la paga degli altri; ma quì converrà tirarlo indietro, acciò il Creditore si rinfranchi con li 500. scudi del frutto delli ritornati 300. Scudi. Adunque si fa così per il primo modo. Vedasi quanto meritano li scudi 300. in quei Mesi 4. e giorni 24. che gli ha tenuto in mano. Meritano scudi 7. $\frac{1}{7}$ cioè soldi 16. Vedasi parimente in quanto tempo li scudi 500. meriteriano li medesimi scudi 7. $\frac{1}{7}$. Per saperlo, prima si moltiplicano li Scudi 300. con li Mesi 4. $\frac{4}{7}$ daranno questo composto 7200. di Mesi, e di Scudi. Dopo questo, bisogna dire. Se Scudi 7. $\frac{1}{7}$ vengono dal composto 7200. da che composto verranno Scudi 7. ed $\frac{1}{7}$? In simili occorrenze, perchè il primo, ed il terzo termine sono di quantità eguali, dopo l'aver faticato, ne tornaria pur l'istesso composto 7200. però serva d'avviso, che basta a partire quel primo composto, prima per 5. per rispetto d'aver convertiti li Mesi 4 $\frac{4}{7}$ tutti in quinti) e verrà 1440. e sarà un composto di Mesi interi, e di Scudi. Finalmente dividendo questo composto 1440. per il componente cognito, cioè per li Scudi 500. di Quociente, ne verranno Mesi 2. Giorni 26. $\frac{2}{7}$ ed in tanto tempo appunto li scudi 500. guadagneranno scudi 7. $\frac{1}{7}$. Finalmente sottratti questi due Mesi, e Giorni 26. (lasciando andare il $\frac{2}{7}$) dalli 24. di Febbrajo 1692. tornando all'indietro, s'arriverà alli 28. di Novembre 1691. Ed in questo giorno appunto il Debitore dovrà pagare li scudi 500. con li loro frutti, e così farà saldata la partita sì in tempo, come in Denari.

Ma volendola risolvere per il secondo modo [sempre più facile) basta a moltiplicar li scudi 300. con li Mesi $4\frac{2}{7}$ e ne verrà questo composto di Scudi, e Mesi 1440. qual partito per li scudi 500. ne veranno Mesi 2. Giorni $26\frac{2}{7}$ siccome per l' altro modo; e poi nel resto s' opera come sopra, stracciando la prima scrittura, fatta sotto li 24. Febbrajo 1692.

Se uno sborsasse in più volte quantità di Denari, avanti, o dopo il tempo, si meritano tutte le partite, e poi si slunga, o s' accelera il tempo per il pagamento nel residuo, quanto staria esso residuo, a meritare quello hanno meritato quelle partite tutte insieme. Non porto esempio per fuggire la longezza. Da passati esempj, bene intesi, s' impara &c.

Del meritare, e scontare a capo d' Anno, detto Frutto de' Frutti, ovvero usura.

CAPITOLO XVII.

SEbbene fra' Cristiani sono proibiti, nè per alcun modo si devono fare contratti usurarj, tuttavia la scienza virtuosa è sempre lodevole. Meritare a capo di Anno non è altro, che dare, o ricevere quantità di Denari, a pagare un tanto per cento all' Anno, e se non si paga in capo all' Anno, l' Anno seguente si sia tenuto a pagare non solamente li frutti del capitale, ma anco li frutti del frutto dell' Anno passato (però proporzionalamente.) Per esempio. Se uno pigliasse scudi 100. a 10. per cento all' Anno, e far a capo d' Anno, se il primo Anno non pagasse quel tale li Scudi 10. meritati dalli scudi 100. l' Anno seguente ne dovria pagare 21. Venti per il capitale, ed 1. per frutto di quei 10. Scudi, che per frutto doveva

veva pagare, l'Anno terzo ne dovria pagare 33. $\frac{3}{10}$. l'Anno quarto 46 $\frac{41}{100}$ &c. Or veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Uno piglia impreſtito Scudi 500. a pagarli a capo di Anno 10. per 100. all'Anno, e coſtui li tiene Anni 3. senza pagarli mai frutto alcuno. S' addimanda, in capo a queſti Anni 3. quanto ſarà tenuto di pagare?

In più modi ſi poſſono riſolver ſimili queſiti, ma queſto ſia il primo. Già ſappiamo, che ſcudi 100. meritando, o fruttando in capo ad un' Anno di 100. diventano 110. Ora nel caſo noſtro diciamo così. Se 100. diventa 110. che mi diventeranno 500. diventeranno 550.

Per il ſecondo Anno ſi dice. Se 100. mi diventa 110. che diventeranno 550? Diventeranno 605. Finalmente per il terzo Anno ſi dice. Se 100. mi da 110. quanto mi daranno 605? daranno ſcudi 665. $\frac{1}{2}$ e tanto appunto dovrà pagare quell' amico fra merito, e capitale, e merito di merito per li ſcudi 500. pigliati in preſtito.

Secondo modo.

Si potria anco ſchiſare per 10. il 100. ed il 110. e ne verria 10. e poi opera con queſto 10. ed 11. come s' è operato di ſopra col 100. e 110. dicendo così. Se 10. mi dà 11. che mi darà 500? Operando s' avranno pure in capo a 3. Anni ſcudi 665. $\frac{1}{2}$.

Terzo modo.

Si potria anco far così. Moltiplicar tre volte il 500. per 11. ne verranno 665500. il quale diviſo per la moltiplicazione del 10. tre volte, che ſono 1000. ne verranno pure ſcudi 665. $\frac{500}{1000}$ cioè $\frac{1}{2}$. Dico tre volte, perchè tre ſono gli Anni, che godè li ſcudi 500. Tante volte ſi fanno le moltiplicazioni, quanti ſono gli Anni &c.

Quarto modo.

Quando il merito è parte del 100. come nel caſo noſtro

ſtro, che á 10. per cento, ne viene per merito $\frac{5}{10}$ del ſuo capitale, ſi può far così. Dividanſi li ſcudi 500. per 10. e ne verranno 50. e queſti giunti col 500. fanno 550. per il primo Anno. Per il ſecondo Anno dividanſi per 10. queſti ſcudi 550. e ne verranno 55. che congiunti con li 550. fanno ſcudi 605. Finalmente dividanſi li ſcudi 605. per 10. e ne verranno 60 $\frac{5}{10}$ quali uniti con li 605. per il terzo Anno, faranno come ſopra ſcudi 665 $\frac{5}{10}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Quinto modo.

Ultimamente ſi potria ancor far così. Meritar Cento Scudi per tre Anni (o per quanto tempo occorre ſecondo la propoſta) che nel caſo noſtro ne verriano 135 $\frac{1}{10}$, e poi dire. Se 100. mi danno 133. $\frac{1}{10}$ che mi daranno 500? Daranno pure come per gli altri modi, ſcudi 665. $\frac{50}{100}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Scontare.

Lo ſcontare a capo d'Anno è un'atto contrario all'iſteſſo meritare a capo d' Anno, e queſto è tanto differente dallo ſcontare ſemplicemente, quanto è differente il meritare a capo d' Anno, dal meritare ſemplicemente. Per tutti quei modi, che ſi può meritare a capo d' Anno, per gli ſteſſi ſi può anco ſcontare. Poſſedendo bene il precedente queſito, e ſua riſoluzione s' arriverà al punto.

DELLE COMPAGNIE.

CAPITOLO XVIII.

LA natura del Mercantare in compagnia è queſta, che concorrendo più perſone con varj capitali al traffi-care, tutti parimente ſi ſottopongono tanto al guadagno, quanto alla perdita, non egualmente, ma alla rata porzione del capitale, che ciaſcuno vi ha poſto. Alla pratica.

Queſito Primo.

Tre Mercanti fanno compagnia. Il primo vi mette ſcudi 235. il ſecondo ſcudi 430. ed il terzo ſcudi 500. Finito il negozio ſi trovano aver guadagnato ſopra il capitale 515. ſcudi, or s' addimanda, quanto toccherà per ciaſcuno a proporzione del capitale poſto da principio?

Queſti queſiti facilisſimamente ſi riſolvono per la Regola del tre, tante volte replicata, quante ſono le perſone della compagnia. Si ſommano inſieme le tre partite del capitale, che fanno ſcudi 1165. e perchè queſto corpo di tutto il capitale ha guadagnato li ſcudi 515. ſi dice. Se ſcudi 1165. hanno guadagnati li ſcudi 515. di queſti, quanti n' avranno guadagnati li ſcudi 235. del primo Mercante? Operando al ſolito, le toccheranno ſcudi 103. lir. 3. ſol. 10. den. 8. $\frac{176}{233}$. Dipoi ſi dice. Se 1165. guadagnarono 515. di queſti quanti n' avranno guadagnati li ſcudi 430. del ſecondo Mercante? Ne guadagnorno ſcudi 190. lir. 0. ſol. 6. den. 10. $\frac{94}{233}$. Finalmente ſi dice. Se 1165. guadagnorno 515. di queſti quanti ne guadagnorno li ſcudi 500. del terzo Mercante? Ne guadagnorno ſcudi 221. lir. 0. ſol. 2. den. 4. $\frac{196}{233}$. E che ſia il vero, ſommando inſieme ciaſcun guadagno di queſti tre Mercanti, faranno pure ſcudi 515. E così s' opera, ſe foſſero bene 50. Compagni.

In quel modo, che ſi parte il ſolo guadagno, nell'iſteſſo ſi partiria anco il guadagno, e capitale inſieme.

Se occorreſſe perdere in cambio di guadagnare, s' opera pure nell' iſteſſo modo. Per eſempio. Se li ſuddetti tre Mercanti aveſſero perduto 150. Scudi, ſi diria così. Se ſcudi 1165. hanno perduto ſcudi 150. quanti ne avranno perduto li ſcudi 235. del primo Mercante? Così ſi farà per gli altri due. Ovvero operare con la maſſa della perdita, e capitale.

Que

Queſito Secondo.

Uno deve dare, ed è debitore a tre perſone: Al primo deve dare ſcudi 205. al ſecondo ſcudi 436. ed al terzo deve dare ſcudi 180. Occorre, che coſtui muore, o ſi va con Dio, nè ſi trova aver più, che per ſcudi 480. S' addimanda. Quanto deve toccare a ciaſcun creditore?

Operando come ſopra. Al primo toccheranno Scudi 119 $\frac{701}{737}$. Al ſecondo 254 $\frac{745}{737}$. E al terzo 105 $\frac{195}{737}$.

Queſito Terzo.

Tre fanno compagnia. Il primo mette Scudi 100. il ſecondo Scudi 200. ed il terzo vi mette 20. Moggia di Formento, ed avendo guadagnato Scudi 400. al primo toccorno ſcudi 66. $\frac{2}{3}$ al ſecondo 133 $\frac{1}{3}$ ed al terzo toccorno ſcudi 200. Ora queſto terzo compagno vorria ſapere, quanto li fù apprezzato il Formento per Moggio.

Si fa così, e ſi dice, ſe ſcudi 66. $\frac{2}{3}$ di guadagno, vengono da Scudi 100. di capitale, Scudi 200. pur di guadagno, da che capitale vennero? Vennero da Scudi 300. di capitale, e tanto valero le 20. Moggia di Grano, (che viene ad eſſere ſcudi 15. per Moggio) L' iſteſſo verrà a farne la prova per il guadagno, e capitale del ſecondo Compagno.

Queſito Quarto.

Tre altri compagni hanno guadagnato Lir. 460. Il primo poſe nella Compagnia Lir. 380. il ſecondo Lir. 420. ed il terzo tanto poſe, che dal guadagno li toccorno Lir. 200. S' addimanda, che toccò agli altri due? e che poſe il terzo Compagno?

Per ſapere quanto poſe il terzo, ſi fa così, ſi ſottrano le Lire 200. dalle Lir. 460. guadagnate, e ne reſtano Lir. 260. (guadagno degli altri due; li capitali de' quali uniti inſieme ſono Lir. 800.) Dicaſi poi così. Se Lir. 260. di guadagno vengono da Lir. 800. di capitale. Da che capitale

pitale verranno Lir. 200. pur di guadagno? Operando, si trova, che vengono da Lir. 615. Sol. 7. Den. 8. $\frac{4}{7}$ E tanto pose il terzo. Per saper quanto toccò agli altri due in particolare di quelle Lir. 260. si dice per la Regola ordinaria delle compagnie; se Lir. 800. hanno guadagnato Lir. 260. che toccherà a Lir. 380? E che toccherà a Lir. 420? Operando, toccheranno Lir. 123. Sol. 10. al primo, ed al secondo Lir. 136. Sol. 10.

Quesito Quinto.

Tre persone si trovano a mangiare insieme all' Osteria, un Spagnuolo, un Franzese, ed un' Italiano. Finita la cena lo Spagnuolo dice. Io voglio pagare il doppio del Franzese, ed il Franzese dice, io voglio pagare il doppio dell' Italiano; e l' Oste deve avere soldi 56. S' adimanda, quanto pagherà ciascun di loro?

In questo, e simili quesiti bisogna immaginarsi per capitale dell' Italiano 1. per capitale del Franzese 2. e per capitale dello Spagnuolo 4. li quali uniti insieme fanno 7. Dipoi per la Regola comune si dice. Se 7. paga 56. che pagarà 4. dello Spagnuolo, 2. del Franzese, ed 1. dell' Italiano? Operando, allo Spagnuolo tocca il pagar sold. 32. al Franzese 16. ed all' Italiano 8. solamente.

Quesito Sesto.

Tre compagni fanno compagnia, uno pose nel negozio scudi 160. e stette nella compagnia Mesi 6. il secondo pose scu. 200. e vi stette mesi 4. ed il terzo vi pose scudi 90. e durò nella compagnia un' Anno intero, in capo del quale si trovarono aver guadagnato scudi 150. S' addimanda. Quanto toccherà a ciascuno di ragione?

Per far questa, e simili ragioni si moltiplicano li Scudi di ciascun compagno, con li Mesi proprii, ne' quali s' è trattenuto nella compagnia; e quel composto di Scudi, e di Mesi sarà il loro capitale. Sicchè nel caso nostro

il composto del primo compagno sarà 960. Quello del secondo sarà 800. E quello del terzo sarà 1080. che uniti insieme, fanno in tutto un composto di 2840. Di poi per la Regola comune si dice. Se 2840. ha guadagnato scudi 150. quanti ne toccherà a 960. del primo, a 800. del secondo, ed a 1080. del terzo compagno? Operando, al primo toccarono scudi 50 $\frac{50}{71}$ al secondo 42. $\frac{18}{71}$ ed al terzo 57 $\frac{3}{71}$.

Quesito Settimo.

Tre altri fanno compagnia per lo spazio di due anni, e guadagnarono scudi 350. il primo mise scu. 180. e dopo 6. Mesi per certo suo bisogno levò dalla compagnia scu. 48. Il secondo mise scu. 205. e dopo Mesi 9. levò scudi 30. ed il terzo mise scudi 290. ed in capo al primo Anno levò ancor lui scudi 90. Or s' addimanda. Nel partire il guadagno, quanto toccherà a ciascun di loro?

Per prima operazione si moltiplica il capitale di ciascuno con li 24. Mesi, che durò la compagnia, sicchè il composto del primo farà 4320. Quello del secondo 4920. e quello del terzo 6960. Per seconda operazione bisogna moltiplicar quei scudi, che ciascuno levò dalla compagnia, con li Mesi, che l' istessa compagnia stette senza di essi, ed il Prodotto di ciascuno sottrarlo dal proprio composto [detto di sopra] e quello, che resterà, sarà il composto germano, per risolvere il quesito. Il che fatto, per il primo resta un composto di 3600. Per il secondo di 4470. e per il terzo di 5880. quali sommati insieme, fanno 13950. Dipoi si dice al solito, se 13950. ha da partire scudi 350. quanti ne toccherà a 3600. del primo. Quanti a 4470. del secondo. E quanti a 6880. del terzo compagno? Operando al primo toccheranno scudi 99 $\frac{30}{71}$. Al secondo 112 $\frac{14}{71}$. Ed al terzo 147 $\frac{22}{71}$. Ma qui bisogna avvertire, che se oltre a Mesi vi fossero giorni, bisognaria

in

in tal caſo convertire ogni coſa in giorni, e poi fare le ſopraddette moltiplicazioni.

Si potria ancor far così (ed è più chiaro.) Si moltiplichi ogni quantità del capitale con li meſi, che di mano in mano reſtò incorporato nella compagnia, e li Prodotti s' uniſchino inſieme. Per eſempio. Nel precedente queſito il primo compagno poſe nella compagnia ſcudi 180. e dopo 6. meſi ne levò 40. ſicchè per meſi 6. la compagnia ebbe il benefizio di tutti li ſcudi 180. e per meſi 18. ebbe l' utile ſolo di 140. Ora dico, che ſi moltiplichino li ſcudi 180. con li meſi 5. e li ſcudi 140. con li meſi 18. s' avranno queſti due compoſti 1080. e 2520. quali uniti inſieme, s'avrà un compoſto di 3600. per il primo compagno, come per l' altro modo. Con l' iſteſſo ordine ſi trovi il compoſto vero, e reale degli altri due compagni. [Anzi queſto medeſimo ordine ſi tiene, ogni volta, che qualſivoglia compagno levaſſe, ovvero aggiugneſſe, ed anco ſe levaſſe, e poi aggiugneſſe quanto gli piace.]

Queſito Ottavo.

Due fanno compagnia per un' Anno ſolamente, e per capitale ciaſcuno di loro poſe in eſſa ſcud' 10000. e guadagnarono ſcudi 500. Il primo compagno ſtette ſodo col capitale; ma il ſecondo, un meſe, e mezzo dopo l' avere cominciato il negozio, levò dalla compagnia ſcudi 1000. Tre meſi dopo ne levò altri 500. Ma dopo quattro meſi ne incorporò nella compagnia 800. S' addimanda. Nel partire, che faranno il guadagno, quanto toccherà a ciaſcuno?

Non ſolamente dall' aver poſto danari nel negozio prima l' uno, che l' altro, sì cauſa la diverſità di tempo fra loro, ma ancora dal giungere, o levare dal depoſto Capitale, che alcuno, o più di loro (o pur

tutti

ti) faceſſe. Il che quando ſarà, che ſi tolga, o ripon
a qualche danaro non ſarà il caſo libero da difficoltà. Po
iamo adunque, per eſempio, che il negozio comin
iaſſe il primo di Maggio 1755. nel qual tempo i due
ddetti compagni poneſſero egualmente ſcudi 10000. Do
o occorſe, che il primo alli 15. di Maggio pigliò ſcudi
000. e di nuovo nel primo d' Agoſto pigliò altri ſcu
i 500. Ma alli 20. di Settembre vi riposè ſcudi 800. e
osì perſeverò ſino al primo di Maggio 1756. In tut
o'quel tempo il ſecondo vi continuò li poſti ſcudi 10000.
Or dobbiamo diſtinguere le interotte quantità di dena
i, e di tempi occorſi nel conto del primo; Perlochè
i fa così: Pongaſi a modo di fattura la principale partita,
he depoſe eſſo primo compagno, ſeguitandovi i due ter
nini del tempo, che variò: cioè dal primo di Maggio
ino alli 15. di Giugno, e fattovi il conto quanti meſi
iano, come nell' eſempio ſeguente intavolato ſi vede,
: queſto è meſi 1. $\frac{1}{2}$ e perchè alli 15. di Giugno egli
oglie ſcudi 1000. levati dalli ſcudi 10000. reſtano 9000.
i quali poſti ſotto, e aggiuntovi il tempo, che per
everò, che fu dalli 15. di Giugno ſino al primo d'
goſto; che ſono meſi 1 $\frac{1}{2}$. Dipoi leva dalli ſcudi 9000.
i ſcudi 500. ch' ei pigliò nel primo d' Agoſto, e ſotto
onendoli alli rimanenti ſcudi 8500. col tempo, che così
ette la partita, che fu dal primo d' Agoſto ſino alli 20.
ettembre, che ſono meſi 1 $\frac{2}{3}$ e finalmente alli ſcudi 8500.
ggiugne li ſcudi 800. che vi poſe a' 20. di Settembre,
ſono ſcudi 9300. e ſotto il medeſimo ſe gli pone il
empo, che traſcorſe, che fu dalli 20. di Settembre ſi
o all' ultimo d' Aprile quando fornì il negozio, che
onò Meſi 7 $\frac{1}{3}$.

Scudi

Scudi 10000. dal primo di Mag. alli 15. Giugno Mesi 1 $\frac{2}{3}$.
Scudi $\frac{1000}{9500}$ dalli 15. Giugno al primo d' Agosto Mesi 1 $\frac{2}{3}$.
Scudi $\frac{500}{9000}$ dal primo d' Agosto alli 20. Settemb. Mesi 1 $\frac{2}{3}$.
Scudi $\frac{800}{8500}$ dalli 20. Sett. sino all' ultimo Aprile Mesi 7. $\frac{1}{3}$.

Mesi 12.

Di poi di nuovo si torna a fare altra intavolatura per fare i composti di tempo, e Capitale come vedesi.

Scudi 10000. Mesi 1 $\frac{2}{3}$ composto 15000
Scudi 9000. Mesi 1 $\frac{2}{3}$ composto 13500
Scudi 8500 Mesi 1 $\frac{2}{3}$ composto 14166 $\frac{2}{3}$
Scudi 9300. Mesi 7 $\frac{1}{3}$ composto 68200

Composto del primo 110866 $\frac{2}{3}$
Scudi 10000. Mesi 12 composto 120000

E questo è il composto del secondo, che unitì insieme fornano in tutto 230866 $\frac{2}{3}$.

Dipoi con la suddetta somma operando come al quesito primo, al primo del guadagno delli Scudi 5000. li toccherà Scudi 2401 $\frac{327}{1483}$ e al secondo Scudi 2598 $\frac{1156}{1483}$.

$\frac{230866\frac{2}{3}}{6926|00}$ Scudi 5000

$110866\frac{2}{3}$
3326|00
[16030000
[2401
27780
7600
674
2|6926
$\frac{337}{3463}$

$\frac{230866\frac{2}{3}}{6926|00}$ Scudi 5000

120000
3600|00
(18000000
(2598
41480
68500
61660
6252
2|6926
$\frac{3126}{3463}$

Sommo

Primo Scudi 2401 $\frac{337}{3463}$

Secondo Scudi 2598 $\frac{3126}{3463}$

5000

Quesito Nono.

Tre compagni fanno compagnia. Il primo vi pose scudi 800. per Mesi 6. il secondo stette nella compagnia Mesi 8. ed il terzo Mesi 10. ne si sà precisamente il loro capitale, bensì guadagnarono fra tutti tre scudi 2100. Quanto toccò a ciascuno del guadagno,

gno, e quanto fu il capitale del ſecondo, e terzo compagno?

Scudi	Meſi 8 (4800	Meſi 10 (4800	Parti 3 (2100
800	Secondo 600	Terzo 480	Ciaſcuno 700
Meſi 6			

Sc. 4800

Prova

Scudi	Scudi	Scudi	Sommo
800	600	480	4800
Meſi 6	Meſi 8	Meſi 10	4800
			4800
4800	4800	4800	
			14400
Scudi	Scudi	Scudi	
144	00	2100	4800	

8 [100800|00

18(12600

Scudi 700 Torna.

Queſti, e ſimili queſiti facilisſimamente ſi riſolvono così. Per ſapere il capitale del ſecondo, e terzo compagno, ſi moltiplica il capitale del primo compagno per meſi 6. che ſtette nella Compagnia, ed il Prodotto 4800. diviſo ſeparatamente per li meſi del ſecondo, e terzo compagno, di Queciente s' avranno ſcudi 600. per il capitale del ſecondo, e ſcudi 480. per il capitale del terzo. Quanto poi al guadagno di ciaſcuno baſta partire in tre parti eguali li ſcu. 2100. ſicchè a ciaſcun compagno toccheranno ſcudi 700. Per farne la prova baſta moltiplicar li meſi di ciaſcun compagno con li ſcudi del ſuo capitale, e ne veranno queſti tre compoſti eguali 4800.

4800. 4800. quali sommati insieme fanno 14400. Dipoi si dice. Se 14400. ha da partir scu. 2100. quanti ne tocca a 4800? Operando gli toccherà scudi 700.

Quesito Decimo.

Uno si mette a far Bottega di varie cose, e al principio di quest' Anno spende Lir. 800. per rinfranco della Bottega. Occorre, che un suo amico vorrebbe incorporare ancor lui nella Bottega Lir. 1200. ma in tempo tale, che in capo all' anno avessero da partire, e gli toccasse precisamente la metà di tutto il guadagno. Si dimanda. A che tempo deve metter nella compagnia le Lir. 1200?

Si fa così. Moltiplica le Lir. 800. del primo con li Mesi 12. di tutto l' Anno, e faranno 9600. e questo Prodotto parti per Lir. 1200. che vol mettere l' altro, e ne verrà di Quociente 8. E così 8. Mesi avanti, che finisca l' Anno, cioè al principio di Maggio dovrà impiegare le Lir. 1200.

Quesito Undecimo.

Un' altro pure al principio di quest' Anno spende Lir. 800. e dopo 3. mesi un suo amico lo prega a pigliarlo nella compagnia dell' Olio, che pretende di mercantare, il che facendo, promette di sborsare tanti Denari, che in capo dell' Anno avranno da partire il guadagno egualmente per metà. S' addimanda, quanto ha da sborsare l' amico?

Questo è tutto contrario al passato. Fa così. Moltiplica le Lir. 800. del primo con li Mesi 12. dell' Anno, e ne verrà 9600. il qual prodotto diviso per li Mesi 9. che l' altro deve stare nella compagnia, ne verrà di Quociente 1066 $\frac{2}{3}$ e così l' amico deve sborsare Lir. 1066 $\frac{2}{3}$.

Quesito Duodecimo.

Tre fanno compagnia, nella quale egualmente hanno posto un tanto per uno di capitale. Vero è, che il primo

vuo-

vuole, che il ſuo capitale gli guadagni 24. per 100. [eſſendo ſtato lui, ch' ha trovato il guadagno.] Il ſecondo ſi contenta a ragione di 16. per 100. ma il terzo, per eſſer un poverazzo di poca abilità, ſi contentò, che il ſuo capitale guadagnaſſe ſolamente a ragione di 10. per 100. Coſtoro guadagnarono ſcudi 3600. S' addimanda: Quanto tocca a ciaſcuno?

Suppoſto	Se 51.	Scudi 3600. 24	Se 51.	Scudi 3600. 16
24		1864olo		1576olo
16				
10		Primo 1728		Secondo 1152
50				

Se 50	Scudi 3600. 10	Prova Sommo
	1360olo	Scudi 1728
		Scudi 1152
Terzo	720	Scudi 720
		Scudi 3600

Fa così, ſomma inſieme quei 10. 16. e 24. che per 100. pretende ciaſcuno, e fanno 50. Dicaſi poi. Se 50. ha da ſpartire ſcudi 3600. quanti ne toccherà a 24. a 16. ed a 10? Operando al ſolito, al primo toccheranno ſcudi 1728. al ſecondo 1152. ed al terzo 720.

Queſito Decimoterzo.

Due altri fanno compagnia. Il primo miſe ſcudi 120. e del guadagno ne vuole a ragione di 24. per 100. del capitale, e il ſecondo miſe ſcudi 90. e del guadagno ſi contenta di 18. per 100. del capitale. Hanno guadagnato 40. ſcudi. S' addimanda. Quanti ne toccherà a ciaſcheduno.

Scudi	Scudi	Sommo
120	90	2880
24	18	1620
2880	1620	4500

Se 4500 - 40 - 2880

45[112800

Primo 25 $\frac{2}{7}$

Se 4500 - 40 - 1620

45[64800

Secondo 14 $\frac{2}{7}$

Prova

Sommo

Scudi 25 $\frac{2}{7}$

Scudi 14 $\frac{2}{7}$

Scudi 40

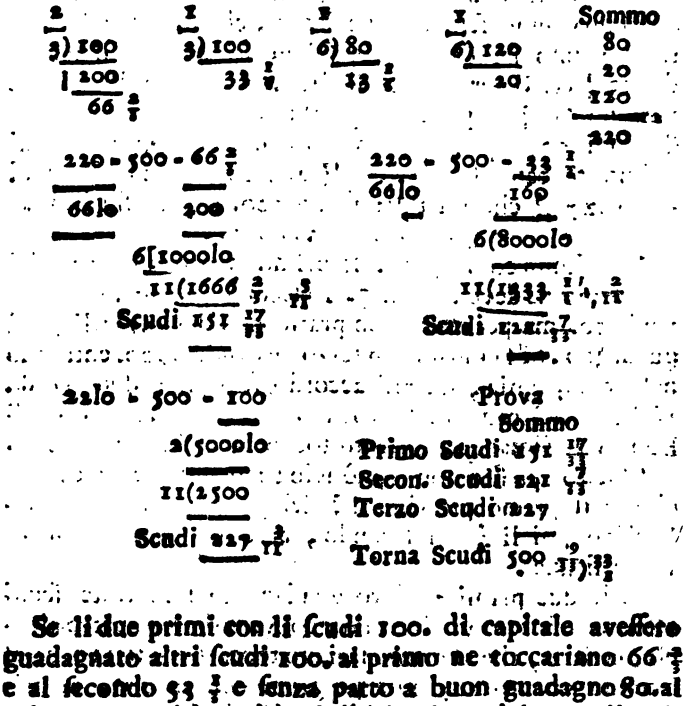
Questa, e simili proposte si risolvono così. Si moltiplica il capitale di ciascuno con quello, che pretendono di guadagnare per 100. sicchè moltiplicando li scudi 120. del primo col 24. fanno 2880. e questo sarà il suo capitale. Il capitale del secondo sarà la moltiplicazione de' scudi 90. col 18. che fanno 1620. Uniti poi insieme questi due capitali fanno 4500. Il che fatto, si dice. Se 4500. guadagna 40. quanti ne toccherà a 2880. del primo, e quanti a 1620. del secondo? Al primo toccano scudi 25 $\frac{2}{7}$ ed al secondo 14 $\frac{2}{7}$.

Questo Decimoquarto.

Due fanno compagnia. Il primo mette scudi 80. ed il secondo mette solamente scudi 20. ma per esser il secondo uomo esperto, e di negozio, sono fra loro daccordo, che il primo abbia li $\frac{3}{4}$ del guadagno, ed il secondo n'abbia $\frac{1}{4}$. [Non ostante, che il suo capitale sia solamente la quarta parte del capitale del primo] fatto il patto, un terzo entrò nella Compagnia con scudi 120. e fatt'il accordo fatto fra loro. Nel fine del negozio si trovano di guadagno scudi 500. Quanti ne toccherà a ciascun di loro?

Que-

Questo quesito è proposto da varj Scrittori: ma solo il Tartaglia Lib. 12. ques. 86. trovò il vero modo di risolverlo (seguitato da quei, che dopo di esso propongono simili quesiti, al che mi sottoscrivo ancor' io) ed è come siegue.



Se li due primi con li scudi 100. di capitale avessero guadagnato altri scudi 100. al primo ne toccariano 66 2/3 e al secondo 53 1/3 e senza patto a buon guadagno 80. al primo, e 20. al secondo. Sicchè in vigor del patto il primo dona al secondo scudi 13 1/3 cioè 1/6 del guadagno, (oltre al guadagno delli scudi 20. che pose il secondo nella compagnia.) Ora, il terzo compagno deve dar-

le ancor lui la ſeſta parte del ſemplice guadagno del ſuo capitale di ſcudi 120. che ſono ſcudi 20. E per eſſer meglio inteſo. Se fra tutti e tre aveſſero guadagnato ſcudi 220. (eguali al loro capitale) alli due primi ſaria toccato a buon guadagno, come ſopra 80. e 20. e al terzo 120. ma perchè il primo, ed il terzo devono dare al ſecondo $\frac{1}{5}$ del guadagno ſchietto, ne ſiegue, che in vigor del patto il primo ne deve avere ſolamente $66\frac{2}{7}$. Il ſecondo $53\frac{1}{7}$ ed il terzo 100. Si dice. Se di ſcudi 220. ne toccano $66\frac{2}{7}$ al primo, $53\frac{1}{7}$ al ſecondo, e 100. al terzo. di ſcudi 500. quanti glie ne toccaranno? Operando, al primo toccano ſcudi $151\frac{17}{11}$ al ſecondo $121\frac{7}{11}$ ed al terzo $227\frac{5}{11}$ che fra tutti fanno 500. E però ſta bene.

Queſito Decimoquinto.

Due fanno compagnia. Il primo mette ſcudi 130. e del guadagno ne deve aver li $\frac{2}{3}$. Il ſecondo mette ſolamente ſcudi 50. ma per eſſer buon praticone, deve aver li $\frac{1}{3}$ del guadagno. Si fa innanzi un terzo, e con ſcu. 200. entrando nella compagnia, ſta all' accordo fatto fra li due primi. Nel fine del negozio ſi trovano aver guadagnato ſcudi 800. S' addimanda. Quanto toccherà a ciaſcun di loro.

Queſto queſito non ſi può ſciogliere, come dice, perchè ſe il primo pigliaſſe il $\frac{2}{3}$ del guadagno, non vi reſteriano poi li $\frac{1}{3}$ del ſecondo, però ci vuol diſcorſo, come ſiegue.

Se li due primi aveſſero guadagnato ſolamente ſcudi 280. nè fra loro vi foſſe ſtata convenzione, o patto alcuno, certo è, che al primo ſariano toccati ſcudi 130. ed al ſecondo 50. ma alla rata porzione dell' errore, al primo toccherà ſolamente ſcudi $84\frac{12}{17}$ ed al ſecondo $95\frac{5}{17}$. Sicchè in vigore del patto il primo dona al ſecondo ſcudi $45\frac{5}{17}$ del ſuo ſemplice, e real guadagno (che ſono li $\frac{77}{221}$ pur del ſuo guadagno), e perchè il terzo ſta

all'

all' accordo fatto, bisogna, che ancor lui dia al secondo compagno li $\frac{77}{231}$ pur del suo semplice guadagno. Attento. Se fra tutti e tre avessero guadagnati scu. 380. (eguali alla somma del capitale di tutti tre) senza patto, a lui due primi ne toccariano come sopra, cioè scudi 130. e 50. e al terzo 200. ma perchè il terzo ne deve dare ancor lui li $\frac{77}{231}$ del suo puro guadagno al secondo, (che sono scudi 69 $\frac{231}{231}$) esso resta solamente con scudi 130 $\frac{70}{231}$. Sicchè in vigore del patto di scudi 380. il primo ne dovria avere 84 $\frac{12}{17}$ il secondo 164 $\frac{3672}{3717}$. ed il terzo 130 $\frac{70}{231}$. Si dice. Se di 300. ne toccano 84 $\frac{12}{17}$ al primo 164 $\frac{3672}{3717}$ al secondo, e 130. $\frac{70}{231}$ al terzo, di 800. quanti n' avranno &c.? Operando, al primo toccano scudi 164 $\frac{3672}{3717}$ al secondo 130 $\frac{70}{231}$ ed al terzo 274 $\frac{2472}{2163}$ che sommati insieme fanno appunto 800. Però sta bene.

Questo Decimosesto.

Due fanno compagnia. Uno mette scudi 50. e l'altro 30. con patto di partir per metà il guadagno, e capitale. Per accidente occorso, accade, che ciascuno di loro non pose nella compagnia altro che scudi 20. S' addimanda. A stare al primo accordo, quanto tocca a ciascuno di quanto possono guadagnare?

S' avessero messo nella compagnia secondo l' accordo 50. e 30. e avessero guadagnato solamente scudi 80. certa cosa è, che tra guadagno, e capitale ne sariano toccati a ciascuno 40. Sicchè il primo dona al secondo 10. scudi del suo capitale, cioè $\frac{1}{5}$ e così d' ogni guadagno, e capitale il secondo n' ha d' avere $\frac{1}{5}$ più del primo. La quinta parte di 20. e 4. qual sottratto da 20. (capitale del primo resta 16. e aggionto a 20. [capitale del secondo] fa 24. Ora bisogna vedere, che parte sia il 16. ed il 20. di scudi 40. [capitale, e guadagno di ciascuno secondo il supposto.] Il 16. e li $\frac{2}{5}$ ed il 24. li $\frac{3}{5}$ e però si conclude,

che

che il primo deve avere li $\frac{2}{7}$ di quanto si trovano avere nel fine della compagnia, ed il secondo ne deve avere li $\frac{5}{7}$.

Quesito Decimosettimo.

Quattro vogliono comprare una pezza di panno. Nissuno di loro ha denari a sufficienza, ma fra tutti quattro n' hanno a puntino, e niente di più. Li tre senza il primo hanno scudi 18. Li tre senza il secondo n' hanno 20. Li tre senza il terzo 22. E li tre senza il quarto n' hanno 24. S' addimanda, quanti scudi ha ciascuno, quanti fra tutti, e quanto valse la pezza del panno?

Li Denari di ciascuno sono computati una volta meno de' compagni, cioè tre volte, e così sommati 18. 20. 22. 24. fanno 84. (tre più di quello, ch' hanno fra tutti, e valuta della pezza di panno.) Diviso 84. per 3. ne viene 28. valuta vera del panno, e quantità reale de' scudi ch' avevano fra tutti. Da 28. cavandone 18. resta 10. del primo. Cavandone 20. resta 8. del secondo. Cavandone 22. resta 6. del terzo. E cavandone 24. resta 4. del quarto.

Molte altre compagnie vi sarebbero, le quali non potendosi risolvere se non per la Regola di falsi posizioni semplici, si troveranno nello stesso Trattato a suo Luogo seguitando le Compagnie Rusticane.

Delle

Delle Compagnie Rusticane, dal Volgo chiamate Socide.

CAPITOLO XIX.

Quesito Primo.

UN Cittadino diede in Socida ad un suo Contadino Pecore 180. per Anni 5. e con patto fra di loro, che nel fine si dovessero partire per metà tanto li nascenti, quanto il capitale. Occorre, che in capo a tre Anni, (per accidenti occorsi) bisogna fare la divisione, e si trovano avere in tutto Pecore 320. S' addimanda, quante ne devono toccare a ciascun di loro?

Pecore 320	Anni	Pecore	Anni	Sommo
Pecore 180	5	90	3	Contadino Pecore 70
				Pecore 54
Metà 140		270		Pecore 124
70				
		54		

Sottro

	Sommo
Pecore 320	Pecore 124
Pecore 124	Pecore 196
Cittadino 196 Pecore.	Pecore 320 Torna.

Per risolvere simili quesiti non bisogna partirsi dalla Regola insegnata dal Zucchetta [ragionevolmente lodata dal Dottor Bassi Piacentino, alla quale totalmente mi sottoscrivo] ed è come siegue. Quanto a' nascenti, certo è, che in ogni tempo si devono partir per metà, perchè se il Padrone vi mette il capitale, il Contadino

lo

lo alimenta, e vi mette la sua fatica &c. Ma circa la metà del Capitale, il Contadino non lo può pretendere fin dopo il patuito tempo, ma solo deve averne la rata porzione. Per risolvere adunque il quesito, bisogna prima cavarne il capitale delle Pecore 330. e ne restaranno 140. la metà delle quali, cioè 70. saranno del Padrone, ed altre 70. saranno del Contadino. Quanto al capitale, se la Socida fosse arrivata in capo agli Anni 5. certissimo, che il Contadino n' avria la metà, cioè 90. ma per non esser passati li 3. Anni, non può pretendere se non la rata porzione di quelle 90. Pecore. Però bisogna dire. Se anni 5. pretendono Pecore 90. quante ne pretendono Anni 3? Operando, ne pretendono 55. e tante Pecore del Capitale deve avere il Contadino, che giunte con l' altre 70. fanno 124. per tutta la porzione del Contadino. Il resto sarà del Padrone, cioè Pecore 196.

Quesito Secondo.

Uno dà in Socida ad un Pastore Pecore 250. il Pastore ve ne pose 60. delle sue; e la Socida deve durare 4. Anni, e per metà si devono partire li nascenti dell'uno, e l' altro capitale. In capo a Mesi 18. bisogna far la divisione, e si trovano in tutto Pecore 700. quante ne toccano a ciascun di loro.

Sommo	Sottro	Mesi	Pecore	Sommo
Pecore 250	Pecore 700	48	125. 18	Pecore 195
Pecore 60	Pecore 310		[2250	Pecore 46 $\frac{7}{8}$
Pecore 310	Pecore 390			Pecore 241 $\frac{7}{8}$
	$\frac{1}{2}$ 195	Pecore	46 $\frac{7}{8}$	

Sottro	Sommo	Mesi	Pecore	Mesi
Pecore 250	Pecore 203 $\frac{1}{8}$	48	30	18
Pecore 46 $\frac{7}{8}$	Pecore 195			(540
Pecore 203 $\frac{1}{8}$	Padrone Pec. 398 $\frac{1}{8}$		Pecore	11 $\frac{1}{4}$

Sommo	Sottro	Sommo
Peco. 398 $\frac{1-8}{8-1-8}$	Peco. 60	Peco. 241 $\frac{7-8}{8-1-7}$
Peco. 11 $\frac{1}{4-2-2}$	Peco. 11 $\frac{1}{4}$	Peco. 48 $\frac{3}{4-2-6}$
Peco. 409 $\frac{3}{8}$	Peco. 48 $\frac{3}{4}$	Peco. 290
		13
		1
		-5
		8

Sommo
Peco. 409 $\frac{3}{8}$
Peco. 290 $\frac{5}{8}$) 8
1
Peco. 700

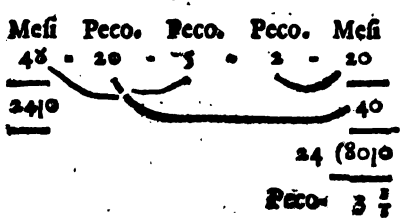
Questo quesito non è punto differente del passato; se non che per esservi due capitali, questi fanno contrapposizione, o temperamento, laonde converrà esercitar due volte la Regola Aurea, come siegue. Levando li due capitali dal-

le

le Pecore 700. ne reſtano 390. da partirſi per metà. Sicchè de' naſcenti l' uno, e l' altro avrà Pecore 195. Se la Socida foſſe arrivata in capo a 40. anni, il Paſtore avria avuto la metà del capitale del ſuo Padrone [cioè Pecore 125.] dicaſi, ſe Meſi 48. hanno da partir Pecore 125. Quante ne toccano a Meſi 18. del Paſtore? Operando, ne deve avere 46 $\frac{7}{8}$ che con altre 195. fanno 241 $\frac{7}{8}$ [al Padrone reſta del ſuo capitale Pecore 203 $\frac{1}{8}$ che con l' altre 295. fanno 398 $\frac{1}{8}$] Quanto poi al capitale del Paſtore, ſe la Socida foſſe arrivata al dovuto termine, il Padrone avria avuto Pecore 30. Però ſi dice. Se Meſi 48. pretendono 30. Pecore, quante ſe ne convengono a Meſi 28. del Padrone? Operando, il Padrone deve avere del capitale del Paſtore Pecore 11 $\frac{1}{7}$ che unite con l' altre 398 $\frac{1}{8}$ in tutto fanno 409 $\frac{3}{8}$. (Al Paſtore reſta del ſuo capitale Pecore 48 $\frac{3}{8}$ che unite con l' altro 241 $\frac{7}{8}$ fanno in tutto 290 $\frac{5}{8}$.) Si conclude, che al Padrone toccano Pecore 409 $\frac{3}{8}$ ed al Paſtore 290 $\frac{5}{8}$. Uniſcanſi inſieme queſte due partite, e ne ritorneranno le Pecore 700.

Queſito Terzo.

Un Cittadino diede Pecore 200. ad un Paſtore per Anni 4. acciò le governaſſe, nel fine de' quali ſi doveſſe partir il tutto, in modo, che il Paſtore ne aveſſe li $\frac{2}{7}$ ed il Cittadino li $\frac{5}{7}$. Accade, che dopo Meſi 20. rompono la Socida, e ſi trovano ſolamente Pecore 180. Si addimanda, Come devono fare tal diviſione?



Sommo
Peco. 180
Peco. 3 1/7
Peco. 185 1/7

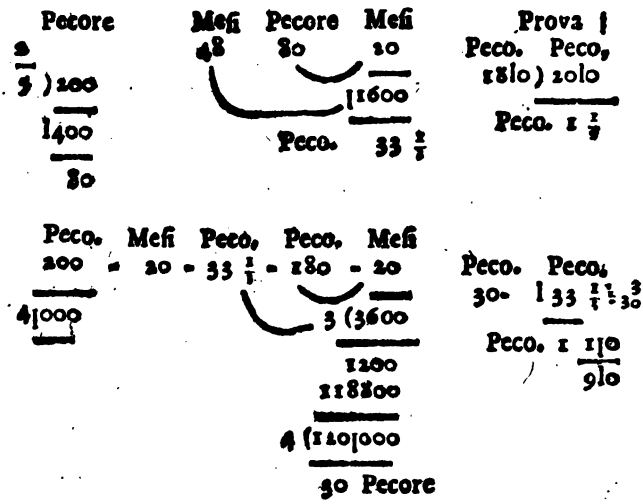
Que-

Questo precisо quesito propone il Zucchetta, qual dice: che in questo caso il danno dev' esser pagato, da chi doveva ricever l' utile. Voglio dire, che il mancamento delle Pecore 20. dev' esser risarcito dal Pastore per li $\frac{2}{7}$ essendo che dell' utile ne doveva partecipare similmente li $\frac{2}{7}$. Ma perchè quei $\frac{2}{7}$ dovevano maturare in capo a 4. Anni, però bisogna pigliarne la proporzione, dovuta alli Mesi 20. dicendo per la Regola Moltiplice. Se in Mesi 48. s' avriano da risarcire Pecore 20. e allora d' ogni 5. il Pastore ne dovria dar 2. quante ne deve dare in capo a Mesi 20? Operando, ne deve dare 3 $\frac{1}{7}$ quali unite con le 180. in tutto fanno 183 $\frac{1}{7}$. E tante Pecore appunto deve restituire il Pastore al Cittadino.

Un simile quesito in sostanza mette un Scrittor moderno, e seguita la conclusione del Zucchetta. Io non posso però alla cieca sottoscrivermi a sì grosso sbaglio. Se fra 'l Pastore, ed il Cittadino fosse convenzione, che in tutto, ed intero restasse sempre il capitale al Padrone, e che d' ogni mancanza il Pastore dovesse concorrere all' integrità per la rata porzione &c. sarei con essi, e la loro risoluzione saria ottima; ma se la Socida è comune, come il quesito dice, resto ammirato, che chi ha trovato il vero modo di risolvere questi quesiti di Socide, nel presente siasi perduto. Se il Zucchetta insegna, che in ogni tempo li nascenti si devono partire per metà, ed il capitale alla rata porzione, che dura la Socida, chi non vede, che d' una sol Pecora, che fosse restata, il Pastore vi ha la sua parte? Ha d' aver governate, ed alimentate le Pecore 180. per Mesi venti a gratis &c? La vera risoluzione del quesito è questa. Se la Socida fosse arrivata in capo alli 4. Anni, e le Pecore fossero 200. certo è, che il Pastore per li $\frac{2}{7}$ n' avria 80.

&c.

ſicchè per li Meſi 20. biſogna dire. Se in Meſi 48. s' avriano Pecore 80. in Meſi 20. quante ſe ne avranno? Operando, ſe n' avranno 33 1/3. Ma perchè le Pecore ſono ſolamente 180. biſogna tornar'a dire. Se di Pecore 200. in Meſi 20. il Paſtore n' avria 33 1/3 di Pecore 180. pur in Meſi 20. quante n' avria? Operando n' avrà 20. Però concludo, che il Padrone deve avere Pecore 150. ed il Paſtore 30. Per farne la prova dico così. La proporzione di 200. a 180. e 1/9 poichè partendo il 200. per 180. ne viene 1 1/9 e perchè a partire 33 1/3 per 30. ne viene pur 1 1/9 perciò la ragione è ben concluſa.



Queſito Quarto.

Uno dà Pecore 160. in Socida ad un' amico per Anni 5. a partire per metà capitale, e naſcenti. Dopo Anni 2. li dà altre Pecore 80. anco per cinque Anni con

con l' istesso patto. Volendo ridurre queste due socide ad un sol termine; in che tempo si dovrà fare la divisione?

Prima di venire alla soluzione del quesito bisogna sapere, che il termine del partire in una sol volta le due socide ha situato tra il termine della prima socida, e quello della seconda, e tal termine sarà sempre distante da essi termini, in quella proporzione, che ne dà la quantità delle Pecore, e la differenza del tempo, nel quale comincia ciascuna delle due socide. Ma perchè il maggior numero delle Pecore rende maggiore l' utile del Pastore, ed il tempo più longo gli diminuisce il guadagno, però le proporzioni del tempo si devono pigliare con uso contrario, come siegue.

Questo, e simili quesiti si risolvono a modo di compagnia. S' uniscano insieme le Pecore de' capitali 160. e 80. che fanno 240. e poi si dica. Se 240. ha mesi 24. (differenza del tempo tra il principio della prima alla seconda socida) quanti Mesi n' avrà 80? (Pecore della seconda socida.) Operando ne vengono mesi 8. d' aggiugnersi agli anni 5. della prima socida. Sicchè in capo ad Anni 5. e Mesi 8. si dovria fare la divisione di tutte, e due le socide, cominciando a contare dal principio della prima socida. Diciamo di più. Se 240. ha mesi 24. quanti n' avrà 160? (Pecore della prima socida.) Operando ne vengono Anni 1. e Mesi 4. da sottrarsi da Anni 7. [distanza dal principio della prima socida fino al fine della seconda,] e ne resteranno pur Anni 5. e Mesi 8. come sopra.

Ma quì notate, che quei mesi 8. sono la porzione del tempo conveniente alla maggior quantità delle Pecore 160. e corrispondenti agli altri mesi 16. che mancano per arrivare alli mesi 24. e corrispondenti al

minor numero delle Pecore 80. voglio dire, che ſicome 160. è in proporzione doppia con l' 80. così li Meſi 16. ſono in proporzione doppia con li Meſi 8. però, come vedete, il termine della ſeconda ſocida s' è ſcortato il doppio di quello s' è ſlongato il termine della prima, poichè al maggior numero delle Pecore deve corriſpondere minor tempo, ed al minor numero deve corriſpondere maggior tempo.

Per un' altro modo.

Quando cominciò la ſeconda ſocida, erano già paſſati due Anni della prima ſocida. Or moltiplichiamo gli altri tre Anni, che reſtano, col ſuo capitale di Pecore 160. ed avremo queſto compoſto 480. Moltiplicanſi parimente gli Anni 5. della ſeconda ſocida col ſuo capitale di Pecore 80. e s' avrà queſt' altro compoſto 400. quali uniti inſieme fanno 880. Dividendo queſto 880. per 240. [ſomma delle Pecore di due capitali] di Quociente ne veranno Anni 3. e Meſi 8. a' quali aggiugnendovi gli Anni 2. traſcorſi, quando cominciò la ſeconda ſocida, ſarà come gli altri due modi. Anni 5. e Meſi 8. e queſto modo è il più disbrigato, ed il più facile.

Queſito Quinto.

Uno dà in ſocida Pecore 150. per Anni 4. a partire per metà capitale, e guadagno. Paſſati due Anni, ne diede altre 70. con l' iſteſſo patto per Anni 6. Volendo ridurre le due ſocide ad un ſol termine, a che tempo ſi farà la diviſione?

Queſto, e ſimili queſiti ſi riſolvono, come il precedente. Non v' è altro d' avvertire, ſe non che alli due Anni della differenza ne' principj delle ſocide, biſogna aggiugnervi li due Anni, che la ſeconda tira più avanti della prima, e ſaranno Anni 4. e poi dire al ſolito. Se 220. ha 4. Anni, quanti nè avrà 70? [Pecore della ſeconda

ſoci-

ſocida.] Operando in tutti e tre li modi ſi trova, che la diviſione delle due ſocide inſieme ſi dovrà fare in capo d' Anni 5 $\frac{3}{11}$ cioè meſi 3. giorni 8. h. 10. $\frac{10}{11}$ d' ora.

Se le ſocide foſſero 3. ſi trova il termine di mezzo fra la prima, e la ſeconda ſocida, poi di nuovo fra queſto termine trovato, ed il termine della terza ſocida ſi trova il termine medio, quale ſarà il tempo da partirſi comunemente le 3. Socide. [E tanto baſti in queſta materia.]

DE' BARATTI.

CAPITOLO XX.

FRa' Mercanti s' uſa far pagar più cara la roba quando ſi baratta, che quando corre il Denaro contante. E' però vero, che non ſtanno a ſpecificare di voler più a baratto, che a contanti, laonde biſogna, che l' altro ſtia avvertito, acciò nel barattare non diſcapiti. Pongo alcuni eſempj, perchè non v' è coſa tanto pericoloſa di pregiudicare a sè ſteſſo ne' contratti, quanto ne' baratti; e però non biſogna fidarſi del proprio giudizio, ma con fare, che la ragione venga in chiaro.

Queſito Primo.

Uno ha una pezza di mezza lana, che a Denari contanti val ſol. 16. il Brazzo; ma a baratto ne vuole 18. L'altro ſi trova avere una quantità di Gargiolo, quale a Denari contanti vale Lir. 5. il Peſo. Queſti vorriano barattare. S' addimanda. Quanto s' ha da far pagare il ſecondo il ſuo Gargiolo per Peſo, per non diſcapitare, ed acciò il Baratto ſia eguale? E per 50. Brazza di mezza lana, quanto Gargiolo deve dare?

Per riſolvere il primo queſito ſi dice. Se quello che val ſol. 16. mi vien fatto pagare ſol. 18. quello, che val Lir. 5. quanto ſi dovria far pagare? Operando ſecon-

do la Regola del tre ordinaria, il Peso del Gargiolo si dovrà far pagare Lir. 5. Sol. 12. Den. 6. Ma per risolvere il secondo quesito, bisogna vedere quanto costino le 50. Brazza di mezza lana a sol. 18. il Brazzo. Costano Lir. 45. Di poi si dice. Se con lir. 5. sol. 12. den. 6. si comprò Lib. 25. di Gargiolo, con Lir. 45. quante Libre se ne compreranno? Operando, se ne compreranno Lib. 200. Oncie 10 $\frac{5}{7}$.

Quì rinfresco alla memoria, che quando la prima, e seconda cosa della Regola del Tre sono di simil parte, e natura, la quarta, che si cerca, non riesce simile alla seconda (come per regola generale dovria,) ma della natura della terza, come nel presente quesito si vede essere accaduto. E questo serve grandemente per sapere, che cosa siano quei rotti, che dalla prima divisione restano, affine di ridurli in altre minuzie di proposito.

Quesito Secondo.

Due altri barattano Panno, e Lana. Il Brazzo del Panno a contanti val Lir. 7. ed a baratto lo fece pagare Lir. 8. Il Cento della Lana a contanti val Lir. 20. ed a baratto fu messa Lir. 24. S' addimanda. Chi meglio barattò?

Dì così. Se di 7. lui fa 8. che dovrò far'io di 20? Dovrò far 22 $\frac{6}{7}$ e tante Lir. vale il Cento della Lana a baratto eguale: ma perchè gli fu messa Lir. 24. adunque barattò meglio quello della Lana, poichè per ogni Lib. 100. di Lana guadagna Lir. 1. $\frac{1}{7}$ Per saper quanto guadagneria per ogni Lir. 100. impiegate in tal baratto, si dice così. Se Lir. 22. $\frac{6}{7}$ guadagnano Lir. 1 $\frac{1}{7}$ che guadagnaranno Lir. 100? Operando guadagneranno Lir. 5. E se questo guadagna Lir. 5. per 100. quanto perderà l' altro? Molti poco pràtici diriano, che perde parimente Lir. 5. ma non è così, perde solamente Lir. 4 $\frac{16}{31}$ perchè, siccome quello, che guadagnò Lir. 5. fece di

100.

100. 105. così quello, che perde fa di 105. solamente 100. [come altrove s'insegnò.]

Quesito Terzo.

Due altri vogliono far baratto: Uno ha del Lino, che a contanti vale Lir. 5. il Peso, ed a baratto Lir. 6. L'altro ha del Formaggio, che a contanti val Lir. 7. il Peso. Si dimanda. Quanto lo deve mettere a baratto per guadagnarvi 10. per cento?

Primieramente bisogna vedere quanto deve mettere il Formaggio a baratto eguale, dicendo, se 5. si fa pagar 6. quanto si dovrà far pagare 7? si farà pagare Lir. 8. $\frac{2}{7}$ cioè sol. 8. Adunque il formaggio a baratto eguale valerà Lir. 8 $\frac{2}{7}$ il Peso. Ma perchè d'ogni Lir. 100. ne vuole guadagnar 10. si dice così. Se 100. mi dà 110. che mi darà 8 $\frac{2}{7}$? Opera, che ti darà Lir. 9. Sol. 4. Den. 9 $\frac{3}{7}$ e tanto appunto si deve vendere un Peso di Formaggio, volendo guadagnarvi 10. per 100. Ed avvertiscasi, che questo 10. per 100. s'intende di Capitale, o Denari, e non di Baratto.

Quesito Quarto.

Altri due vogliono far un baratto in questa forma: Uno si trova Lib. 2640. di Lana, che a contanti valeria Lir. 40. il cento, ma in baratto ne vuole 48. e vuole anco la metà in Denari contanti. L'altro ha una quantità di Panno, che a contanti vale sol. 20. il Brazzo. Or s'addimanda. Quanto si deve far pagare il Panno a baratto, e per le suddette Lib. 2640. di Lana, quanto Panno, e Danari contanti avrà l'altro?

Lir. 1 2) 48 — 24

Sottro Lir. 48 Lir. 24 — 24

Sottro Lir. 40 Lir. 24 — 16

Lir. 16. Lir. 24 (480) — Soldi 30

Sol. 20

Libre 2640 Lir. 48

Lir. 1267|10 — 2)10|8 — 1/2

Lir. 1 2)1267 1/2 1/2 — Lir. 633 — 2 (6 16 3/5

Sol. 30 Braz. 1 Lir. 633 3/5 — 1510 — 3168 — 15|63360 — Braz. 422|4 — 2) 10 — 2/5

Libre 2640 Lir. 40 — Lir. 105600

Lir. 1 Brazza 422 2/5 — Lir. 422. 8

Prova
Sommo
Lire 422. 8
Lire 633. 12
Lire 1056. Torna.

Ogni volta, che uno de' barattanti ſopramette la ſua mercanzia, e vuole anco una parte de' Denari in contanti, biſogna in tal caſo cavar ſempre quella tal parte dal prezzo preteſo a baratto. Sicchè nel caſo noſtro, volendone la metà, n' avranno 24. Ora, queſto 24. (metà del 48.) cavaremo prima dall' iſteſſo 48. (prezzo a baratto) e ne reſterà pur anco 24. Parimente cavaremo quel 24 dal 40. (prezzo a contanti) e ne reſterà 16. Fatto queſto, ſi dice. Se Lir. 16. ſi fanno eſſer Lir. 24.

che

che ſi dovranno far' eſſere Soldi 20? Dovranno farſi Soldi 30. Adunque il Panno ſi deve far pagare a baratto Soldi 30. il Brazzo.

Per ſaper quanto Panno avrà per le libre 2640. di Lana; già ſi ſà, che detta Lana a ragion di Lir. 48. il Cento coſteria Lir. 1267. $\frac{1}{2}$ ma perchè ne vuole la metà in contanti (che ſono Lir. 633. $\frac{1}{2}$) per l' altra metà ſi dirà. Se con Soldi 30. s' ha un Brazzo di Panno, con Lir. 633 $\frac{1}{2}$ quante Brazza ſe n' avranno? Se n' avranno Brazza 442. $\frac{2}{3}$. Adunque per le lib. 2640. di Lana dovrà avere lib. 633. $\frac{1}{2}$ in contanti, e Brazza 422. $\frac{2}{3}$ di Panno. La prova di queſte ragioni è queſta: biſogna, che a prezzo in contanti uno dia all' altro tanto quanto eſſo da quello riceve. E queſto provaſi così. Le Lib. 2640. di Lana a lir. 40. il cento, coſtano lir. 1056. e le Brazza 422 $\frac{2}{3}$ di Panno, che l' altro ha avuto a ragione di Sol. 20. il Brazzo coſtano Lir. 422. ſol. 8. a quali aggiugnendo le Lir. 633 $\frac{1}{2}$ cioè ſol. 12. avuti in contanti, fanno parimente Lir. 1056. Adunque non v' è inganno.

Queſito Quinto.

Due parimente barattano. Uno ha 30. pezze di Zambelotto, che a contanti vale ſcu. 5. la pezza, ed a baratto ſcudi 5 $\frac{2}{3}$ e vuole ſcudi 50. alla mano. L' altro ha del Pepe, che a contanti vale ſcudi 60. la ſoma (per una ſoma s' intende lib. 400.) S' addimanda, quanto ſi deve far pagar il Pepe, acciò il baratto ſia eguale, e per le dette 30. pezze di Zambellotto quanto Pepe, e quanti denari s' avranno?

Pezze	Pezze	Scudi	Scudi
30	30	150	170
Scu. 5	5 2/3	Sc. 50	50
Scu. 150	160	Sc. 100	Sc. 120
	20		
	150		
Scu.	170		

Scudi	Scudi	Scudi
100 -	120 -	60
Scu. 72 100		

Lir.	Lib.	Lir.
60	400	100
	[40000	
Pepe Libre	666 2/3	

Prova

Lir.	Lib.	Lir.
72	400	120
	6(48000	
	12(8000	
Pepe Libre	666 2/3	

Prima biſogna vedere, quanto coſtino le 30. pezze di Zambellotto all' uno, ed all' altro prezzo. A contanti val ſcu. 150. ed a baratto ſcu. 170. Fatto queſto, ſi cavano li ſcu. 50. dalli ſcu. 150. e dalli 170. ſi che reſteranno ſcu. 100. a contanti, e ſcu. 120. a baratto. Dipoi ſi dice. Se ſc. 100. ſi fanno 120. ſcu. 60. quanti ſi dovranno fare? Si dovranno fare ſcu. 72. Adunque il Pepe ſi dovrà far pagare a baratto ſcu. 72. il carico, o ſoma. Nel reſto della propoſizione s' opera, come nella paſſata.

Queſito Seſto.

Due altri barattano Zucchero, e Garofani. Il Zucchero a contanti val ſcu. 15. il 100. ed a baratto ſcu. 20. li Garofani a contanti vagliono ſol. 11. l' oncia, e a baratto ſi mettono ſol. 13. Or s'addimanda, chi meglio barattò, e quan-

to si dovrà dar in contanti a quello, che peggio barattò, come sono d' accordo?

Senza investigare, chi meglio barattò (come s' insegna nel quesito secondo) più leggiadramente si saprà così. Si affettino li prezzi de' due barattanti uno sotto l'altro (come di sotto si vede, e moltiplicandoli in croce, li Prodotti si collocano a dirimpetto di essi, e quello che avrà maggior prodotto, esso meglio barattò, ed è tenuto a rifare il compagno. Per saper di quanto l' abbia da rifare, si fa così. Si cava il Prodotto minore dal Prodotto maggiore, e la differenza, partita per la differenza de' due prezzi di chi meglio barattò, lascierà nel Quociente di quanto l' abbia da rifare.

In contanti,		A baratto.
Zucchero Scu. 15		20 -- 220 Prod. per il Zucchero
Garofani Soldi 11		13 -- 195 Prod. per il Garofani

Resto 25

Meglio barattò quello del Zucchero. La differenza da scud. 15. a scud. 20. (prezzo a contanti, ed a baratto di chi meglio barattò) è 5. per il quale dividendo il restato 25. di quociente ne viene pur 5. e così concludo, che quello dal Zucchero deve dare in contanti a quello de' Garofani soldi 5. per ogni Oncia de' Garofani: per il resto tanto Zucchero. Voglio dire, che vendendo a baratto li Garofani soldi 13. l' Oncia, di questi n' ha d' avere $\frac{8}{13}$ in contanti, ed $\frac{5}{13}$ in tanto Zucchero, se li Garofani si fossero vendut. scudi 11. il 100. a contanti, e 13. a baratto a quel 5. fariano scudi 5. da dargli in contanti per ogni cento Libre di Garofani, (il che s' avverisca bene.)

La prova si fa col voltar il quesito, dicendo. Due barattano Zucchero, e Garofani: li Garofani in contanti costano soldi 11. l' Oncia, ed a baratto 13. 5 ne vuole 5. in

Des

Denari. Il Zucchero in contanti val scudi 15. il 100. S'addimanda. Quanto si deve far pagare a baratto? Per farlo s'opera, come ho insegnato nel quarto quesito, cioè, si cava quel 5. (che per oncia di Garofani pretende in denari) da 11. e da 13. ne resta 6. ed 8. E poi si dice. Se quello, che in contanti val 6. a baratto si fa pagar 8. quello, che in contanti val 15. quanto costerà a baratto? Operando costerà 20. come fu proposto. Adunque la risoluzione fu buona.

Quesito Settimo.

Uno vende ad un suo amico una quantità di Formento, che a contanti si paga Lir. 8. la Corba: ma perchè il compratore domanda 10. Mesi di tempo a sborsare il Denaro l'amico lo mette Lir. 9. la Corba. Ma che? Occorre, chè il compratore non molto dopo vende a quello del Formento una quantità di Lana fina, a ragione di Lir. 32. il 100. se bene a contanti non valeva se non Lir. 30. S'addimanda. Quanto tempo dovrà dare al compratore della Lana per osservare quel medesimo ordine, che lui tenne in farsi pagare il Formento?

Già constà chiaro, che lir. 8. in Mesi 10. guadagnano lir. 1. or vedi in quanto tempo le lir. 30. (prezzo della lana in contanti) guadagnariano quelle lir. 2. che lui sopramette la Lana, e tutto quel tempo, che staranno a guadagnarle, tanto tempo dovrà stare il compratore della Lana a sborsare il Denaro. E perchè s'è insegnato altrove il modo nel trattato de' Censi, quì non replico altro, se non che dovrà aver tempo a pagare Mesi 5 $\frac{1}{4}$.

Quesito Ottavo.

Finalmente. Un Mercante vende una quantità di Panno a scu. 10. la pezza in contanti, ma perchè fa tempo 12. Mesi, ne vuole scudi 11. la pezza. Non molto dopo, quello, che comprò il Panno vendette una quantità di Canella

all'

all'altro, a ragion di ſcudi 36. il 100. a pagarla in contanti. Ma perchè il compratore vorria termine 8. Meſi a pagare s' addimanda. Quanto deve alterare il prezzo della Canella per riſpetto di quel tempo, che richiede, volendo oſſervare con lui quello, che eſſo oſſervò ſeco nella vendita del Panno.

Facciaſi così. Moltiplicanſi li ſcudi 10. d' una pezza di Panno con li Meſi 12. e faranno un compoſto di 120. qual compoſto guadagna ſcudi 1. Moltiplicanſi parimente li Meſi 8. con li ſcudi 36. che vale il 100. della Canella, e s' avrà un' altro compoſto di 288. E poi ſi dice. Se un compoſto di 120. guadagna ſcudi 1. un compoſto di 288. quanti ne guadagnerà? Operando, ſi trova, che guadagna ſcudi 2 $\frac{2}{5}$ e queſti ſi devono aggiugnere alli ſcudi 36. che ſaranno ſcudi 38 $\frac{2}{5}$. Adunque la Canella ſi deve far pagare a ragione di ſcudi 38 $\frac{2}{5}$ il Cento, con che ſaranno ambidue egualmente ſoddisfatti.

DEGLI AFFITTI.

CAPITOLO XXI.

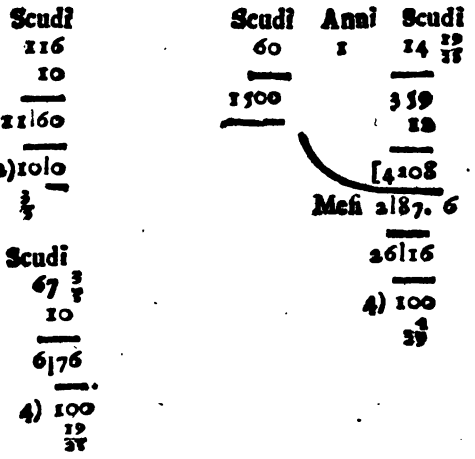
L' Uſo degli Affitti tanto delle Poſſeſſioni, quanto delle Caſe [che pigioni ſi chiamano] è coſtume univerſale in tutti li Paeſi [abbenchè con altro termine, o vocabolo le chiamaſſero.] Per ammaeſtramento di chi non ſa, in queſto Capitolo pongo alcuni pochi queſiti, che apriranno l' intelletto ad altri &c.

Queſito Primo.

Un Gentiluomo affitta una Caſa per ſcudi 60. all' Anno. L' Affittuario anticipatamente sborſa ſcudi 200. con patto, che 10. per 100. all' Anno li ſiano ſcontati. Si addimanda. Quanto tempo deve ſtare in Caſa?

Scu-

	Scudi 200	
	Scudi 20	
Sconto del primo Anno	Scudi 220	
Si batte l' Affitto	Scudi 60	
Resta Creditore il primo Anno	Scudi 160	
Sconto del secondo Anno	Scudi 16	
	Scudi 176	
Si batte l' Affitto	Scudi 60	
	Scudi 116	
Sconto del terzo Anno	Scudi 11 $\frac{3}{5}$	
	Scudi 127 $\frac{3}{5}$	
Si batte l' Affitto	Scudi 60	
	Scudi 67 $\frac{3}{5}$	$\frac{25}{57}$
Sconto del quarto Anno	Scudi 6 $\frac{19}{57}$	$\frac{19}{57}$
	Scudi 74	$\frac{44}{57}$
Si batte l' Affitto	Scudi $\frac{60}{57}$	$\frac{3}{57}$



Questo quesito per lettera mi fu proposto dal Manelli, e questa è la risoluzione di simili quesiti. Perchè il Fittajuolo pretende l' utile del 10. per 100. in capo al primo anno li scudi 200. diventariano 220. da' quali sottratti li scudi 60. per il fitto del primo Anno, ne restano 160. Questi scudi 160. meritandoli per un' Anno a 10. per 100. diventariano 176. da' quali levando l' affitto del secondo Anno, ne restano 116. Questi scudi 116. meritandoli pure per un' Anno (come sopra) si fariano 127 6/7 da' quali sottratto l'Affitto del terzo Anno, ne restano 67 3/7. Finalmente meritando questi scudi 67 3/7 anco per un' Anno diventariano 74 2/37 da' quali cavandone l' Affitto del quarto Anno, ne restano solamente 14 2/37. Ma perchè si vede, che per questi scudi 14 2/37 il Fittajuolo non può star più un' Anno intero in Casa, per saper quanto vi deve dimorare, si dice così. Se per scudi 60. vi stò un'Anno, per scudi 14 2/37 quanto vi starò? Operando vi starò

Mesi

Meſi 2. giorni 26. Concludo che l'Affittuario deve ſtare in caſa Anni 4. Meſi 2. giorni 26.

Queſito Secondo.

Uno piglia in affitto una Caſa per 3. Anni a pagargli ſcudi 90. all' Anno. Il Pigionale s' offeriſce di pagar tutti e tre gli affitti anticipatamente all' entrare che fà in Caſa, ſe il Padrone vuol ſcontargli il 10. per 100. all' Anno. Se dice di sì. Quanto deve sborſare.

Queſto queſito eſſendo contrario al paſſato fà d' uopo il farne buona riſoluzione, e chiarezza di prova. Nondimeno conſidero, che queſto Affittuario, che deve pagare ſcudi 90. l' Anno, e pagando queſte tre ratte di Pigione anticipatamente ne vuol godere il beneficio di un 10. per 100. ſicchè non deve sborſare più il primo Anno ſcudi 90. tutto ciò trovaſi con regola del tre, e per il primo Anno dico, ſe 110. reſtar devono 100. che reſterà 90? Che operato reſtano 81 $\frac{9}{11}$ e tanto dunque il Pigionale deve dar al preſente per pagare la pigione del primo Anno, che oggi comincia.

Scudi	Scudi	Scudi
110	100	90
		9000

Scudi 81 $\frac{9}{11}$ Primo Anno.

Di quì conſidero, che le pigioni da pagarmi ſono più di una; onde la pigione del ſecond' Anno non deve eſſere di ſcudi 90. ſicchè ſi deve ancora a queſte le dovute proporzioni nell' iſteſſo modo dicendo: ſe 110. viene da 100. da che verrà 81 $\frac{9}{11}$ e ne viene Lir. 74 $\frac{46}{121}$ per lo sborſo della ſeconda pigione.

Scudi

Scudi	Scudi	Scudi
110	100.	81 $\frac{9}{11}$
11		[9000(0
		[74
		530

Second' Anno $\frac{46}{121}$

Non differentemente si deve fare per il terzo Anno, che accrescendo un' annata, sempre il Capitale dell' anno precedente divien paga matura in quel che si accresce; siccome fu il 90. che diventò Capitale per lo primo Anno, di poi valse per la paga del secondo Anno. Dunque li venuti scudi 74 $\frac{46}{121}$ che vennero per lo Capitale del secondo Anno, si devono supporre come paga del terzo, dicendo; se 110. viene da 100. da chè verrà 74 $\frac{46}{121}$ e ne viene 67. $\frac{823}{1331}$ per quel capitale, che nel terzo Anno fa la paga degli scudi 90.

Scudi	Scudi	Scudi
110	100.	74 $\frac{46}{121}$
1331(0	[90000(0	
	[67	
	20140	

Terzo Anno $\frac{823}{1331}$

Or che abbiamo trovato i Capitali per le tre pigioni scudi 81 $\frac{9}{11}$ scudi 74 $\frac{46}{121}$ scudi 67 $\frac{823}{1331}$ si sommano, e fanno scudi 223 $\frac{1087}{1331}$ per quanto deve pagare il Pigionale anticipatamente, godendo lo sconto di 10. per cento.

61	$\frac{9}{11}$	$\frac{1332}{121}$	1089
74	$\frac{46}{121}$	11	506
67	$\frac{823}{1331}$	1	823
1			2418
Scudi 223			1 1
			$\frac{1087}{1331}$

E perchè non sono di poca importanza questi simili quesiti, perchè resti sempre più in chiaro, ne mostro ancora la prova. Suppongo, che il Pigionale mi dia li suddetti scudi 223 $\frac{1087}{1331}$. Che dovendole godere un'Anno darvi il bonifico di 10. per cento, per regola del Tre, così dico. Se 100. diviene 110. quanto diverrà 223 $\frac{1087}{1331}$ e ne viene scu. 246 $\frac{264}{1331}$ che di tanto son' io debitore al pigionale per i denari, che mi diede, dalla qual partita mi pagò la pigione di scudi 90, resta scudi 156 $\frac{264}{1331}$. Che di tanto resto io debitore.

100	110	223 $\frac{1087}{1331}$
1331|00		1087
		3993
		39282
		297900
		327690|00
		246 —
		6149
		8250
		$\frac{264}{1331}$

Scudi 246 $\frac{264}{1331}$

Pigione del primo Anno 90

156

Fini-

Finito il secondo Anno, trovo similmente quanto sieno cresciute li scudi 156 $\frac{264}{1331}$ dicendo: Se 100. diviene 110. quanto diverrà 156 $\frac{264}{1331}$ operato ne viene 171 $\frac{1089}{1331}$ di che sono debitore al Pigionale; ma pagatomi la pigione di scudi 90. gli resto debitore di scudi 81 $\frac{1089}{1331}$.

$$\begin{array}{lll}
100 & 110 & 156\ \frac{264}{1331} \\
\hline
1331 & & 8250 \\
 & & 19965 \\
\hline
 & & 207900 \\
\hline
 & & [228690|00 \\
 & & 171 \\
\hline
 & & 2420 \\
 & & \frac{1089}{1331}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lr}
\text{Scudi} & 171\ \frac{1089}{1331} \\
\text{Pigione del second' Anno} & 90 \\
\hline
 & 81
\end{array}$$

E fornito il terzo Anno nel medesimo modo, trovo quanto io sono debitore al Pigionale, dicendo. Se 100. diventa 110. quanto diverrà 81 $\frac{1089}{1331}$ e ne viene 90. E perchè tanto aver debbo da lui per la pigione, quanto egli deve da me per i suoi denari, che tengo: aviene, che siamo appunto pagati. Dunque fu buona risoluzione, che lui mi dovesse dare anticipatamente li suddetti Scudi 223 $\frac{1089}{1331}$.

100	110	81 $\frac{1089}{1331}$
1331|00		2420
		10648
		108900
		119790|00
		90

Quesito Terzo.

Uno piglia à pigione una Casa per un' Anno, e paga scu. 60. Al principio di Maggio, un' altro entrò ancor lui nella Casa, e quattro Mesi dopo ne pigliò un terzo. Quanto deve pagare ciascun di loro alla rata porzione del tempo, che stettero in casa, e secondo l' accordo dell' affitto.

Il vero modo di risolvere simili quesiti fù insegnato da Gio. Batista Zucchetta Genovese, approvato dal Dottor Bassi, ed al quale (come fedelissimo) mi sottoscrivo. Il modo è questo; s' uniscono insieme tutti li Mesi, che di tempo in tempo a ciascun compagno tocca di pagare alla rata porzione la pigione, e poi s' opera a modo delle compagnie; come in figura si vede.

Al primo compagno tocca il pagar quel tempo, che solo stete in Casa; cioè	Mesi 4
Per li Mesi 4. che stette col secondo compagno, n' ha da pagare	Mesi 2
Per li Mesi 4. che stette col secondo, e terzo compagno ha da pagare	Mesi $1\frac{1}{2}$
Porzione del primo compagno	Mesi $7\frac{1}{2}$

Il ſecondo compagno per li Meſi 4. che ſtette in Caſa col primo compagno, n' ha da pagar 2

E per li Meſi 4. che ſtette col primo, e terzo compagno n' ha da pagare 1 2/3

Porzione del ſecondo compagno Meſi 3 2/3

Il terzo compagno ha da pagare ſolamente la terza parte di quei Meſi 4. che ſtette in Caſa col primo, e col ſecondo, cioè Meſi 1 2/3

Fra tutti Meſi 12

Si dice. Se Meſi 12. pagano Scudi 60. Quanti ne pagaranno Meſi 7. 1/3 del primo. Meſi 3. 1/3 del ſecondo, e Meſi 1 2/3 del terzo compagno? Operando. Il primo deve pagare ſcudi 36 2/3. Il ſecondo 16 2/3. Ed il terzo 6 2/3 che ſommati fanno giuſto 60.

Li noſtri Antichi avriano poſto per il primo compagno Meſi 12. per il ſecondo 8. e per il terzo 4. non avvertendo, che ſebbene in quanto al tempo v' è la conveniente proporzione, non v'è però quanto all'obbligazione di pagare &c. Però per il loro modo è falſiſſimo.

Queſito Quarto.

Pietro affittò una Poſſeſſione a Franceſco per ſcudi 300. all' Anno, e Franceſco affittò una Caſa a Pietro per Scudi 80. pur all' Anno. Avendo poſſeduto Franceſco la Poſſeſſione Anni 5 1/3. Quanto tempo deve poſſedere Pietro la Caſa, acciò reſtino del pari?

Scudi	Anni	Scudi
2) 300	8 $\frac{1}{2}$	80
150		
1500		
(1650		
Anni 20 $\frac{1}{2}$		

Prova

Anni	Scudi
20 $\frac{1}{2}$	2) 80
Scu. 80	1400
1600	
50	50
1650.	

Il quesito si risolve per la Regola del tre semplice roversia, così dicendo. Se scudi 300. furono posseduti Anni 5 $\frac{1}{2}$ quanti si devono possedere scudi 80? Operando, si devono possedere Anni 20 $\frac{1}{2}$. E tanto tempo deve star Pietro in Casa.

Per trovar l' Avvantaggio delle Monete.

CAPITOLO XXII.

IL saper trovare per regola l' avvantaggio delle Monete, che in paesi stranieri accade di spendere; certissimo, che non solo a' Mercanti, ma anche a chi si sia apporterà grande utilità: poichè non v' è alcuno, ch' abbia maneggio, che con occasione di compra, o di vendita, di baratto, o di cambio, non abbia parimente da spendere varie sorta di Monete, le quali non corrono per tutto con proporzionata differenza; ma chi con più, e chi con meno. Questo negozio è facilissimo, e per la Regola Aurea presto si sbriga. Alla pratica.

Un Mercante Ferrarese vuol sapere qual sia più vantaggioso per spenderlo a Venezia, il Reale di Spagna, o pure il Ducatone: poichè il Reale in Ferrara val Paoli 8. ed in Venezia val Lir. 8. Il Ducatone in Ferrara val Paoli 10. e in Venezia val Lir. 9. 6. Dirò dunque così. Se quello, che in Ferrara val Paoli 8. val in Venezia Lir. 8. Quello che in Ferrara val Paoli 10. quanto valerà in Venezia? Operando valerà Lir. 10. e tanto dovria valere a Venezia il Ducatone a proporzione del Reale: ma perchè non vale, se non Lir. 9. 6. il Ducatone vi perde Soldi 24. Veneziani. Adunque sarà più vantaggioso il Reale.

Di più. La Dobbla d' Italia val in Ferrara Paoli 30. ed in Venezia Lir. 28. L' Ongaro in Ferrara val Paoli 17. ed in Venezia val Lir. 15 $\frac{1}{2}$. Qual sarà più vantaggioso? Dico così. Se Paoli 30. della Dobbla in Ferrara val in Venezia Lir. 28. Paoli 16. dell' Ongaro in Ferrara, quanto valera in Venezia? Operando, dovria valere Lir. 15 $\frac{11}{17}$ ma perchè val solamente Lir. 15 $\frac{1}{2}$ a proporzione della Dobbla perde $\frac{11}{18}$ di Lira Veneziana. Sicchè saria più vantaggiosa la Dobbla.

In oltre. La Dobbla di Spagna in Modona val Lir. 31. e in Bologna val Lir. 15. 5. L' Ongaro in Modona val Lir. 17. 5. e in Bologna val Lir. 8. 10. Qual sarà più vantaggioso? Dico così. Se quello, che in Modona val Lir. 31. in Bologna Lir. 15. 5. Quello, che in Modona val Lir. 17. 5. quanto valerà in Bologna? Operando valerà Lir. 8. 9. 8. $\frac{12}{17}$ ma perchè in fatti val Lir. 8. 10. si vede, che l'Ongaro vi perde a proporzione della Dobbla di Spagna. Adunque sarà più vantaggiosa la Dobbla.

Con quest' occasione di trovar l'avvantaggio delle Monete (in grazia di chi abbia nel Ferrarese) qui voglio insegnare il modo di convertire la moneta vecchia nella nuova, senza Tariffa. Mapor maggior intelligenza di chi

non è capace bisogna sapere, che (pochi Anni sono) la Moneta Ferrarese fu convertita in Moneta Romana: Sicchè dove prima si parlava a Bolognini, Lire, e Scudi da quattro Lire; adesso si negozia a Bajocchi, Paoli, ed a Scudi di Paoli. Bajocchi 10. fanno un Paolo, e Paoli 10. fanno un Scudo, ma prima Quattrini 6. (cioè Den. 12. facevano un Bolognino) Bolognini 20. (che anco soldi si nominano) componevano una Lira, e Lir. 4. un Scudo. In questa mutazione n' è seguito, che quello, che prima era 110. Moneta vecchia resta solamente 100. di Moneta nuova; ovvero 11. resta 10.

Per venire all' intento nostro, io dico: che Bolognini 11. restano Bajocchi 10. Lir. 11. restano scudi 2. di Paoli, e scudi 11. vecchi restano scudi 8. pur di Paoli, ed è infallibile. Sicchè sopra questo fondamento per la Regola del Tre può ciascuno intelligente senza Tariffa convertire ogni data quantità di Moneta vecchia nella nuova. Per esempio; voglio saper quanti scudi di Paoli siano scudi vecchi 275. Lir. 3. Per risolvere il quesito in un sol colpo, converto li scudi 275. in Lire, che sono Lir. 1103. e poi dico. Se Lir. 11. restano scu. 2. di Paoli, quanti resteranno Lir. 1103. Operando resteranno scudi 700. Paoli 6. Bajoc. $4\frac{6}{11}$. Ma per esser negozio tanto chiaro, e facile non stò a particolarizzare d' avantaggio, se non che parlando a Bolognini si dice, Se Bolognini 11. restano Bajocchi 10. Quanti resteranno Bolognini &c? Parlando a Lire. S' opera come nel precedente proposto, esempio. Se si parla a Scudi, si dice. Se scudi vecchi 11. restano scudi 8. di Paoli, quanto resteranno scudi vecchi &c. Se poi si volesse convertire la Moneta nuova nella vecchia, basta a voltar li termini della Regola, [dicendo per esempio] se Bajocchi 10. diventano Bolognini 11. Quanti Bolognini saranno Bajocchi &c.

Delle

Delle legature Mercantili dell' Oro, ed Argento.

CAPITOLO XXIII.

TRa Mercanti si costuma alle volte di comprare diversità di Mercanzie tutte insieme, sotto un prezzo solo; benchè siano di varj prezzi. Laonde gli Aritmetici hanno filosofato questa Regola, detta legamento; perchè si legano propriamente insieme un prezzo, con l'altro, per arrivare al preteso disegno, ed io ne pongo alcuni pochi esempj, che appunto serviranno per esempio in altri casi &c.

Quesito Primo.

Uno si trova avere cinque sorta di Formento. Il Staro della prima sorta vale Sol. 54. Quello della seconda Sol. 58. Quello della terza Sol. 62. Quello della quarta Sol. 70. Quello della quinta vale Sol. 76. Ora viene un Mercante, e ne vuole comprare tanto di ciascuna sorta, che in tutto siano Stara 100. a ragione di Soldi 66. il Staro (prezzo fuori di prezzo.) S'addimanda. Quante Stara ne deve pigliare di ciascuna sorta?

Prima per ritrovare simili differenze si distendano in fila i prezzi un sotto l'altro, e poi a canto di questi vi si nota il prezzo mezzano, come vedesi, che è il 66. fra i prezzi più propinqui, che sono 62. e 70. poi si piglia la differenza fra il 54. e 66. che è 12. quale

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
	54	10
	58	4
	62	10
66		8
	70	12. 4
	76	
	Somma delle Differenze.	48

le si pone contro il 76. e così ancora la differenza fra 76. e 56. che è 10. il quale si nota contro il 54. appresso si piglia la differenza da 58. a 66. e questa è 8. il quale si nota all' incontro del 70. e poi la differenza di 66. a 70. che è 4. si nota contro al 58. poi si fa l' allegazione dal 66. al 76. e la differenza, che è 10. si nota contro al 62. e la differenza di 62. a 66. che è 4. si nota contro al 76. come si vede esser fatto, e sommate insieme tutte le dette differenze sono 13. e così saranno legati i prezzi.

Il resto dell' operazione si fa come le compagnie. Adunque unite insieme tutte le differenze 10. 4. 10. 8. e 16. (cioè quel 12. e 4. posto sotto il 76.) fanno 48. Di poi si dice. Se 48. mi da 100. che mi darà 10. che 4. che 10. che 8. e che 16? Si potria dire anco così. Se 48. mi da 10. mi da 4. mi da 10. mi da 8. e mi da 16. che mi darà 100? In qualsivoglia modo, che si operi, di quello da Soldi 54. se n' avranno Stara 20. Quarte 4 $\frac{1}{6}$ (a ragione di 5. Quarte il Staro.) Di quello da sol. 58. Stara 8. Quarte 1 $\frac{2}{6}$. Di quello da Soldi 62. Stara 20. Quarte 4 $\frac{2}{3}$. Di quello da Sol. 70. Stara 16. Quarte 3 $\frac{2}{6}$. Di quello da sol. 76. Stara 33. Quarte 1 $\frac{4}{6}$.

La prova di questa, e simili ragioni è questa, che tanto debbono costare le suddette Stara tutte insieme, quanto montano le Stara 100. a sol. 66. il Staro.

Le stara 20. 4 $\frac{1}{6}$ a sol. 54. il staro costano L. 56. s. 5. d. 0.
Le stara 8. 1 $\frac{2}{6}$ a sol. 58. il staro costano L. 24. s. 3. d. 4.
Le stara 20. 4 $\frac{2}{6}$ a sol. 62. il staro costano L. 64. s. 11. d. 8.
Le stara 16. 3 $\frac{2}{6}$ a sol. 70. il staro costano L. 58. s. 6. d. 8.
Le stara 33. 1 $\frac{4}{6}$ a sol. 76. il staro costano L. 126. s. 3. d. 4.

Lir. 330. 0. 0.

Tutte queste Stara, Quarte, e Rotti uniti insieme costituiscono le richieste stara 100.

Pa-

Parimente le Stará 100. a ſol. 60. il Staro montano Lir. 330. Adunque ſta bene. Li ſopraddetti prezzi ſi potriano legare ancora diverſamente da quello s' è fatto. Per eſempio il 54. col 70. il 58. col 70. ed il 62. col 76. Ovvero ſi può legare il 54. col 76. il 58. col 76. ed il 62. col 76. Ovvero così il 54. col 70. il 58. col 76. ed il 62. col 76. In qualſivoglia modo, che ſi leghino, il compratore ſempre avrà le Stara 100. di Formento con le medeſime Lir. 330. per ogni verſo: ſe bene d' alcuna ſorta ſe n' avrà più, e d' alcuna meno di quello s' è avuto di ſopra. [Mi ſon dilatato in queſto primo queſito, per eſſere più ſcarſo ne' ſeguenti.]

Queſito Secondo.

Un Comune fa gettare, o fondere una Campana, qual peſa lib. 2325. e coſta di materia ſolamente Lir. 488. ſol. 5. In queſto getto vi ſono cinque ſorta di metalli. Il primo coſta, o vale Lir. 16. il 100. il ſecondo Lir. 18. il terzo Lir. 20. il quarto Lir. 27. e il quinto Lir. 31. S'addimanda, in quella Campana quanto Metallo v' è d' ogni ſorta?

Si dice così. Se Lir. 2325. di Metallo in confuſo coſtano Lir. 488 $\frac{1}{4}$ che valeranno Lib. 100? Valeranno Lir. 21. e queſto 21. ſi mette nel fondo della figura. E poi operando, e legando al ſolito avrai 10. 6. 6. $\frac{3}{4}$ 5. che in tutto ſono 31. E poi dirai ſe 31. mi dà 2325. che mi darà 10. che 6. che 6. che 4. e che 5? Operando della prima ſorta n' avrai Lib. 750. Della ſecon-

	Prezzi	Differenze
Prezzo Mezzano	16	10
	18	6
	20	6
	21	
	27	3. 1
	31	5
		31 —

Somma delle differenze.

da

da lib. 450. Della terza Lib. 450. Della quarta Lib. 500. Della quinta Lib. 375. che in tutto sono Lib. 2325. Però sta bene. Un' altra prova, vedi quanto costano le suddette Lib. a ragione del loro prezzo, e tutte insieme fanno Lir. 488 $\frac{1}{2}$ come dovea.

Quesito Terzo.

Un Droghiero fra gli altri Aromati ha del Pepe, che val sol. 40. la Libra. Della Canella a sol. 50. la Libra. De' Garofani a sol. 55. la Libra. E del Zafferano a sol. 90. la Libra. Va un Mercante per comprare la somma di Scudi 70. delle soprannominate quattro spezie d' Aromati a ragione di Soldi 60. la Libra. S' addimanda quante Libre n' avrà d' ogni sorta?

Si legano li prezzi del Pepe, &c. come si vede in figura, e ne verano 30. 30. 30. 20. 10. 5. che in tutto 125. Dipoi si dice. Se 125. danno lib. 1. quante ne daranno 30. 30. 30. 35? Nè daranno $\frac{30}{125}$ $\frac{30}{125}$ $\frac{30}{125}$ $\frac{35}{125}$. Per saper quante Libre se n' avranno d' ogni sorta, si dice. Se con soldi 60. ho avuto $\frac{30}{125}$ di Pepe $\frac{30}{125}$ di Canella, $\frac{30}{125}$ di Garofani, e $\frac{35}{125}$ di Zafferano, con Scudi 70. [cioè sol. 5600.] quante lib. n' avrò? Operando avrai lib. 22 $\frac{2}{5}$ di Pepe. Lib. 22 $\frac{2}{5}$ di Canella. Lib. 22 $\frac{2}{5}$ di Garofani, e lib. 26 $\frac{2}{25}$ di Zafferano, che in tutto sono lib. 93 $\frac{1}{5}$. Per farne la prova, si dice così. Se una lib. costa sol. 60. lib. 93 $\frac{1}{5}$ Quanti soldi costeranno? Costeranno sol. 5600. che fanno scu. 70. Dunque sta bene. E tanto basti.

	Prezzi	Differenze
Prezzo Mezzano 60	40	30
	50	30
	55	30
	90	20. 10. 5
		125

Somma delle Differenze.

Nell'

Nell' istesso modo s' opererà, s' uno volesse spendere una determinata quantità in tanto Vino, Merceria, o altra mercanzia, ch' avesse più prezzi, e quello che compra la volesse a un prezzo solo.

Due cose particolari bisogna osservare in questa Regola del legare, [e sono essenziali] la prima è, che il prezzo medio (cioè di quello, che compra) non sia minore, nè maggiore del prezzo minore, o maggiore della mercanzia. La seconda è, che il prezzo di quello, che compra sia al suo luogo, come nel passato quesito si vede, che il 60. è fra il 55. ed il 90. e che quando non vi sono prezzi egualmente da ogni parte del prezzo medio, in tal caso si leghi al meglio, che si può. Sicchè nel passato esempio non essendo dopo il 60. se non il 50. col 90. s' è legato il 40. il 50. ed il 55.

Legature dell' Oro, ed Argento.

Essendo, che questa Regola del legare l' Oro, e l' Argento serve a Zecchieri, agli Orefici, ed altri, per comporre li metalli, o semplice con semplice, o semplice con composto, ovvero composto con composto, bisogna sapere, che sebbene sette sono li Metalli, cioè Oro, Argento, Rame, Stagno, Piombo, Ferro, ed Argento vivo; nondimeno l' Oro, e l' Argento solamente, ed anco il Rame, come servo dell' uno, e dell' altro si pesano con due specie di pesi delicati. Il primo [costumato in Venezia] si chiama Marca, la quale è d' oncie 8. Ogni oncia è 4. quarti. Ogni quarto è 36. carati. Ogni carato è 4. grani, e ciascun grano pesa quanto pesa un grano di Formento. Il secondo peso è detto Libra, la quale si divide in oncie 12. Ogni oncia si divide in 24. Denari a peso, o Scrupoli, ed ogni Denaro, o Scrupolo

è di-

è diviſo in 24. grani. E però vero, che tanti grani contiene una di quelle oncie delle quali 8. fanno una Marca, quanti ne contiene una di quelle, dodici delle quali fanno una libra. Altri fanno di 24. grani un ſcrupolo. Di 3. ſcrupoli una drama, ed 8. drame fanno un' oncia, [che tutto è uno.] Sicchè grani 576. fanno un' oncia, e grani 6912. fanno una Libra.

Di più biſogna ſapere, che l' Oro ſi peſa a oncia, e l' Argento a lib. La maggior finezza dell' Oro ſi divide in 24. grani, che carati, o denari ſi chiamano, ed il carato in 24. grani: laonde dicendo Oro di 24. s' intende Oro finiſſimo ſenza alcun meſcuglio: ma dicendoſi Oro di 20. - 4. vuol dire, che per ciaſcun' oncia di peſo vi ſono carati 20. e grani 4. Oro fino, ed il reſto Rame, ovvero Argento. La maggior finezza dell' Argento ſi divide in 12. gradi, quali (in vece d' oncie) alcuni le chiamano leghe. La lega ſi divide in 24. denari, ed il denaro in 24. grani, come ſopra. Sicchè dicendo Argento di leghe 12. s' intende per Argento puro; ma dicendoſi Argento di leghe 9. - 4. - 7. vuol dire, che in ciaſcuna libra di peſo vi ſono leghe, ovvero oncie 9. denari, o ſcrupoli 4. e grani 7. d' Argento puro: il reſto Rame. Or veniamo alla pratica.

Queſtio Quarta.

Con quattro qualità d' Oro, cioè da 24. da 23. da 19. e da 16. voglio comporne oncie 25. che ſiano di finezza 20. Quanto ce ne vorrà di ciaſcuna ſorta.

Que-

Questo, e simili quesiti si risolvono come li Mercantili. Le differenze delle finezze, unite insieme sono 12. Si dice adunque. Se 12. vuole onc. 25. Quante ne vorrà 4. quante 3. e quante 1. Operando, del primo ingrediente da 24. ce ne vogliono onc. 8. carati 8. Del secondo onc. 2. carat. 2. Del terzo onc. 6. e carati 6. Del quarto onc. 8. e carati 8. [come del primo] sommali insieme, e fanno appunto onc. 25.

Finezze	Differenze
16	4
19	3
20	
23	1
24	4
	12

Somma delle Differenze.

Per farne la prova, bisogna, che quest' onc. 25. da 20. vi sia la finezza dell' Oro, che contengono in sè le quattro qualità dell' Oro legato, o composto, concorrenti alla loro formazione. L' Oro della prima qualità, per esser puro, non ha bisogno d' esser proporzionato. Per l'Oro della seconda qualità si dice. Se un' onc. d' Oro legato ha carati 23. d' Oro puro, quanti n' avranno oncie 2. 2. che concorsero al composto d' oncie 25? Per quello della terza qualità si dice. Se un' onc. ha 16. che avranno onc. 6. e 6? E per quello della quarta qualità si dice. Se un' oncia ha 16. che avranno oncie 8. 8? Operando, ciascuna delle suddette quattro qualità d' Oro hanno in sè l' Oro puro, che qui sotto in figura si vede.

Della

Della prima qualità oncie 8. carati 8.
Della seconda qualità onc. 1. carati 23. gran. 22
Della terza qualità oncie 4. —— 22. —— 16
Della quarta qualità oncie 5. —— 13. —— 8

In tutto onc. 20. car. 20. —— 0

Ora se l' operazione è buona, bisogna, che le oncie 25. da 20. contenghino parimente in sè le suddette oncie 20. - 20. d' Oro puro, e per saperlo si dice. Se oncie 1. ha carati 20. d' Oro fino, quanti n' avranno oncie 25? Operando, avranno pure oncie 20 - 20. Adunque sta bene.

Quesito Quinto.

Un Contadino trova lavorando nel suo Campo tre pezze d' Oro di diverse leghe, o qualità. Le porta a vendere, e trova, che il primo pezzo valeva Scudi 50. la Marca. Il secondo ne valeva 60. ed il terzo valeva scudi 80. Per cavarsi lui di briga, le vendette sottosopra scudi 70. la Marca. S' addimanda. Quanto pesava ciascun pezzo da per sè?

Questa, e simili si legano, come la passata, e ne veranno questi numeri differenziali, posti sotto li prezzi, cioè 10. 10. $\frac{20}{70}$. Non si passa più oltre per esser finita l' operazione. Adunque

Prezzi	Differenze	
50	10	Prezzo mezzano
60	10	
70		
80	20. 10	
	50	

Somma della differenze.

Il

Il primo pezzo pesava Marche 10. a scudi 50. l' una.
Secondo pezzo pesava Marche 10. a scudi 60. l' una.
Il terzo pezzo pesava Marche 30. a scudi 80. l' una.

Marche 50.
Valevano Scudi 500.
Valevano Scudi 600.
Valevano Scudi 2400.

Scudi 3500.

Se ne vuoi la prova, moltiplica le Marche 50. per li Scudi 70. che il Contadino vendette l' oro sottosopra per Marca, e fanno pure Scudi 3500.

Questo Sesto.

Un' altro ha due Verghette d' Oro, che tutte due insieme furono vendute Scudi 150. e tutte due Parimente insieme pesavano oncie 12. Una di esse, per esser d' Oro fino fu giudicata valere Scudi 100. la Libra, e l' altra non tanto buona, fu stimata, che valesse a ragione di Scudi 70. la Libra. Or s' addimanda, quanto pesava ciascuna di dette Verghette?

Legando li due prezzi al solito ne viene 50. ed 80. che uniti insieme fanno 130. Dipoi si dice. Se 130. mi dà 80. che mi daranno onc. 12? Daranno onc. 7. $\frac{5}{13}$ e tanto pesava la Verghetta da Scudi 100. la Libra. E poi. Se 130. mi dà 50. Che mi daranno onc. 12? Daranno onc. 4 $\frac{8}{13}$ e tanto pesava la Verghetta non tanto fina da Scudi 70. la libra.

Altra sorta di quesiti propongono gli Scrittori di questa Scienza, pertinenti alla composizione dell' Oro, e dell' Argento, quali (senz' altra istruzione) da chi possiede bene la Regola de' proporzionali si sapriano risolvere: nondimeno per non degenerare dagli altri, ne proporrò alcuni pochi, acciò facendo strada &c. non mi parta contuttociò dal mio supposto ristretto.

Quesito Settimo.

Mi trovo aver Lib. 15. d' Argento di Leghe 10 $\frac{1}{7}$. Volendolo abbassare, e farlo di 9. quanto Rame ci vorrà?

Leva 9. da 10 $\frac{1}{7}$ e resterà 1 $\frac{1}{7}$. E poi dirai. Se 9. vuol crescere 1 $\frac{1}{7}$. Quanto cresceranno Lib. 15? Operando, cresceranno Lib. 2 $\frac{2}{3}$ per il Rame, che devi aggiugnere.

Quesito Ottavo:

Lib. 20. d' Argento di Leghe 9 — 10. voglio farlo di Leghe 11. con aggiugnervi Argento puro. Quanto Argento ci vorrà?

Dalla finezza 12. bisogna levare la Lega, che si pretende di fare, cioè 11. e resterà Leg. 1. Parimente dalle Leg. 11. si levino le Leg. 9. 10. e resteranno Leg. 1. Den. 14. E poi si dice. Se Leg. 11-14. vuol Leg. 1. Quanto vorranno Lib. 20. Voranno 12. Den. 15. Gran. 3 $\frac{15}{19}$.

Quesito Nono.

Un Zecchiero ha Lib. 12. d' Oro da 22. 22. Lo vorria ridurre da 21 — 21. con l' aggiugnervi Oro da 18 — 15. Quanto ven' ha d' aggiugnere.

21. 21	22. 22
18. 15	18. 15
3. 6	4. 7

Carat.		Carat.	lib.
3.	6	4. 7.	12
78		103	

6) 1236

13) 206

lib. 15. 10. 3. 16. $\frac{8}{13}$

da 21. 21. lib. 15. 10. 3. 16. $\frac{8}{13}$
da 22. 22. lib. 12

da 18. 15. lib. 3. 10. 3. 16. $\frac{8}{13}$

La soluzione di questo quesito non è molto dissimile dal precedente, onde si trova la differenza di ciascuna delle due proposte finezze, cioè quella della quale si propose il peso di lib. 12. che è di 22. 22. e l'altra, che si vuol comporre di 21. 21. dall'altra, che ci vuol aggiugnere di 18. 15. si è posto a mano sinistra il composto 21. 21. e dalla destra quello da comporre 22. 22. e si è avuto di differenza dalla sinistra 3. 6. e dalla destra 4. 7. le quali differenze ridotte in denari, saranno 78. e 103. con i quali procedendo per regola del tre, dicendo, se 78. vuole 103. che vorranno lib. 12? che operato ne è venuto lib. 15. onz. 10. car. 3. den. 16 $\frac{8}{13}$ per il pèso, che sarà il composto da fare di 21. 21. dal quale levandovi le proposte lib. 12. da 22. 22. resta

lib. 3. onz. 10. car. 3. den. 16. $\frac{8}{11}$ per quello da 18. 15. che si deve aggiugnere.

La prova di simili quesiti si puol fare col trovare quant' Oro puro sia nelli tre Ori, cioè, negli Ingredienti, e nel composto, e trovandosi la somma degl' ingredienti eguale al composto non si sarà errato.

Quesito Decimo.

Un'Orefice ha onc. 15. d'Oro da 16. ed onc. 10. da 18. volendolo ridurre alla finezza da 20. con aggiugnervi Oro fino, cioè da 24. Quanto ve n' ha d' aggiugnere.

Primieramente si moltiplica il peso di ciascun Oro con la sua finezza, e la somma de' Prodotti, divisa per la somma de' pesi, nel Quociente lascierà la finezza del composto de' due pesati Ori, come quì di sotto in figura si vede.

Onc. 15. da 16 -- Prod. Comp. over potenza 240.
Onc. 10. da 18 -- Prod. Comp. over potenza 180.

Div. 25. Somma de' Prodotti 420. Quo. 16 $\frac{4}{5}$

Sicchè le Onc. 15. da 16. e le Onc. 10. da 18. incorporate insieme, la massa sarà in finezza da 16. $\frac{4}{5}$. Voglio dire, che saranno Onc. 25. da 16 $\frac{4}{5}$.

Per saper quant' Oro fino da 24. bisogni aggiugnere alle onc. 25. da 16 $\frac{4}{5}$ acciò la massa divenghi in finezza da 20. si cava da carati 24. li carati 20. e ne restano carati 4. Parimente da carati 20. si cava li Carati 16 $\frac{4}{5}$ e ne restano carati 3 $\frac{1}{5}$ e poi si dice. Se 4. vuol 3 $\frac{1}{5}$ che vorranno onc. 25? Operando ne vorranno onc. 20. e tant' Oro puro bisogna aggiugnere alle onc. 25. da 16 $\frac{4}{5}$ ed avrai poi onc. 45. da 20. la prova si fa, come ho insegnato nel quarto quesito.

Quesito Undecimo.

Uno si trova avere oncie 10. d' oro da 16., e oncie 6. da

6. da 20. Volendolo abbassare, e ridurlo a finezza solamente da 18. quanto Argento, o Rame vi vorrà?

Prima si depone i pesi, e le finezze proposte con il solito ordine moltiplicando il peso con la sua finezza, cioè onzie 10. con 16. e 6. con 20. e fanno 160. e 120. la cui somma è 280. e partito per 18. ne viene 15 $\frac{5}{9}$ per la composizione. L' approvo col dire, se 24. contiene 10. quanto contenerà oncie 10? e per il secondo, se 24. contiene 20. quanto oncie 6? Che operato il primo ne contiene onc. 6 $\frac{2}{3}$ per il secondo oncie 5. per la quantità dell' Oro puro contenuto dagl' ingredienti: la cui somma, e 11 $\frac{2}{3}$ e tant' Oro puro si deve trovare nel composto. Si prova così: se 24. ne contiene 18. che ne conterrà 15 $\frac{5}{9}$? Che operato ne riesce oncie 11 $\frac{2}{3}$ come si trovò negl' ingredienti.

Onzie 10 dà 16 —— 160
Onzie 6 dà 20 —— 120
16 Carat. 18 | 280
15 $\frac{5}{9}$

24 18 15 $\frac{5}{9}$
216 140
9 (2520
24(280
Onzie 11 $\frac{2}{3}$

24. 16. 10
(160
Fino 6 $\frac{2}{3}$

24. 20. 6
(120
Fino 5

Sommo
Fino onz. 6 $\frac{2}{3}$
Fino onz. 5
11 $\frac{2}{3}$

Quesito Duodecimo.

Voglio fondere, e unire insieme tre qualità d'Oro, cioè

oncie 8. da 20. oncie 6. da 18. e oncie 10. da 22. Di che finezza sarà tal composizione.

Si moltiplica insieme (al solito) ciascun peso con la sua finezza, e li Prodotti uniti insieme, e partirli per la somma de' Pesi, perchè il Quociente sarà la cercata finezza.

Onc. 8 da 20 - Prodotto, o forza 160.
Onc. 6 da 18 - Prodotto, o forza 108.
Onc. 10 da 22 - Prodotto, o forza 220.

Div. 24 Somma de' Prodotti 488. Quoc. 20 $\frac{1}{2}$ per la cercata finezza.

Quì avviso chi legge, che l' Oro, e l' Argento legato si può ridurre a maggior perfezione, o levandogli con acqua forte la lega, o purificandolo con fuoco nel Cupello. E quest' atto si chiama Saggio, cioè far esperienza quanta finezza acquisti l'Oro copellando. Quanto più cala di peso, tanta maggior finezza, e perfezione acquista &c. intorno al che si può proporre nuova sorta di quesiti, che ancor loro si risolvono per via di proporzione.

Quesito Decimoterzo.

Mi ritrovo avere onc. 12. d' Oro da 20. lo fondo, e affino sin tanto, che mi resta onc. 10. di che bontà sarà restato?

Per la Regola del Tre roversciа dirò: Se 12. ha la bontà di 20. che bontà mi darà 10? Operando ne viene 24. sicchè sarà restato Oro fino da Carati 24. l' oncia.

Quesito Decimoquarto.

Avendo purgato Denari 16. d' Argento è restato Den. 14. di qual finezza era, quando congiunto stava con la massa.

Per la Regola Dritta si dice: Se Carati 16. restorno 14. che resteriano Leg. ovvero Onc. 12? Resteriano 10 $\frac{1}{2}$.

Si

Si conclude, che la massa dell' Argento, dalla quale ne furono levati, e purificati Den. 16. è di finezza Leghe, ovvero onc. 10. Den. 21. E tanto basti.

DELLE POSIZIONI FALSE SEMPLICI.

CAPITOLO XXVI.

QUesta Regola si chiama anco Regola del Cattaino, inventata dagli Arabi, ed è lo stesso, che falsa posizione in lingua Italiana. Si chiama parimente Regola del Falso, o perchè con qualche supposto, o figurato si trovi la verità, o pure perchè ella medesima mai risponde con verità alla domanda, ma sempre dice più, o meno del vero. Ben è vero, che la di lei falsità dà entrata, per riportarne la pretesa verità. Questa Regola serve per risolvere li quesiti, quando mancano di qualche termine, senza il quale è impossibile il sottoporli alla Regola di proporzione, e per conseguenza il risolverli. Queste posizioni sono di due sorta, cioè semplici, che con un sol figurato, si risolvono li quesiti, e doppie, che ne ricercano due. Per mezzo delle doppie si risolvono molti quesiti, che per la sola semplice non si potriano tirar in luce. Vero è, che non si può dar certa regola, per conoscere quando per l' uno, e quando per l' altro modo s' abbia da operare: ma posto in dubbio, s' operi prima per la semplice, come di men fatica, e se non basta si ricorri alla doppia.

Quesito Primo.

Tre compagni di Mercanzia devono sborsare Scudi 1000. con quest' ordine, che il secondo, nè sborsi il doppio del primo, ed il terzo tre volte più del secondo. S' addimanda. Quanti Scudi per uno devono sborsare?

Si fa così. M' immagino, che il primo sborsi scu. 100.

es per conſeguenza il ſecondo 200. ed il terzo 600. che uniti inſieme fanno ſcu. 900. ma perchè ne vorrei 1000. adunque la mia poſizione, o figurato è falſa. Per cavarne la verità, ſi dice per la Regola del tre. Se ſcud. 900. vengono da ſcud. 100. da ſcud. 200. e da ſcud. 600. Da quanti verranno ſcud. 1000? Verranno da ſcud. 111 1/9 per il primo, da 222 2/9 per il ſecondo, e da 666 6/9 per il terzo. Sommate inſieme queſte tre partite, e faranno di punto ſcud. 1000. Queſto queſito ſi potria riſolvere per la Regola delle Compagnie immaginandoſi 1. per il primo, 2. per il ſecondo, e 6. per il terzo, che in tutto fariano 9. per capitale &c.

Queſito Secondo.

Interrogato un Cavaliere quanto ſpendeſſe all' Anno in caſa ſua, riſpoſe: Io ſpendo 1/3 della mie entrate per il vitto, 1/4 per il veſtito, ed 1/5 in Servitù, Carrozza &c. ed in queſte tre coſe vi ſpendo ſcud. 6750. S' addimanda, Quanta entrata aveva queſto Cavaliere all' Anno?

A capriccio m' immagino, ch' aveſſe ſcud. 12000. d'entratta all' Anno 1/3 de' quali ſono 4000. un quarto 3000. ed un ſeſto 2000. che uniti inſieme fanno 9000. Ma, perchè non ne voglio ſe non 6750. la mia poſizione è falſa. Diciamo dunque così, ſe ſcud. 9000. provengono da ſc. 12000. Da quanti verranno ſcu. 6750? Vengono da ſcud. 9000. E tale è l' entrata del Cavaliere. Cavane 1/3 1/4 1/5 che faranno ſcud. 6750. Però ſta bene.

Queſito Terzo.

Un' amico dice ad un ſuo confidente. Per grazia del Signore ho fatto buona raccolta, ho avuto in mia parte tante Moggia di Formento, che ſe n' aveſſi la metà, 1/3 1/2 di più n' avrai 36. Moggia. S' addimanda. Quante Moggia n' ha?

In queſto, e ſimili queſiti, ove ſono rotti, ancorchè ſi poſſi

poſſi pigliare, o immaginarſi un numero di capriccio: tuttavia per fuggire li rotti, è bene pigliar ſempre (per la Regola dell' Accattare) un numero, ch' abbia le parti de' propoſti rotti: che nel caſo noſtro per il minimo è 125. al qual 12. aggiugnendovi le parti d' eſſi rotti, cioè 6. per la metà, 4. per $\frac{1}{3}$ e 3. per $\frac{1}{4}$ fanno 25. Ed io vorrei, che foſſero 36. E perciò dico. Se 25. viene da 12. Da che verrà 36? Verrà da 17 $\frac{7}{25}$. E tante Moggia di Formento ha l' amico.

Queſito Quarto.

Un' altro in tal propoſito riſpoſe. Ho tante Corbe di Formento, che $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$ d' eſſe giunte inſieme, fanno in tutto 72. Quante corbe n' ha?

Il 60. ha le parti de' propoſti rotti, che ſono 20. 15. 12. quali uniti inſieme fanno 47. Ed io ne vorrei 72. però dico. Se 47. viene da 60. Da quanto verrà 72. Verra da 91. $\frac{23}{47}$. E tante Corbe di Formento ha il ſuddetto.

Queſito Quinto.

Un' altro riſpoſe. Ho tanto Grano, che poſtone $\frac{1}{3}$ da banda per la caſa, $\frac{1}{4}$ per ſeminare, e $\frac{1}{5}$ per altri riſpetti; me ne avanzano poi anco 50. Moggia da vendere. Quanto Grano ha?

Il minimo numero de' ſuddetti rotti è 12. dal quale cavatone 9. per $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ e per $\frac{1}{5}$ ne reſtano 3. Ma perchè ne vorrei 50. dirò, ſe 3. viene da 12. Da che verrà 50? Verrà da 200. e tante Moggia ha in tutto quel tale. Fanne la prova cavando da queſte 200. Moggia $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ e reſteranno appunto 50. Moggia.

Queſito Sesto.

Un' altro dice. Avevo tante Beſtie Bovine, che avendomene mangiato il Lupo $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$. il reſto poi creſciuto, e moltiplicato in sè ſteſſo, m' ha dato il numero di prima. Quanti capi n' aveva.

Il numero de' rotti è 12. dal quale cavatone 7. per $\frac{2}{3}$ e per $\frac{1}{4}$ ne reſta 5. quale moltiplicato in sè ſteſſo, fa 25. ma perchè nè vorrei ſolamente 12. dirò. Se 25. viene da 12. Da che verrà pur 12? Verrà da $5\frac{19}{25}$. E tanti capi n' aveva.

Queſito Settimo.

Uno diſſe ad un ſuo confidente. Ho tanti Ungari, che s' io n' aveſſi ſolamente 6. delli voſtri n' avrei tanto, quanto avete voi. L' altro riſpoſe. E ſe io n' aveſſi pure 9. de' voſtri, n' avrei poi due volte più di voi. Quanti Ungari aveva ciaſcun di loro?

Se il primo riceveſſe li 6. Ungari dall' altro, chiara coſa è, che n' averia poi la metà di quello, che hanno fra tutti e due: e ſe l' altro parimente riceveſſe li 9. Ungari dal primo, eſſo n' avria $\frac{2}{3}$ di quello, che hanno fra tutti e due. Ma perchè $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ ſono più d' un tutto, e quel più del tutto neceſſariamente deve eſſere la ſomma di quello, che vicendevolmente l' uno domanda all' altro, (che nel caſo noſtro ſono 15.) però biſogna trovare un numero, che la metà, e $\frac{2}{3}$ facciano 15. Potrei pigliarlo a capriccio, ma (come diſſi) per iſcanſar rotti m'appiglio al 6. (minimo numero de' preſenti rotti.) Per la $\frac{2}{3}$ ne piglio 3. e per li $\frac{2}{3}$ ne piglio 4. che uniti inſieme fanno 7. Un ſolo più del tutto. Ma perchè biſogneria, che foſſero 15. dirò. Se 1. viene da 6. Da quanto verrà 15. verrà da 90. E tanti Ungari hanno fra tutti e due. Cavane 6. dalla metà, e ne reſtano 39. per il primo. Cavane parimente 9. dalli $\frac{2}{3}$ e ne reſtano 51. per il ſecondo. Fanne la prova così. Fa che il ſecondo dia 6. Ungari al primo, che queſto con li 39. che ha, ne farà 45. e quell' altro (che di 51. ſe ne priva di 6.) reſta ancor lui con 45. Parimente, ſe il primo dà 9. Ungari al ſecondo, lui reſterà con 30. e l' altro con li ſuoi 51. ne faria 60. cioè due volte di più del pri-

primo: Adunque stà benissimo. Adunque il primo ha in borsa Ongari 39. ed il secondo 51.

Quesito Ottavo.

Un capo di famiglia per suo bisogno ha comprato Moggia 6. di Formentone. Moggia 8. di Fava, e Moggia 12. Formento. Non si ricorda quanto lo abbia pagato il Moggio. Sa bene, che ha speso Scud. 250. e la Fava li costò il doppio del Formentone, ed il Formentone una volta, e mezza più della Fava. Quanto spese per ciascuna sorta de' proposti Grani. E quanto per Moggio?

Io suppongo a mio capriccio, che il Formentone vaglia scudi 6. il moggio. La Fava per ragione 12. ed il Formento 18. (cioè una volta, e mezza di quello costa la Fava.) Fatto questo, bisogna vedere quanto costeriano le proposte moggia di robe a ragione del supposto prezzo, Le 6. moggia di Formentone costeriano scu. 36. le 8. Fava 96. e le 12. di Formento 216. che uniti insieme sono scud. 438. ma perchè non ne vorrei altro, che 250. avendo errato nella mia elezione, dirò, se 348. viene da 6. Da quanto verrà 250? Verrà da $4\frac{5}{17}$. E tanto vale il moggio del Formentone. La Fava il doppio, cioè scud. 8 $\frac{10}{17}$ ed il Formento scud. 12 $\frac{27}{17}$. Adunque [facendone il conto] le moggia 6. di Formentone costano scud. 25 $\frac{30}{17}$. Le moggia 8. di Fava scud. 68 $\frac{24}{17}$ e le moggia 12. di Formento scud. 155 $\frac{4}{17}$ che in tutto sono scud. 250. Però stà bene la ragione.

Quesito Nono.

Un' altro interrogato, quanti Anni avesse, rispose: N' ho tanti, che se n' avessi altri tanti, la metà di tanti, ed in oltre $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ e di tanti 1. di più avrei Anni 100. Quanto tempo ha costui?

Perchè questi rotti si contengono in 60. Io m' immagino, che abbia 60. Anni, e 60. per altri tanti, e 30. per

la

la metà, e 20. per il terzo, e 15. per il quarto, e 12. per il quinto, che uniti insieme fanno 197. ed 1. di più sono 198. ed io vorrei, che fossero 100. Però dico. Se 198. fossero 100. Che sariano 60? Sariano anni 30. mesi 3. giorni 19. ore 2 $\frac{2}{11}$. E tanti anni ha l' amico.

Quesito Decimo.

Un Fattore porta lir. 60. al suo Padrone, per certe cosarelle vendute, ed il Padrone rispose, che le teneste per $\frac{1}{7}$ e per $\frac{1}{8}$ del suo salario, Sarei curioso di sapere, quanto salario abbia all' Anno detto Fattore.

Si fa così: il numero di $\frac{1}{7}$ e di $\frac{1}{8}$ sono 30. da questo numero 30. cavane 11. per $\frac{1}{7}$ e per $\frac{1}{8}$ e ne resterà 19. ma perchè ne vorressimo 60. dirò: Se 19 viene da 30. da che verrà 60? Verrà da lir. 94. sol. 14. den. 8. e $\frac{16}{19}$ e questo è il salario del Fattore.

Quesito Undecimo.

Un Mercante compra tre pezze di Panno, nè si ricorda per quanto, sà bene, che spese lir. 360. e che la seconda costava lir. 23. più della prima, e la terza lir. 16. più della seconda. Vorrei sapere. Quanto costò ciascuna pezza da sè?

Supposto	Sottro	Sommo	Sommo
1	lir. 360	lir. 98. 6. 8	lir. 99. 6. 8
24	lir. 65	lir. 1	lir. 23
40			
65	3(295	lir. 99. 6. 8	lir. 122. 6. 8
	lir. 98. 6. 8		

Sommo	Prova	Sommo
lir. 122. 6. 8		
lir. 16	La prima importa	lir. 99. 6. 8
	La seconda importa	lir. 122. 6. 8
lir. 138. 6. 8	La terza importa	lir. 138. 6. 8
		lir. 360. - -

Sup-

Suppongo, che la prima pezza costasse lir. 1. La seconda lir. 24. e la terza lir. 40. che unite insieme fanno lir. 65. quali si devono cavare dalle lir. 360. Il che fatto restano lir. 265. da partire in 3. parti eguali: perchè 3. sono le pezze di panno [cioè lir. 98. sold. 6. den. 8. per pezza.] Per la prima aggiugni lir. 1. e saranno lir. 99. sold. 6. den. 8. Per la seconda aggiugni lir. 23. e saranno lir. 132. sol. 6. den. 8. E per la terza aggiugni lir. 16. e saranno lir. 138. sol. 6. den. 8. E questo è il prezzo delle tre pezze di panno. Somma insieme le tre partite, e saranno di punto lir. 360.

Quesito Duodecimo.

Un Mercante và ad una Fiera con certa quantità di Scudi, ove d'ogni 4. fece 6. Si partì poi, ed altrove con tutti li denari, che si trovava avere, nuovamente di 6. fece 9. Ultimamente ad un' altra Fiera moltiplicò tanto tutti li Scudi, che d'ogni 9. fece 12. ed in tutto si trovò avere scudi 600. Vorrei sapere con quanti scudi si partì da Casa questo Mercante?

In questo, e simili quesiti, si comincia di dietro, cioè dall' ultimo guadagno; e però dirò. Se 12. era 9. Che fu 600. fu 450. E con tanti scudi si partì dal secondo luogo, e perchè ivi di 6. fece 9. dirò: Se 9. era 6. quanto fu 450.? fu 300. E con tanti scudi si partì dalla prima Fiera, ma perchè ivi di 4. fece 5. dirò: Se 5. era 4. che fu 300? fu 240. E con tanti Scudi si partì da Casa il Mercante. Fanne la prova voltando la ragione. Se 4. era 5. Che 240. e così con le altre poste, e la troverai buona.

lir.	lir.	lir.	lir.	lir.	lir.	lir.
12 -	9	600	9 - 6 -	450	5 - 4 -	300
	(5400			(2700		[1200
	lir. 450		lir.	300		lir. 240.

Prova

240
5
4 (1200
lir. 300
9
6 (2700
lir. 450
12
9 [5400
lir. 600

DELLE POSIZIONI FALSE DOPPIE.

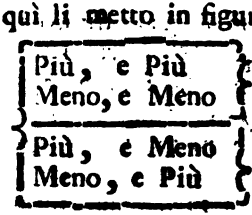
CAPITOLO XXV.

Quesito Primo.

TRe Compagni hanno da spartirsi fra di loro scudi 200. con queste condizioni. Il secondo n' ha d' avere il doppio del primo, e 10. di più, il terzo n' ha d' avere quanto ha il primo, ed il secondo insieme, e 20. di più. Quanti scudi avrà ciascun di loro?

Prima di rispondere, ammaestrando chi legge, dico: che

ché li quesiti da risolversi per questa Regola, mancano sempre d' un termine nel supposto: senza la cui notizia è impossibile il rispondere alla domanda. Questo termine incognito nel proposto quesito è la quantità de' Scudi, che deve avere il primo compagno; il che saputo, la risoluzione del quesito non porta difficoltà alcuna. Per fondamento, e per base di questo modello si batte sempre l' occhio adosso a quel termine, che manca: assegnando noi, e determinando tal quantità a nostro capriccio, e poi di mano in mano operando con tal fondamento, secondo che richiede la proposta. Vero è, che le conclusioni delle nostre due posizioni, o modelli daranno tutte e due alle volte più, alle volte meno, ed alcune altre volte una darà più, e l' altra meno di quello, che vorressimo. E però tutto il punto di questo negozio consiste principalmente in sapere, ed avere sempre alla memoria, che quando tutte due daranno più, o tutte due meno, in tal caso si cava la differenza degli errori per la sottrazione d' uno dall' altro, ed un Prodotto dall' altro; ma quando l' errore d' una posizione sarà più, e l' altro meno, allora si sommano tanto gli errori quanto li Prodotti. Ed acciò meglio s' imparino questi termini, quì li metto in figura.



Due modi d' operare insegnano li nostri Antichi Scrittori, ma qui, per fuggire la confusione, insegno il modo di che mi servo, come più facile, e di meno operazione. Risolviamo il quesito:

Per

Per ſcioglière il ſuddetto quesito con la regola della falſa poſizione doppia, ſi proporranno due numeri li quali mai moſtreranno la verità, ma daranno o di più, o di meno di quello, che ſi cerca. Onde ſe daranno di più sarà neceſſario valerſi di quello, che di ſopra ſi è detto, che più, e più ſempre ſi ſottra. Pongaſi, che il primo Compagno delli detti ſcudi 200. ne abbia d' avere 40. scudi di ſua porzione, e il ſecondo, che ne deve avere il doppio del primo, e 10. di più n' avrà per la ſua parte scudi 90. il terzo per doverne avere quanto il primo, e secondo inſieme, e 20. di più avrà ſcudi 150. le quali tre porzioni raccolte in una ſol ſomma faranno ſcudi 280. li denari da dividerſi ſono ſcudi 200. perciò la ſuddetta poſizione rende di più ſcudi 80. di quello ſi cercava. Ora di nuovo faccio un' altra poſizione. Fingaſi che il primo Compagno ne debba avere ſcudi 30. il ſecondo ne debba avere ſcudi 70. e il terzo ſecondo le condizioni ſuddette gli tocca ſcudi 120. le quali poſizioni ſommate fanno 220. che ſono 20. di più; poſcia moltiplicaſi in Croce il ſuppoſto con le differenze, cioè 30. con 80. e fanno 2400. e 40. con 20. fanno 800. quali due prodotti ſottratti reſta 1600. e ſottratto 20. a 80. reſta 60. con il quale diviſo il 1600. ne viene 26 $\frac{2}{3}$ e tanti ſcudi dovrà avere il primo Compagno in ſua parte; gli altri poi n' avranno alla rata porzione ſecondo la di loro convenzione. Per farne prova. E' coſa chiariſſima, che ſe il primo Compagno ha d' avere per ſua parte ſcudi 26 $\frac{2}{3}$ il ſecondo ne dovrà avere ſcudi 53 $\frac{1}{3}$ e il terzo ſcudi 110. conforme l' accordato di loro, le quali tre poſizioni raccolte inſieme fanno ſcudi 200. Adunque l' operazione ſuddetta ſarà buona come all' operazione preſente ſi vede, e come maggiormente

da

da altri simili quesiti si conoscerà la verità di questa opinione, o sia falsa posizione.

Supposto

Primo composto scudi	40	30	il primo
Il secondo scudi	90	70	il secondo
Il terzo scudi	150	120	il terzo
Riuscita di scudi	280	220	Riuscita
Tutto il Capitale	200	200	tutto il Capitale
Più scudi	80	20	scudi di più

2400 | 80
800 | 20
610 (1600 | 60

Scudi 26 $\frac{2}{3}$

Al primo gli tocca scudi	26	$\frac{2}{3}$
Al secondo gli tocca scudi	63	$\frac{1}{3}$
Al terzo gli tocca Scudi	110	
	200	

Quesito Secondo.

Un Cavaliere fa far certi lavori a giornata, e col Mastro è d' accordo, che il lavoro sia finito nel termine di 40. giorni. Che quando lavorerà gli darà soldi 25. il giorno, e quando occorresse, che non lavoresse, egli perda sol. 30. pur il giorno. Il Mastro fece il lavoro nel prescritto termine, ma non guadagnò se non sold. 18. Domando, quanti giorni lavorò, e quanti non lavorò?

Pri-

Primo Supposto.
Giorni 25
Soldi 25
Soldi 625
Giorni 15
Soldi 30
Soldi 450
Soldi 625
Soldi 175
Soldi 18
Di più 157

Secondo Supposto.
20 Giorni
25 Soldi
500 Soldi
40 Giorni
30 Soldi
600 Soldi
500 Soldi
100 Soldi
18 Soldi
118 Di meno

P. M.

Moltiplico
Differenza 157
Supposto 20
3140

Moltiplico
Differenza 118
Supposto 25
2950

157
118
275

Sottro 40 Giorni
22 8 Gior.
55
Gior. che non lavorò 17 47
Sol. 30 Sol.
55)30
5[1410
11(282
25 7/11

Sommo
3140
2950
275[6090
22 8/11

Prova
Giorni che lavorò 22
Soldi 25
Soldi 553
535
Guadagno di Soldi 18

Soldi
8/11)25
) 8
(200
(3
35
5 (
55
7/11
7/11

510
25
535 7/11

Abbia lavorato giorni 25. ne' quali guadagnò ſold. 625. e per giorni 15. che non lavorò, perſe ſold. 450. quali ſottratti da ſold. 625. che guadagnò, ne reſtano 175.

175. ma perchè ne vorrei ſolamente 18. ho errato di ſoldi 157. di più, ſicchè biſogna far nuova poſizione.

Abbia lavorato gior. 20. ne' quali guadagnò ſol. 500. e per altri giorni 20. che non lavorò perdette ſol. 600. da'quali levando li Sol. 500. che guadagnò viene a perder ſoldi 100. ma perchè ne deve guadagnare 18. ho errato di ſoldi 118. di meno. Nel reſto, operando ſecondo l'accennato avvertimento del più, e meno, e come nella concluſione ſi vede, il Maeſtro lavorò giorni 22 $\frac{8}{11}$ ne' quali guadagnò ſol. 553 $\frac{7}{11}$ e per giorni 17 $\frac{3}{11}$ che non lavorò, perdè ſol. 537 $\frac{7}{11}$ quali ſottratti da ſol. 553 $\frac{7}{11}$ che guadagnò reſtano ſoldi 18. come fu propoſto.

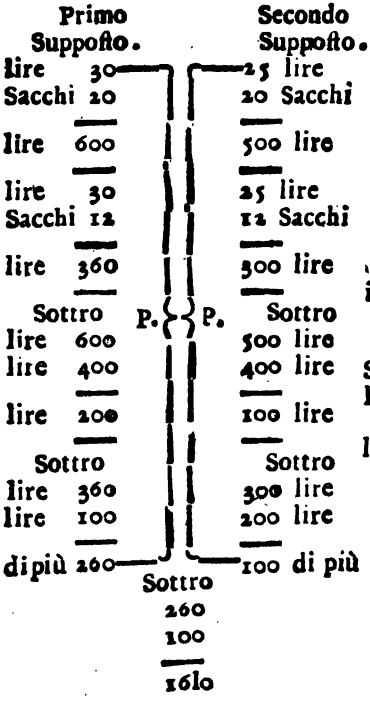
Queſito Terzo.

Sacchi 20. di Formento coſtano tanto più di lir. 400. quanto che Sacchi 12. coſtano meno di lir. 300. Quanto vale il Sacco?

Il termine, che manca nel ſuppoſto di queſto queſito, è la valuta del ſacco. O queſto ſia il fondamento, ed il Modello della mia poſizione, ed il Formento coſti lir. 30. il ſacco. Se così è li ſacchi 20. coſteriano lir. 600. e li ſacchi 12. lir. 360. ma perchè li ſacchi 20. ſuperano di valuta lir. 200. più del propoſto 400. ne ſiegue, che li ſacchi 12. dovriano ançor' eſſi coſtare lir. 200. meno di 300. ſicchè biſogneria, che li ſacchi 12. coſtaſſero ſolamente lir. 100. ma perchè ne coſtano 360. ho errato il modello, per la valuta di lir. 260. di più. Facciamone un' altro.

Coſti il ſacco lir. 25. che ſacchi 20. coſteranno lir. 500. e li ſacchi 12. lir. 300. ma ſiccome li ſacchi 20. coſtano lir. 100. più del noſtro 400. così li ſacchi 12. dovriano coſtare lir. 100. meno di 300. cioè dovriano coſtare ſolamente lir. 200. ma perchè ne coſtano 300. anco in queſta ſeconda poſizione ho errato di lir. 100. più

del dovere. Operando secondo la regola del più, e più, il ſacco del Formento coſta lir. 21 $\frac{7}{8}$ come nella concluſione ſi vede. E che ciò ſia la verità, moltiplicando li ſacchi 20. per lir. 21 $\frac{7}{8}$ ne vengono lir. 437 $\frac{1}{2}$ (cioè Lir. 37. $\frac{1}{2}$ più di 400) e moltiplicando li ſacchi 12. anco per lir. 21 $\frac{7}{8}$ ne vengono lir. 262 $\frac{1}{2}$ (che appunto ſono lir. 37 $\frac{1}{2}$ meno di 300.) Però ſta bene.



Que-

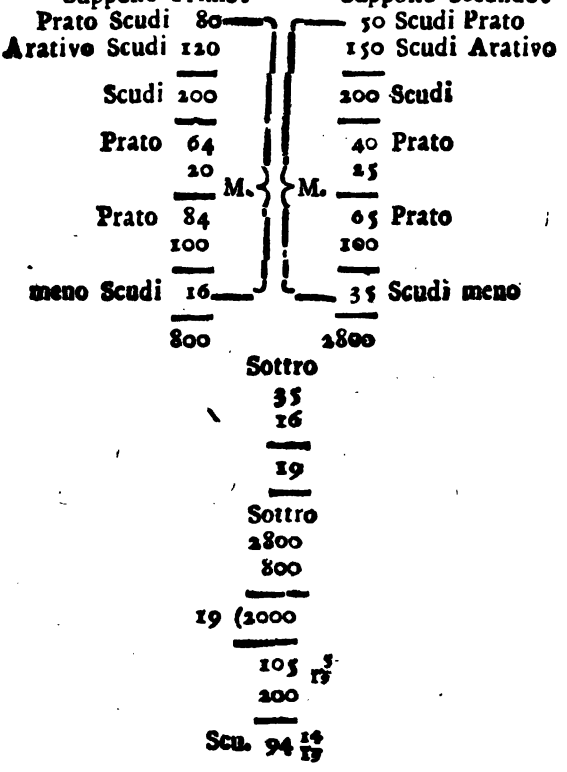
Quesito Quarto.

Uno vende una Possessione di Tornature 180. Novanta di Prato, e 90. d' arativo. Una Tornatura di Prato, ed una d' arativo insieme costano fra tutte e due scudi 200. Ma se il Prato concedesse all' arativo $\frac{1}{7}$ del suo valore per Tornatura, e l' arativo ne donasse $\frac{1}{8}$ al Prato, con questa reciproca donazione, e col proprio valore la Tornatura dell' uno, e dell' altro separatamente avria scudi 100. Quanto costa la Tornatura del prato, quanto quella dell' arativo, e quantosu venduta la Possessione?

In questo quesito, perchè una Tornatura di prato, ed una d' arativo costano scud. 200. bisogna far di questi scudi 200. due parti, rappresentanti il prezzo di ciascuna Tornatura. avvertendo (per fuggir rotti) che siano divisibili per $\frac{1}{7}$ e per $\frac{1}{8}$ secondo la proposta. Suppongono dunque, che la Tornatura del prato costi scudi 80. e quella dell' arativo scud. 120. che uniti insieme fanno 200. Adesso posso applicarmi col Modello a qual si voglia di questi due prezzi [io m' appiglio però al prezzo del prato, e dico così.] Se il prato dà all' arativo $\frac{1}{7}$ del suo prezzo; esso di scud. 80. la Tornatura, resterà solamente con scud. 64. ma ricevendo poi dall' arativo $\frac{1}{8}$ la Tornatura del Prato viene a costare scud. 84. ed io ho detto, che dopo la reciproca donazione l' una, e l' altra Tornatura avria scud. 100. Adunque ho errato nel meno di scud. 16. Or facciamo la seconda posizione.

Vaglia la Tornatura del Prato scudi 50. e quella dell' arativo 150. che uniti insieme fanno 200. Se la Tornatura del prato si priva d' $\frac{1}{7}$ del suo valore, e poi ricevi $\frac{1}{8}$ dell' arativo, avrà *aa sumum* sc. 64. e io vorrei, che fossero 100. Sicchè anco la seconda volta ho errato nel meno di scud. 35. Operando secondo la regola della conclusione, la Tornatura del Prato costa a prezzo reale scud. 105.

$\frac{5}{19}$ e quella dell' arativo il reſto ſino a 200. cioè ſc. 94 $\frac{14}{19}$ Per ſarne la prova, ciaſcuno dia all' altro ſecondo l' accordo, ed avranno 100. per uno.



Prova:

Prezzo del Prato Scu.	105 $\frac{5}{19}$	Prezzo dell'Arativ. Sc.	94 $\frac{14}{19}$
Per un quinto Scudi	21 $\frac{1}{19}$	Per un sesto Scudi	15 $\frac{15}{19}$
Privo d'un quinto Sc.	84 $\frac{4}{19}$	Privo d' un sesto Scu.	78 $\frac{18}{19}$
Per $\frac{1}{6}$ ricev. dall' Arativo Scudi	15 $\frac{15}{19}$	Per $\frac{1}{7}$ ricev. dal Prato Scudi	21 $\frac{1}{19}$
Somma pretesa Scu.	100	Somma pretesa Scu.	100

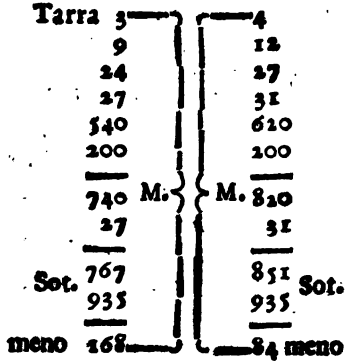
Adunque il quesito è ben risolto. Per saper quanto fu venduta la Possessione: basta a moltiplicare 200. per 90. e ne veranno scud. 18000. per la valuta di essa; e questa è la ragione, perchè il 90. è la metà delle Tornature di tutta la Possessione, e li scudi 200. è il prezzo di due Tornature insieme una di Prato, ed una d' arativo. L' istesto verrà moltiplicato le 90. Tornature di Prato, e le 90. d' arativo con il proprio prezzo &c.

Quesito Quinto.

Un Mercante compra alquante Centinaja di Canepa con un tanto di tara per 100. ne d' altro si ricorda, se non che il costo del cento era triplico, cioè tre volte tanto, quanto era la tara per 100. e 15. di più. Inoltre si ricorda, che la valuta di tutte le Centinaja era ventupla, cioè 20. volte più, che il valore del 100. e della tara insieme, più 200. e la somma del tutto, arrivò alla quantità di lir. 935. Quanto costò la Canepa il 100. Quanto fu la tara. Quante Centinaja ne comprò, e quanto spese in tutto?

Sia la tara 3. Triplicata fa 9. più 15. fa 24. (Valuta della Canepa il cento) A questa valuta giontovi la tara, fa 27. quale moltiplicato per 20. fa 540. più 200. fa 740. (Valuta di tutte le Centinaja comprate) A questo valore

giontovi il costo del 100. e la tara, cioè 3. e 24. in tutto fa 767. ma perchè ne vorrei 935. ho errato nel meno di 168. Or facciamo la seconda posizione. Sia la tara 4. Triplicata fa 12. più 15. fa 27. (Valuta del 100.) A questa valuta giontovi la tara, fa 31. quale moltiplicato per 20. fa 620. più 200. fa 820. [valuta di tutte le Centinaja comprate] A quello prezzo giuntovi la tara, ed il costo del Cento, cioè 4. e 27. in tutto s' avrà 851. ma perchè ne vorrei 935. anco la seconda volta ho errato nel meno di 84. Operando, la tara fu 5.



Sottro
168
84
Divis. 84
Sottro
672
252
7[420
12160
libre 5 fu la (tarra

Pro-

Se 5. fu la tara triplicata, ed al Prodotto giuntovi 15. la Canepa costò lir. 30. il Cento. Se a 30. s' aggiugne la tara 5. e poi si moltiplichi per 20. s' avrà 700. al quale agiuntovi 200. fa 900. per la valuta di tutte le Centinaja. Finalmente sommando insieme 5. per la tara, 30. per il costo del Cento, e 900. per il costo di tutte le Centinaja, s' avrà 935. come fu proposto. Adunque stà bene; Adunque la tara fu 5. Il Cento costò lir. 30. Trenta furono le Centinaja, e lir. 900. fu la spesa.

Quesito Sesto.

Uno dà ad un' altro scudi 100. acciò li goda solamente per tre Anni, e con patto, che ogni Anno li renda indietro scud. 36. tra frutto, e capitale. S' addimanda. Quello, che tenne tre Anni li scudi cento, quanto viene a pagare all' Anno per cento? poichè in capo alli tre Anni li scudi 100. diventano 108.

Abbia pagato 4. per Cento. In capo al primo Anno rendendo al Padrone scud. 36. ne viene a restituire 32. di capitale, e per l' Anno secondo ne conserva 68. Dico. Se Cento guadagnano 4. Che guadagnaranno 68. Operando, guadagnano scudi 2 $\frac{18}{25}$ quali cavati da 36. ne restano 33 $\frac{7}{25}$. E tanti ne rende al Padrone di capitale in capo al secondo Anno. Cavando questi scudi 33 $\frac{7}{25}$ da scud. 68. (capitale del secondo Anno) ne restano solamente 34 $\frac{18}{25}$ per capitale del terzo Anno, e poi dico di nuovo. Se 100. guadagnano 4. che guadagneranno 34 $\frac{18}{25}$? Operando, guadagneranno scudi 1. $\frac{243}{625}$. Ma perchè restituendo al Padrone in capo al terzo Anno tra frutto, e capitale anco scud. 36. li sopravanza $\frac{68}{625}$ di scudo, ne siegue, che la nostra posizione è troppo gagliarda. Facciamo la seconda.

Abbia pagato 3. per 100. in capo al primo Anno rendendo al Padrone scudi 36. ne viene a restituire 33.

di capitale, ficchè per l' Anno ſecondo ne conſerva 67. Dico. Se 100. guadagnano 3. che guadagneranno 67? Operando, guadagnano ſcud. $2\frac{1}{100}$ quali cavati da 36. ne reſtano $33\frac{99}{100}$. E tanti ſcudi del capitale rende al Padrone in capo al ſecondo Anno. Cavando queſti ſcudi $33\frac{99}{100}$ da ſcudi 67. (capitale del ſecondo Anno) ne reſtano ſolamente $33\frac{1}{100}$ per capitale del terzo Anno, e poi dico. Se 100. guadagnano 3. Che guadagneranno $33\frac{1}{100}$? Operando, guadagneranno Scudi $\frac{9993}{10000}$. qual frutto unito col ſuo capitale di ſcud. $33\frac{1}{100}$ fa ſcud. $34\frac{3}{10000}$ ma perchè ne vorrei 36 anco in queſta ſeconda poſizione ho errato, mancandomi ſcud. $\frac{9997}{10000}$.

Moltiplicando in croce, ſommando, e dividendo ſecondo la regola del più, e meno, s' avrà ſcudi $3\frac{1997}{21087}$ E tanto paga all' Anno per 100. quello, che ricevette li ſcudi 100. e ſe foſſero ſcud. di Paoli, ſariano ſcudi 3. Bajocchi 94. Den. $10\frac{1670}{21087}$ come dall' operazione ſi vede.

Operazione.

Scudi	Sottro	Sottro	Scu.	Scu.	Scu.	Sottro
68	Sc. 36	Sc. 68	100	4	$34\frac{18}{21}$	Scu. $34\frac{18}{21}$
Sc. 4	Sc. $2\frac{18}{21}$	Sc. $33\frac{7}{21}$	2500		868	Scu. $1\frac{243}{724}$
272	Sc. $33\frac{7}{21}$	Reſta $34\frac{18}{21}$			25(3472	Scu. 36
4)100					$1138\frac{22}{21}$	avanza $\frac{68}{21}$
$\frac{28}{21}$					100	
					972	
					4(2500	
					243	
					625	

Se-

Seconda Operazione.

Scudi Sottro Sottro Scu. Sc. Sc. Sommo

67 Sc. 36 Sc. 67 100 3 $33\frac{1}{100}$ Sc. $33\frac{1}{100}$ $\frac{10000}{100100}$

3 Sc. $2\frac{1}{100}$ Sc. $23\frac{99}{100}$ 10000 3301 Sc - $\frac{9903}{10000}$

Sc. 2101 Sc $23\frac{99}{100}$ Sc. $33\frac{1}{100}$ 9903 Sc. 34 9903

100 10000 (10003

(1

- - - 3

10000

Sottro

Sc. 36

Sc. - $\frac{3}{10000}$

Sc. $35\frac{9997}{10000}$

Conclusione

4 3

P M.

68 9997

625 10000

Prod. Prod.

204 2497

625 7 2500

Somma de' Prodotti

2497 - 2500

7 2500 - 1 - 2497

1 204

8 625 - 4 - 816

(3313

(1

813

2500

Sommo

9997 - 20000

1 10000 - 1 - 9997

1 68

2 625 - 16 - 1088

1085

2 10000

21085

10000

X

813

8 2500

20813

2500

Partitore [1085

[1 52712500(208130000

(Scu. 3

1085 499925|00

10000 25(527125|00

19997

21085

Que-

Quesito Settimo.

Uno si trova avere un pezzo d' Oro, mescolato con Argento qual pesa Lib. 12. ne sà quanto Argento vi sia. Si ricerca perciò la quantità precisa dell' uno, e dell' altro senza separarli.

La risoluzione d' un simile quesito fu ritrovata da Archimede, ed è questa. Primieramente bisogna aver un pezzo d' Oro, ed un pezzo d' Argento d'egual peso (se fossero d' inegual peso, anco s' avria l' intento.) Secondariamente si prepara un Vaso di proposito, e pieno d' Acqua quanto mai sia possibile. Fatto questo: con gran delicatezza separatamente s' infonde nel vaso ciaschedun pezzo dell' Oro, e dell' Argento, e del proposto pezzo di Lib. 12. pesando per ciascuna infusione l' Acqua, che ciascun pezzo fa uscir dal Vaso, perchè certa cosa è, che essendo l' Oro più peso dell' Argento, occupa manco luogo, e per conseguenza manderà fuori del Vaso manc' Acqua &c. Alla pratica.

Sia l' Oro, e l' Argento separatamente una Lib. per pezzo. Di più. Infondendo nel Vaso il proposto pezzo di Libre 12. faccia uscir fuori Onc. 68. d' Acqua. Infondendo la Lib. d' Oro, ne faccia uscire Onc. 5. ed infondendo la Lib. d' Argento ne faccia uscire Onc. 7. Fatto questo, per l' Oro si dice. Se Lib. 1. ricerca Onc. 5. d' Acqua. Quante ne vorranno Lib. 12? Per l' Argento si dice: Se Lib. 1. pretende Onc. 7. Quante ne vorranno Lib. 12? Operando, per le Lib. 12. d' Oro avrai Onc. 60. d' Acqua, e per l' Argento n' avrai 84. Adunque si conosce chiaramente, che il proposto pezzo di Lib. 12. non è Oro schietto, perchè se ciò fosse, non avria versato se non 60. Onc. d'Acqua. Per saper precisamente la quantità dell' Oro, e dell' Argento, che si contiene in esso, bisogna ricorrere alla Regola delle posizioni doppie, come siegue.

Sia

Sia nel propoſto pezzo Lib. 7. d' Oro, e 5. d' Argento. Per le 7. Lib. d' Oro avrò onc. 35. d' Acqua ſparſa, e per le 5. d' Argento n' avrò onc. 35. che unite inſieme fanno 70. ed io ne vorrei ſolamente 68. Adunque n' hò due oncie d' avantaggio. Facciamo la ſeconda poſizione.

Sia l' Oro onc. 9. e l' Argento onc. 3. Per quello avrò onc. 45. d' acqua effuſa, e per queſto n' avrò onc. 21. che unite inſieme fanno oncie 66. ed io ne vorrei 68. Operando al ſolito s' avrà 8. Si conclude adunque, che nel propoſto pezzo vi ſono lib. 8. d' Oro, e 4. d' Argento. Che ciò ſia il vero, per le lib. 8. d'Oro avremo onc. 40. d'Acqua ſparſa, e per le 4. d' Argento n' avremo onc. 28. che unite inſieme fanno appunto 68. (come ſparſe il propoſto pezzo.) Adunque ſta bene.

Conclusione.

Per 7. d'Oro più 2. Prod. 18
Per 9. d'Oro meno 2. Prod. 14

Diviſ. 4. 32
Quociente onc. 8

Queſito Ottavo.

Un Re mette inſieme un groſſo Eſercito, per andare contro il ſuo nemico. Per il viaggio ne morì $\frac{1}{3}$. Un quinto s' amalò, $\frac{1}{2}$ fuggì, e 23000. ne reſtarono ſani, e fedeli al ſuo Re. S' addimanda il numero di tutto l' Eſercito da principio.

Simili queſiti ſi potriano riſolvere per la Regola delle Poſizioni falſe doppie, ma più leggiadramente ſi riſolvono così.

Per la Regola dell' Accattare alla longa, ovvero alla curta ſi trova un numero, che abbia le parti di quarto, di quinto, e di ſeſto, e queſto per il minimo nel caſo propoſto è il 60. Di queſto 60. ne piglio $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ qua-

li

li sommati insieme fanno 37. Sicchè $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ di tutto l' Esercito è $\frac{37}{60}$. E se così è, il resto di necessità [cioè $\frac{23}{60}$] sarà la quantità de' Soldati, che furono fedeli; ma perchè detti Soldati (dal supposto) erano 23000. per sapere la quantità di tutto l' Esercito, basta a partire per $\frac{23}{60}$ le 23000. perchè il Quoziente sarà la conclusione del quesito. Rispondo adunque, che l' Esercito era di 60000. E che sia il vero di questi 60000. Soldati levandone 15. mila per $\frac{1}{4}$ 12. mila per $\frac{1}{5}$ e 10. mila per $\frac{1}{6}$ ne resta; no precisamente 23. mila.

60		23. 60.	23000
$\frac{1}{4}$ 15			(1380000
$\frac{1}{5}$ 12			60000
$\frac{1}{6}$ 10			
37			
60	Morti	$\frac{1}{4}$	15000
	Amalati	$\frac{1}{5}$	12000
23	Fuggiti	$\frac{1}{6}$	10000
60	Fedeli		23000
	Tutto l' Esercito		60000

Innumerabili sono li quesiti, che si potriano proporre, poichè innumerabili bizzarie può partorire l' intelletto umano, ma certo ogni mediocre ingegno mediante li precedenti, bene intesi, da sè saprà farsi onore.

Avvertiscasi, che ogni volta, che nella prima, o seconda posizione, occorresse d' incontrarsi in quello si cerca, non occorre passar più avanti: ma sarà risoluto il quesito. Per esempio. Se in una delle due posizioni del penultimo quesito avessi supposto, che nel proposto

ſto pezzo vi foſſero ſtate lib. 8. d'Oro, ò 4. d'Argento, perchè l'acqua ſcacciata dal Vaſo da queſte due quantità, fa oncie 68. ho l'intento.

QUESITI CURIOSI, E DILETTEVOLI.

CAPITOLO XXVI.

Queſito Primo.

COme fareſti a portar fuori d'un Giardino un ſol Pomo, dovendo uſcire per 3. porte, e dovendone laſciare la metà, ed 1. di più per ciaſcuna porta? Quanti Pomi biſogneria preparare per portarne a Caſa un ſolo?

Dì così. Uno da portare a Caſa, ed 1. di più fa 2. dupplicali, che ſaranno 4. ed 1. di più fanno 5. raddoppiali, che faranno 10. ed 1. di più fanno 11. Raddoppiali di nuovo, ed in tutto ſaranno 22. E tanti Pomi biſogna preparare per portarne a caſa un ſolo. Facciamone la prova.

Di queſti Pomi 22. laſciandone la metà alla prima porta, ed 1. di più a lui ne reſtano ſolamente 10. con li quali ſi preſenta alla ſeconda porta, e perchè a queſta ne deve laſciare anco la metà, ed 1. di più, non li reſtano altro, che 4. Pomi, de' quali laſciandone 2. alla terza porta per la dovuta metà, ed 1. di più, un ſol Pomo li reſta da portare a Caſa, come promiſe.

Ma ſe ne voleſti portare a Caſa 2. o 3. ovvero 4. &c. baſta aggiugnere al 22. tante volte 8. quanti Pomi vorrai portare a caſa più d'un ſolo. Sicchè volendone portare 2. pigliane 30. Se 3. pigliane 38. Se 4. pigliane 46. e così in infinito.

Ma ſe alla prima porta ſi pagaſſe la metà, ed 1. di più. Alla ſeconda la metà, e 1. di più. Ed alla terza la metà,

e 1.

e 3. di più, dirai così. Alla terza porta 3. ed 1. di più fanno 4. Per la seconda porta dupplicali, che saranno 8. e 2. di più fanno 10. Per la prima porta dupplicali, che saranno 20. ed 1. di più fanno 21. quali di nuovo raddoppiati fanno 42. E tanti Pomi ci vogliono per portarne a Casa un solo.

Quesito Secondo.

Uno manda il suo Spenditore alla Piazza con sol. 40. acciò li compri 40. uccelli vivi, cioè Quaglie a soldi 3. l' una. Tordi a sol. 2. l'uno, e Passarotti a $\frac{1}{2}$ di soldo l'uno. S' addimanda. Quanti uccelli comprerà d' ogni sorta?

Per la Regola delle posizioni semplici questo, e simili quesiti si risolvono così. Bisogna sempre apporsi a quella sorta d' uccelli di manco prezzo, che nel caso nostro sono li Passarotti. Suppongo adunque, che il spenditore comprasse 40. Passarotti, quali costeriano (al tassato prezzo) sol. 8. Ma perchè n' ha da spendere 40. ne sopravanzano 32. fatto questo, bisogna vedere, quanto costino più de' Passarotti gli altri uccelli, che ha da comprare. Le Quaglie costano $\frac{14}{2}$ di più, e li Tordi $\frac{9}{2}$ di più. Bisogna convertire li soldi 32. in quinti, e saranno 160. Ultimamente bisogna dividere questo 160. in 2. parti tali, che l' una partita per 14. e l' altra per 9. non vi resti rotto alcuno (e questo è 70. e 90.) perchè il Quociente sarà il numero delle Quaglie, e de' Tordi ch' ha da comprare, e per il resto fino a 40. tanti Passarotti. Si conclude adunque, che il Spenditore deve comprare Quaglie 5. Tordi 10. e Passarotti 25. Avvertiscasi, che quando non si trovasse tal numero, che facesse le dovute divisioni senza rotto, si può rispondere, che tal quesito non si può rettamente sciogliere, ed è più laudabile, che mettere insieme un pezzo di Quaglia con un' altro di Tordo, o di Passarotto.

Que-

Quesito Terzo.

Sono invitati 18. persone ad un Banchetto, nel quale fra l' altre vivande si mangiarono 18. Tordi, gli uomini ne mangiarono 2. per uno: le donne 1. per una: e li fanciulli ne mangiarono solamente $\frac{1}{2}$ per uno. Quanti uomini, quante donne, e quanti fanciulli vi si trovarono?

Questa, e simili si risolvono, come la passata. Suppongo, che 18. fanciulli mangiassero 9. Tordi, ne restano altri 9. La porzione degli uomini supera quella de' fanciulli di $\frac{1}{2}$ e quella delle donne di $\frac{1}{2}$. Li 9. Tordi convertiti in $\frac{1}{2}$ fanno $\frac{9}{18}$ quali partisco in due parti, cioè 15. e 3. il 15. partisco per 3. e ne vengono 5. uomini, ed il 3. partito per 1. restano pur 3. donne. Adunque si trovarono al Banchetto 5. uomini, 3. donne, e 10. fanciulli. Fanne la prova, e riuscirà buona. Possono essere ancora 4. uomini, 6. donne, ed 8. fanciulli, ovvero 3. uomini, 9. donne, e 6. fanciulli, secondo la divisione del 18.

Quesito Quarto.

Un Gentiluomo caracollando col Cavallo ruppe un cesto d' Uova a una povera Contadina, quale volendo rifarla del danno: domandò quanti Uova aveva nel cesto, la Contadina rispose di non saperlo: ma bensì si ricordava, che contandole a 2. a 2. ne avanzava 1. a 3. a 3. nè avanzava 1. a 4. a 4. ne avanzava 1. ma contandole a 5. a 5. non ne avanzava alcuna. Quante Uova erano nel Cesto?

Questa è Regola infallibile, ed universale. Bisogna, per la Regola dell' Accattare, trovare un numero, che sia numerato da 2. da 3. e da 4. [cioè sempre da tanti, quanti saranno li numeri proposti, eccettuandone però l' ultimo.] Questo numero nel caso nostro per il mini-

mo

mo è 12. Ma perchè bisogna, che detto numero sia di tal condizione, che partendolo per il numero maggiore (fra propostì) ne sopravanzi precisamente il numero più prossimo al maggiore, però bisogna moltiplicare detto 12. finchè si trovi tal numero, che partito nel caso nostro per 5. [numero maggiore de' propostì] ne avanzi precisamente 4. il qual numero non si trova prima della settima moltiplicazione del 12. che così si nota: 24. 36. 48. 60. 72. 84. Sicchè l' 84. è quel numero, che partito per 5. avanza precisamente 4. Fatto questo, basta aggiugnere per regola ferma l' Unità all' 84. ed è fatta la ragione. Sicchè diremo, che 85. Uova erano nel Cesto della Contadina. Se ne farai la prova, la troverai buona.

Ma se la Contadina avesse detto, che contandole anco a 5. a 5. n' avanzava 1. la ragione saria più facile, e basteria trovare un numero, che fosse numerato da tutti li sopraddetti numeri insieme con il detto 5. ed a quel tal numero aggiugnendo l' Unità, quello saria la quantità cercata, che nel caso nostro sariano Uova 61. Bisogna anco sapere, che le suddette Uova potevano esser più, il che si può conoscere col proseguire la moltiplicazione del 12 (o altro dovuto numero) Sicchè nel caso nostro moltiplicato dodici volte il 12. fa 144. e questo ha la dovuta qualità, cioè, che partito per 5. n' avanzano precisamente 4. come nel numero 84. e così le suddette Uova potevano essere ancora 144. e chi proseguisse avanti con la moltiplicazione del 12. se ne trovariano degli altri, ma dalla grandezza del Cesto, si conoscerìa facilmente qual numero fosse di proposito.

Finalmente se la Contadina avesse detto, che contandole a 2. a 2. ne avanzava 1. a 3. a 3. n' avanzano 2. a 4. a 4. avanzano 3. ed a 5. a 5. n' avanzano 4. Quanto

fariano? Questo modo è facilissimo. Basta a trovare un numero [sia il minimo, o altro] che abbia le parti di $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{7}$ poichè a tal numero levandogli l' Unità, resta finita la ragione. Nel caso nostro ho pigliato il minimo numero, cioè 60. Levatone 1. resta 59. e tante fariano le Uova. Il 120. ha l' istessa condizione, ed altri innumerabili, ma dal Cesto si conoscerìa &c.

Non mi son partito dal proposto quesito per non moltiplicare parole, ma siccome si può variare soggetto, così si può proseguire oltre al 5. quanto piace.

Quesito Quinto.

Uno domanda ad un' altro. Quant' ore sono? L' altro rispose, e disse: il terzo, ed il quarto dell' ore sonate sono tante, quanto è il quinto, ed il sesto di quelle, che hanno da sonare. Quant' ore erano?

Questo quesito non vuol dir altro, che far di 24. due parti tali, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d' una sia eguale ad $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ dell' altra: ovvero è un dire. Trovami due numeri, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d' uno sia $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ dell'altro, e fra tutti e due facciano 24. Ora per trovarlo si fa così. Si sommano insieme $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ che fanno $\frac{7}{12}$ sommati parimente $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ fanno $\frac{11}{30}$. Fatto questo, si moltiplicano in croce li $\frac{7}{12}$ con li $\frac{11}{30}$ e li Prodotti, collocati sotto li Denominatori, saranno li cercati numeri: come in figura si vede. Sicchè $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ di 132. sono tanto quanto è $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ di 210. perchè, e per l' uno, e per l' altro numero separatamente le parti sommano 77. Adunque abbiamo trovati li due numeri, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d' uno fa $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ dell' altro. Se questi due numeri sommati insie-

$$\begin{array}{cc} \frac{7}{12} & \frac{11}{30} \\ 132 & 210 \end{array}$$

Per $\frac{1}{3}$ - 44 Per $\frac{1}{7}$ 42
Per $\frac{1}{4}$ - 33 Per $\frac{1}{8}$ 35
Somma 77 Som. 77

me facessero precisamente 24. avressimo l' intento, nè occorreria cercar altro, ma perchè fanno 342. la nostra proposizione è riuscita falsa, ma da questa falsità per la Regola Aurea ne cavaremo la verità, dicendo. Se 342. fossero 24. quanto sariano 132. e quanto 210? Operando, per il primo avremo $9\cdot\frac{1}{11}$. E tante erano l' ore sonate, o passate; e per il secondo avremo $14\frac{14}{11}$ e tante erano le ore da sonare, fino a sera. E che sia il vero: Pigliasi $\frac{1}{1}$ ed $\frac{1}{2}$ d' ore $9\frac{1}{11}$ ed $\frac{1}{9}$ ed $\frac{1}{8}$ d' ore $14\frac{14}{11}$ che per l' uno, e per l' altro verso ne verranno $\frac{308}{77}$ cioè $5\frac{23}{77}$. Però la risoluzione fu buona.

GIUOCHI CURIOSI.

CAPITOLO XXVII.

Giuoco dell' Anello.

PEr sapere indovinare fra quattro persone, chi abbia l' Anello, in qual mano, in qual dito, ed in qual nodo, si fa così. Prima bisogna, che ciascuno de' 4. sappia, chi sia il primo, chi sia il secondo, chi il terzo, e chi il quarto. Secondo che le dita si cominciano a contare dal Police, cioè dal dito grosso, e li nodi si cominciano a contare dall' unghia, alla pratica, così io dico. Chi ha l' Anello raddoppia sè stesso. Lo abbia la 4. persona. Raddoppiato 4. fa 8
Aggiugni cinque, e fa 13
Moltiplica per cinque, e fa 65
Aggiugni dieci, e fa 75
Se l' Anello è nella mano destra, aggiugni due, e s' è nella sinistra, aggiugni un solo (sia nella destra) e fa 77
Moltiplica per dieci, e fa 770
Aggiugni le dita [sia nel 4.] e fa 774

Mol-

Moltiplica per dieci, e fa	7740
Aggiugni li nodi (sia nel 1.) e fa	7741
Sottragasi per regola ferma	3500
Restano	4.2.4.1.

Or sappi, che le migliaja indicano la persona, ch' ha l' Anello. Le centinaja danno segno della mano. Le decine in qual dito, ed il numero in qual nodo. Adunque l' Anello lo tiene la quarta persona. L' ha nella mano destra, o dritta, nel quarto dito, cioè nell' anulare, e nel primo nodo.

Giuoco de' Dadi.

PEr indovinare quanti punti abbia fatto uno con 3. Dadi senza vederli, dicasi così.

Raddopia il punto maggiore, fa	12
Aggiugni cinque, fa	17
Moltiplica per cinque, fa	85
Aggiugni dieci, fa	95
Aggiugni l' altro numero maggiore, fa	100
Moltiplica per dieci, fa	1000
Aggiugni l' ultimo punto, fa	1004
Sottragasi per Regola ferma	350
Restano li punti fatti	6.5.4.

SE fossero solamente due Dadi, dirai.

Raddoppia il punto maggiore, fa	6
Aggiugni cinque, fa	11
Moltiplica per cinque, fa	55
Aggiugni l' altro punto, fa	56
Cavane per regola ferma	25
Restano li punti fatti	3.1.

In simili quesiti è bene, che chi piglia a indovinare, faccia lui la sottrazione, acciò resti più occulto il perchè, e riuscirà di maggior meraviglia &c.

Per sapere il numero, che uno si sia immaginato.

SUppongo, che uno si sia immaginato 8
Domando. V' è mezzo? Lui risponde di nò. Io replico

Ingrandite la metà il numero immaginato. Lui l'ingrandisce, e fa 12

Domando di nuovo, V' è mezzo? Lui risponde di nò. E Io torno a dire.

Ingrandite anco la metà quest' ultimo numero. Lui risponde, l' ho fatto, e fa 18

Finalmente domando se v' è mezzo, e lui risponde di nò.

Adesso siamo a segno per sapere, che numero si sia immaginato (il che è facilissimo.) Basta il sapere quante volte entri il 9. nell' ultimo numero (cioè nel 18) poichè per ciascun 9. s' avrà per regola universale 4. di numero immaginato. E perchè il 18. contiene due volte il 9. però concludo, che lui s'immaginò 8. Sicchè basteria, che quel tale dicesse, quante volte il 9. entri nell' ultimo numero, ma non ha del buono, perchè pareria, che l' intelligenza dipendesse da chi s' immaginò. Adunque, acciò l' operazione riesca più maravigliosa, quello, che fa il giuoco, faccia gittar via quanto a capriccio gli piace, tenendosi a memoria tutti li 9. Dirò per esempio. Dall'ultimo numero gittane 15. Lui risponde, l' ho fatto. E perchè il 15. contiene una sol volta il 9. e tre mi manca per aver due volte il 9. dico di nuovo, gittatane anco 3. [per amor della Vecchia] Lui risponde, l' ho fatto. Sicchè ho nella Sacca due volte il 9. Ma perchè non sò quanto gli sia restato: torno a dire, gittatene anco 9. Lui risponde, non posso.

posso. Ed io, senza far conto di quello, che di 9. sia avanzato, risponde. Vi siete immaginato 8.

Ma perchè può essere, che uno s'immagini un numero, che vi sia il mezzo, o pure che il mezzo v'entrerà nell'ingrandirlo due volte la metà, però bisogna ricordarsi di farlo far sempre intiero, e poi tenersi anco a memoria in qual luogo sia stato il mezzo. Se il mezzo sarà nel numero immaginato, se ne perde $\frac{1}{2}$ da sottrarsi da quei numeri, corrispondenti alli 9. detratti. Se il mezzo sarà nel primo ingrandire, se ne guadagna uno, e se il mezzo sarà nel secondo ingrandire se ne guadagna 2. d' aggiugnersi agli altri [come sopra] corrispondenti alli 9. ma perchè può essere, che il mezzo sia alle volte in tutti e tre i luoghi, alle volte in due, ed alcune altre in un solo, però bisogna, che il cervello stia a segno. Alla pratica.

Suppongo, che uno si sia immaginato: $2\frac{1}{2}$

Domando. Vi è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero (e poi mi ricordo, che quì ne perdo $\frac{1}{2}$) Lui risponde, l' ho fatto, e fa $3\frac{1}{2}$

Io replico. Ingranditelo la metà. Lui risponde, l' ho fatto, e fa $4\frac{1}{2}$

Domando. Vi è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero [e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 1.] Lui risponde, l' ho fatto, e fa 5

Torno a dire. Ingrandite anco la metà quest' ultimo numero. Lui risponde, l' ho fatto, e fa $7\frac{1}{2}$

Domando. V' è mezzo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero (e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 2.) Lui risponde, l' ho fatto, e fa 8

Fatto questo, dirò a capriccio. Gittatene 1. Lui risponde, non posso. Per saper s' abbia altro, dirò. Gittatene 9. Lui risponde, non posso. Ed io subito dirò. Vi siete immaginato $2\frac{1}{2}$ perchè se vi ricordate, in vi-

gore de' mezzi fatti intieri, n' avete guadagnato 3. e perso $\frac{1}{2}$. Cavando da 3. un mezzo resta 2 $\frac{1}{2}$. Se [per esempio] si fosse gittato via due volte il 9. s' avria 8. di numero immaginato, al quale 8. si dovriano aggiugnere gli altri tre, guadagnati in vigore de' mezzi, e fariano 11. e poi levarli quel mezzo, perso nel primo luogo. Sicchè resteriano 10 $\frac{1}{2}$ e tanti se ne saria immaginato. Voglio dire, che se uno s'immaginasse 10 $\frac{1}{2}$ vi saria il mezzo in tutti e tre i luoghi, ed operando, l'ultimo numero saria 26. che contiene due volte il 9. quali danno 8. di numero immaginato, ed al quale aggiugnendo 3. e levando $\frac{1}{2}$ resta 10 $\frac{1}{2}$. [Numero immaginato.]

Questa regola serve per sapere quanti Denari abbia ancora uno in borsa, ed in altre occorrenze.

Gioco fra tutti bellissimo.

CHi volesse indovinare fra 5. persone qual di loro si sia immaginato d' esser [per esempio] Papa, l' altro Imperadore, e l' altro Re. O veramente chi volesse saper trovare chi di loro abbia levato Oro, Argento, o Rame, ovvero tre altre cose differenti, si fa così.

Prima bisogna aver preparate 24. Fave, o altra cosa simile. E bisogna saper questi Versi alla mente. (*bera*? *Aperi. Prælati. Magister. Camille. Perina. Quid habes. Ri-*

1 2 3 4 5 6 7

Preparatosi adunque così. Quello che vuole indovinare, senza far moto ad alcuno, si noti nella sua mente quale delle persone voglia, che sia il primo, quale il secondo, e quale il terzo, (ma riuscirà più facile da tenersi a memoria, procedendo per anzianità.) Dopo questo, al primo dia una Fava, al secondo ne dia due, e al terzo ne dia tre. [ma che nissuno sappia il perchè] l' altre Fave si lasciano in pubblico.

Prima, che nissuno levi cosa alcuna, bisogna appli-

car

care a ciaſcuna di quelle 3. coſe, che s'hanno da levare una di queſte vocali A. E. I. perchè ciaſcuna parola de' ſuddetti Verſi ha parimente queſte tre vocali, ſebbene con ordine confuſo.

Fatto queſto, ſi dice. Quello, che ha levato la tal coſa [da te nominata per A] pigli altre tante fave una ſol volta quante ha in mano. Quello, che ha levato l'altra [nominata per E.] ne piglj due volte tanto. E quello, che levò la terza [nominata per I.] ne piglj quattro volte tanto.

Dopo queſto, domanda quante Fave ſiano reſtate, al numero delle quali la parola nel verſo ti darà le vocali, per conoſcere, chi abbia le 3. propoſte coſe. Per eſempio, ſe foſſero reſtate 4. Fave, cadono ſopra la quarta parola del verſo *Camille*, ſicchè il primo ha quella coſa, alla quale applicaſti la vocale A. Il ſecondo quella dell' I. ed il terzo quella dell' E. e così ſi fa con l' altre parole del verſo, quando occorrerà pigliarle; cioè, che la prima vocale della parola ſignifica la perſona prima, la ſeconda vocale ſignifica la ſeconda perſona, e la terza ſignifica la terza perſona, ciaſcuna delle quali avrà quella coſa, alla quale applicaſti quella vocale, che le tocca in detta parola. Tante parole poi ſono nel verſo, quante ſono le Fave, che poſſono ſopravanzare.

Quanto all' indovinare chi ſi foſſe immaginato d' eſſer Papa, Rè, ovvero Imperadore, baſta applicare a quei, o altri nomi da indovinare, le ſuddette tre vocali, ſebbene ſi terranno meglio a memoria applicando l' A. al Papa, l' E. al Re, e l' I. all' Imperadore, poichè detti nomi contengono le medeſime Vocali, nel reſto, come ſopra. Chi ha giudizio troverà delle belle bizzarie.

Un' altro Giuoco curioſo.

Se 15. Criſtiani, e 15. Turchi, ovvero Ebrei ſi trovaſſero in Mare, e per cauſa di Fortuna biſognaſſe gittarne

la metà in mare, come faresti, a farvi andar tutti li Turchi, ovvero Ebrei?

Per esperimentarlo sopra una tavola per galanteria fa così. Piglia 15. Fave bianche, e 15. nere. Le bianche rappresenteranno li Cristiani, e le nere li Turchi. Bisogna sapere questi versi alla mente.

Populeam, Virgam, Mater, Regina, Ferebat.

Ed anco bisogna esser avvertito, che le Fave si mettono in fila, ovvero in giro, cominciando con le bianche, e poi proseguendo alternatamente con le nere, non egualmente, ma quanto ricerca la vocale, che gli tocca. Si distribuiscono dunque secondo l'ordine della vocale del suddetto verso, ciascuna delle quali ricercano tanti grani, quanti si conviene al luogo, che naturalmente tengono esse vocali, e sono queste A. E. I. O. V. per maggior chiarezza le distendo. 1. 2. 3. 4. 5.

La figura (o) rappresenta li Cristiani, e li punti significano li Turchi.

Po pu le am. Vir gam. Ma ter. Re gi na. Fe re bat.
oooo....oo . ooo . o .. oo... o .. oo .

Accomodate le Fave si cominciano a contare a 9. a 9. ed ove termina, quella Fava si gitta fuori di fila (e se fosse un Turco si gittaria in mare) circuendo sempre contando tutte le nere anderanno da parte. Si comincia a contare ove si principiò la distribuzione.

Chi volesse contar le fave a 3. a 3. le distribuisca secondo le vocali di questi altri versi.

Ecce amata fadere amaram fecere araneam meam.

Se li vuoi contare a 8. a 8. distribuiscele secondo questi altri.

Pater Adam caperat merita gratia verone.

E se a 10. a 10. secondo questi, che sieguono.

Rex Anglicus certe bona flammina dederat.

Giuo-

Giuoco non inferiore agli altri.

Prima fila.	Seconda fila.	Terza fila.	Quarta fila.	Quinta fila.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S. 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Abbiansi preparate 30. polizze di carta. Se volete il giuoco ſpirituale, potete ſcriverli ſopra il nome d' un Santo per ciaſcuna. Se lo volete di ricreazione, ſcrivetevi ſopra il nome di qualche animale, o di qualche vivanda, o pure ſervitevi di 30. carte da giuocare. Prima d' ogni coſa ſi diſtendino ſopra d' una tavola a due a due le polizze, o carte da giuocare, ed ognuno ſe ne immagini due a ſuo piacere, ma tali, e quali ſi trovano accompagnate. Fatto queſto, ſi raccolgiono le polizze, o carte a due, a due, come ſtanno accompagnate; levandole a capriccio quà, e là, e ponendole nel mazzo ſotto, o ſopra, baſta a non confonderle, o meſcolarle. Raccolte le polizze, ſi diſtendino ad una, ad una con quell' ordine, che in figura ſi vede, e come inſegnano li numeri, con che ſi farà fatto un quadrangolo di 5. file, e di 6. polize per fila, ma notate, che alla prima ſe ne mettono due inſieme nella prima fila, e poi una di quà, e una di là. Giunto al margine della quadratura, ſe ne mettono pur anco due inſieme nella ſeconda fila, e poi una di quà, ed una di là. Così col reſto.

Per ſaper le polizze, che ciaſcuno s' è immaginato: baſta, che ogni uno dica in qual fila ſiano, ſenza moſtrarle.

Se tutte e due ſoſſero nella prima fila, fariano ove è notato 1. e 2. Se tutte e due nella ſeconda 11. e 12. Se nella terza 19. e 20. Se nella quarta 25. e 26. Se nella quinta, 29. e 30. Se poi una polizza ſoſſe in una fila, e l' altra in un' altra fila, preſtiſſimo ſi trova così. Alla pratica.

Sopra ciaſcuna polizza ſia ſcritto il nome di qualche Santo, ed uno ſi ſia eletto per ſuoi Avvocati S. Pietro, e S. Paolo, ed un di loro ſia nella terza fila, e l'altro nella quinta;

per

per trovarli preſto, ſempre ſi riccorre alla fila di manca denominazione [che nel caſo noſtro è la terza fila] e dico così. Se tutte e due le voſtre polizze foſſero nella terza fila certo è, che fariano ove ſta notato 19. e 20. ma perchè una è nella quinta, e l'altra nella terza, io dico, che camminando lateralmente per la ragione del 19. v' incontrerete nella quinta fila con uno de' voſtri Santi immaginati, cioè in S. Pietro. L'altro ſarà nella terza fila calando abbaſſo tanto diſtante dal 20. quanto, che il primo è diſtante dal 19. Dico adunque, che vi ſiete immaginato S. Pietro, e S. Paolo, e ſiccome fra il 19. e S. Pietro v' è una ſola polizza, così fra il 20. e San Paolo v' è pur una ſol polizza. Nè vi paja ſtrano, perchè ſe vi ricordate, dopo d' aver collocato nella terza fila il 19. ed il 20. avete poi poſto di quà, e di là il 21. e 22. e queſte polizze ſtavano inſieme nel mazzo: Dopo collocaſti 23. e 24. cioè S. Pietro, e S. Paolo, e queſti ſtavano accoppiati inſieme nel mazzo, ed anco nella tavola quando da principio, ve gl' immaginaſti.

Fine della Prima Parte.

PARTE SECONDA

Nella quale ſi tratta delle Progreſſioni, Eſtrazioni di radici, delle quantità irrazionali, e Scienza maggiore del numero &c.

TRATTATO DELLE PROGRESSIONI.

CAPITOLO I.

LA Seſta ſpezie dell' Algoriſmo ſi chiama Progreſſione. Ma prima di trattare d' eſſa, parmi bene di premettere le varie diviſioni del numero, addotte da Euclide, e da altri Filoſofi. Non ne parlai nel principio della prima parte, non avendo, che fare tali diviſioni co' Mercanti, ma ivi mi contentai di diffinire ſolamente, che coſa ſia Numero, ed Unità, conſiderato sì dal Naturale, come dal Matematico.

Prima diviſione del numero.

TUtto il numero ſi divide in paro, ed in diſparo. Il numero paro, è quello, che ſi può dividere in due parti eguali, come 2. 4. 6. 8. 10. &c. Ma il numero diparo è quello, che diviſo in due parti, avanza ſempre l' unità, come 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c.

Seconda diviſione.

Tutto il numero ſi divide parimente in quattro ſpezie, cioè: In parimente paro. Parimente diſparo. Parimente, e diſparimente paro. Ed in diſparimente diſparo.

Numero parimente paro è quello, che tutti li numeri

ri pari, che lo numerano, lo numerano per volte pari come 4. 8. 16. 32. 64. 128. ed altri infiniti. Se vuoi dividere (per esempio) il 64. non si può dividere, se non per questi cinque numeri pari 2. 4. 8. 16. 32. e non più, ma tutti con volte pari.

Numero parimente dispari è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano con volte dispari, come 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. ed altri infiniti.

Numero parimente, e disparimente paro è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, alcuni lo numerano per volte pari, ed alcuni per volte dispari, come 24. 28. 36. 40.

Ultimamente. Il numero disparimente dispari è quello, che tutti li numeri, che lo numero, sono dispari, e lo numerano pur anco per volte dispari, come 15. 21. 27. 33. 39. 45. ed altri infiniti.

Terza divisione.

Tutto il numero si divide anco in altre due spezie: cioè, in numero primo, e numero composto. In numeri contra sè primi, ed in numeri fra sè composti. Numero primo è quello, che dalla sola unità è numerato, come 1. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. ed altri.

Numero composto è quello, che (oltre l' Unità) è numerato da qualche numero, come 15. e 21. che sono numerati l uno da 3. e 5. e l' altra da 3. e da 7. Così altri per lo più.

Numeri contra sè primi sono quei, che dalla sola unità sono comunemente numerati, o divisi, come 9. e 25. quelli, se bene considerati in sè stessi ciascun di loro saria numero composto, il 9. composto di 3. ed il 25. composto di 5. ad ogni modo comparati l' uno contra l' altro, sono detti contra sè primi, non trovandosi numero, che comunemente li numeri, o partisca.

Nu-

Numeri fra loro compoſti, o comunicanti ſono quelli, che (oltre l' Unità) ſono comunemente diviſi, o numerati da qualche numero, come 25. e 30. — 35. e 40. ed altri.

Quarta diviſione.

In oltre tutto il numero ſi divide in altre tre ſpezie, cioè. In numero perfetto, abbondante, e ſcarſo. Il numero perfetto è quello, che s' eguaglia a tutte le ſue parti, che lo numerano, come il 6. quale ha ſolamente tre numeri, che lo dividono, cioè 3. per la metà, 2. per un terzo, ed 1. per un ſeſto, che uniti inſieme fanno appunto 6. L' iſteſſo ſi trova nel 28. 496. 8128. ed altri. Il modo di trovare queſti numeri perfetti s' inſegna altrove.

Numero abbondante è quello, che reſta ſuperato dalle ſue parti, come il 12. quale ha tante parti, o diviſioni, che uniti inſieme, arrivano a 16. L' iſteſſo è del 24. 36. 48. 60. ed altri infiniti.

Numero ſcarſo è quello, che ha sì ſcarſe parti, o diviſioni, che unite tutte inſieme ſono manco del ſuo numero, come l' 8, le cui parti uniti inſieme fanno ſolamente 7. così del 10. 14. 16. &c.

Quinta diviſione.

Finalmente tutto il numero matematicamente inteſo, per praticare, volgere, e maneggiare le figure geometriche, gli ſpazi, e miſure loro, vien diviſo in numero lineale, ſuperficiale, e ſolido. Parimente in numero quadrato, e cubo: Altri v' aggiungono li numeri triangolari, pentagonali, eſſagonali, circolari, e parimente li numeri piramidali di varie forme &c.

Numero ſuperficiale ſi chiama qualſivoglia Prodotto dalla moltiplicazione di due numeri, e quei due numeri producenti ſi chiamano lati di quel numero ſuperficiale, e per conſeguenza ſaranno numeri lineali. Per eſem-

esempio. A moltiplicare 7. per 5. fa 35. Ora questo 35. sarà numero superficiale, ed il 7. e 5. saranno lineali.

Numero solido è quello, che proviene dalla continua moltiplicazione di tre numeri, come questi 3. 4. 5. Moltiplicando 3. via 4. fa 12. e 5. via 12. fa 60. Adunque questo 60. è numero solido, e li tre numeri 3. 4. 5. saranno i suoi lati, e per conseguenza numeri lineali. Così con altri.

Numero quadrato, è il Prodotto di qualsivoglia numero moltiplicato in sè stesso, come a dire 2. via 2. fa 4. Questo 4. sarà numero quadrato &c.

Numero cubo è quello, che vien prodotto dalla continua moltiplicazione di tre numeri eguali, ed i lati di tal cubo saranno li detti tre numeri. Per esempio, 2. via 2. fa 4. e 2. via 4. fa 8. Adunque 8. è numero cubo, e li tre 2. saranno i suoi lati, cioè numeri lineali. E così con altri.

Li numeri superficiali sono detti simili, ogni volta, che i loro lati siano proporzionali, cioè, che moltiplicando l' uno con l' altro produchino un numero quadrato; ovvero partendo l' uno per l' altro diano parimente numero quadrato, come saria 2. e 8. che moltiplicati insieme fanno 16. numero quadrato, ovvero partendo l' 8. per 2. ne verria 4. pur numero quadrato &c.

L' istessa cautela, ed avvertenza milita anco circa li numeri solidi, cioè che si chiamarano solidi simili tutti quei numeri, che divisi l' uno per l' altro, l' avvenimento riuscirà numero cubo. Come saria 24. e 3. parimente 108. e 4. poichè partendo il 24. per 3. ne viene 8. numero cubo, e partendo 108. per 4. ne viene 27. pur numero cubo &c.

Tutti li numeri quadrati sono fra loro superficiali simili. Parimente tutti li numeri cubi sono fra loro numeri solidi, e simili.

DELLE

Delle Progressioni Aritmetiche.

CAPITOLO II.

PRogressione Aritmetica è un' ordine di più numeri, che ordinatamente s' avanzano l' un l' altro con avanzi eguali, le quali sono di più sorta. Progressione naturale si chiama quella, che cominciando dall' Unità, un numero avanza l' altro pur solamente con l' Unità. Tutte l' altre progressioni s' avanzano chi con più, e chi con meno differenza fra l' uno, e l' altro numero, o termine. Chi comincia, e prosegue con numeri pari, e chi con dispari, come quì si vede.

Progressione naturale.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17.&c.

Altre Progressioni diverse.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.&c.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.28.&c.

6.9.12.15.18.21.24.27.30.33.36.39.42.45.&c.

7.12.17.70.75.80.&c.

50.60.70.80.90.100.110.120.130.140.150.&c.

Proprietà delle Progressioni Aritmetiche.

La proprietà delle Progressioni Aritmetiche è questa: che la somma del primo, ed ultimo termine di qual si voglia Progressione, dà la somma, ed è sempre eguale alla

alla ſomma di qualunque due termini di mezzo, che egualmente ſiano diſtanti dalli due termini eſtremi: come ſaria la ſomma del ſecondo termine col penultimo, quella del terzo con l' antipenultimo &c.

Quando li termini della Progreſſione ſono diſpari, perchè il termine di mezzo non ha compagno, ma reſta ſolo, in tal caſo ſi dupplica tal termine, con che s' avrà il numero eguale à qualſivoglia copia, detta di ſopra.

Modo ſuccinto per ſommare qualſivoglia Progreſſione Aritmetica.

MOlti ſono li modi trovati dagli Antichi, per ſapere tutto il numero, o ſomma delle Progreſſioni Aritmetiche: ma per non moltiplicar parole ſenza propoſito, m' appiglio a queſto modo facilisſimo, ed univerſale. Si fa adunque così. In qualſivoglia Progreſſione s' uniſcono, o ſi ſommano inſieme il primo, e l' ultimo termine della propoſta Progreſſione, e poi ſe li termini della Progreſſione ſono pari, ſi moltiplica la ſuddetta ſomma del primo, ed ultimo termine per la metà del numero delli termini: ma ſe il numero delli termini ſarà diſparo, in tal caſo ſi moltiplica la metà della ſomma del primo, ed ultimo termine per tutto il numero delli termini, poichè ogni Progreſſione, che abbia li termini diſpari, ha ſempre numero paro nella ſomma del primo, ed ultimo termine, come ne' due ſeguenti eſempj ſi farà il tutto chiaro.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

La prima Progreſſione di queſti due eſempj è di 10.

termini. La ſomma del primo, ed ultimo termine fa 42. quale moltiplicato per 5. (metà del numero de' termini) fa 210. e tanto appunto è la ſomma di tutta quella Progreſſione. L' iſteſſo verria moltiplicando la metà della ſomma del primo, ed ultimo termine per tutto il numero de' termini, ovvero tutta la ſomma per tutto il numero, e poi pigliarne ſolamente la metà del Prodotto.

La ſeconda Progreſſione de' due propoſti eſempj è di 11. termini, e per conſeguenza ſono diſpari. La ſomma del primo, ed ultimo termine fa 38. numero paro, la cui metà è 19. Moltiplicando adunque queſto 19. per 11. (numero intero delli termini della Progreſſione) di Prodotto ne viene 209. per la ſomma di tutta la Progreſſione. Così ſi procede con tutte l' altre quali ſi ſiano, continue, o diſgiunte. Diſgiunta ſaria queſta Progreſſione 7. 12. 17. 70. 75. 80. nella quale baſta, che li termini ultimi ſiano tanti in numero, e s' avanzino egualmente l' un l' altro, come fanno li primi, e come appunto ſi vede nel propoſto eſempio, che il 70. 75. 80. ſono tanti in numero de' termini, ed augumento, quanti ſono il 7. 12. 17. E tanto baſti al giudizioſo Lettore.

Volendo per regola inveſtigare la ſomma di tutti li numeri quadrati di qualſivoglia Progreſſione Aritmetica, ſi fa così. Sempre ſi piglia il numero, che immediatamente ſeguiria l' ultimo termine della Progreſſione nell' ordinata aſcenſione de' precedenti, li quali due numeri, cioè l' ultimo termine, e quello che dovria ſeguitare, ſi ſommano inſieme, il che fatto, detti numeri ſi moltiplicano l' un l' altro, ed il Prodotto ſi torna a moltiplicare per la ſomma, che fece quei due ſteſſi termini. Finalmente dividendo queſt' ultimo prodotto prima per il numero aſcendente delle Progreſſioni, e poi per regola generale per 6. il Quociente ultimo ſarà la ſomma ricercata.

Voglio trovare la ſomma di tutti li numeri quadrati di queſta Progreſſione 4. 8. 12. 16. 20. 24. li quadrati de' quali ſono 16. 64. 144. 256. 400. e 576. ma per trovarla maeſtralmente ſi fa così. Il termine, che per ordine della propoſta progreſſione doveria ſeguitare, è 28. Sommo adunque inſieme il 24. (ultimo termine) con queſto 28. [termine che dovria ſeguitare] e fanno 52. Dipoi moltiplicando l'un l'altro queſti 3. numeri, cioè 24. 28. e 52. fanno 34944. e queſto partito prima per 4. (numero aſcendente della Progreſſione) e poi per regola generale per 6. ne verrà di Prodotto 1456. numero cercato per tutta la ſomma de' ſuddetti quadrati. Si poteva anco partire quel 34944. in un ſol colpo per 24. poichè il 4. ed il 6. ſono il ripiego del 24.

La ſomma di quanti termini ſi vogliono nella Progreſſione naturale ſempre ſarà numero triangolare, come quì ſi vede 1.2.3.4.5. &c. Ma la ſomma di quanti termini ſi vogliono pur nella Progreſſione, che comincia dall' Unità, ed aſcende per due Unità ſempre forma numero quadrato, come 1.3.5.7.9. &c.

La ſomma di quei termini, che di 3. in 3. aſcendono formano un Pentagono. Se di 4. in 4. formano un' Eſagono

P 2

no, e così successivamente. S' intende però sempre, che dette Progressioni cominciano dall' Unità. Pentagono è una figura superficiale, che consta di cinque angoli, e di 5. lati. L'Essagono di 6. &c. Sicchè per sapere (verbi grazia) quanti Soldati formeriano uno Squadrone di figura Pentagonale, e che stando in fila con egual distanza ne capissero 35. per lato; basta a sommar insieme 35. termini d' una Progressione, che cominciando dall' Unità ascendi di tre in tre, del che facendone prova Aritmeticamente vi capiriano Soldati 5616. Ma notate di grazia per regola universale, che il numero da collocare nel secondo luogo della Progressione è sempre l' Unità manco dei lati della figura, che si pretende di formare. Per una figura triangolare tal numero è 2. Per una quadrata è 3. &c. Dal che si cava subito l' ascendenza di tal Progressione.

Come si trovino li termini delle Progressioni.

PEr regola generale la quantità de' termini di qualsivoglia spezie di Progressione Aritmetica, mediante la notizia del primo, ed ultimo termine, e del numero ascendente, facilissimamente si trova così. Sempre si cava il primo termine dall' ultimo, ed il rimanente si parte per il numero ascendente, e così per regola generale aggiugnendo l' Unità al Quociente di tal divisione, quella somma sarà quantità de' termini ricercati. Alla pratica. Dimando. Quanti termini avrà una Progressione, che comincia da 7. termini in 21, ed ascende per 2?

Faccio così. Cavo 7. da 21. e mi resta 14. questo 14. parto per 2. (numero ascendente) e di Quociente ne viene 7. al quale aggiugnendovi l' unità, fa 8. e tanti sono li termini di tal Progressione, come qui si vede 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21.

Se per sorte nel partire il numero sottratto per il numero

mero aſcendente vi reſtaſſe qualche rotto, ciò non pregiudica all' operazione, ma ſaria ſegno, che l' ultimo termine è imperfetto, non avendo per avventura avuto tempo a ſufficienza per creſcere. Il che accaderia, ſe la propoſta Progreſſione cominciaſſe con 7. terminaſſe con 22. e l' aſcendente foſſe pur 2. perchè li termini ſariano 8 $\frac{1}{2}$.

Come ſi trovi il numero aſcendente:

VOlendo poi trovare il numero aſcendente di qualſivoglia ſpecie di progreſſione Aritmetica, queſto ſi fa per la notizia del primo, ed ultimo termine, e della quantità de' termini così. Sempre ſi cava il primo termine dall' ultimo, ed il reſtante ſi parte per un manco del numero de' termini, ed il Quociente ſarà il cercato numero aſcendente. Eſempio. Qual' è il numero aſcendente d' una Progreſſione di 13. termini, che comincia dall' Unità, e finiſce in 25? Faccio così. Cavo 1. da 25. e mi reſta 24. queſto 24. partito per 12. (cioè per 1. manco del numero de' termini) e mi viene 2. e queſto è il numero aſcendente di tal Progreſſione 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25.

Ma ſe l' ultimo termine del propoſto queſito foſſe ſtato 26. in tutti li termini vi ſaria qualche rotto, eccetto nel primo, ed ultimo, e ſtariano così.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 26.
$\frac{1}{13}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{11}{12}$

Voglio dire, che il ſecondo termine ſaria 3 $\frac{1}{13}$. Il terzo ſarià 5 $\frac{1}{8}$ &c.

Come ſi trovi la quantità dell' ultimo numero.

FInalmente ſe vorrai ſapere la quantità dell' ultimo termine, ſenza aver cognizione della qualità de' nume-

ri, o termini di mezzo, si fa così. Primieramente si suppone la cognizione del numero de' termini, la quantità del primo termine, e del numero ascendente. Ciò saputo, dal numero de' termini si cava l' Unità, e quello, che resta, si moltiplica per il numero ascendente, ed a questo Prodotto aggiugnendo la quantità del primo termine, questo aggregato sarà la quantità dell' ultimo termine. Mi dichiaro con un bel quesito.

Un Pastore interrogato quante Pecore avesse, rispose. Io mi trovo aver Pecore in 15. luoghi, e per ogni 3. che n' abbia nel primo luogo, n' ho 5. nel secondo luogo, n'ho 7. nel terzo, e così successivamente negli altri. Nel primo luogo ho Pecore 9. Fate voi il conto &c. Or dimando. Quante Pecore saranno nell' ultimo luogo? Quante saranno in tutto? E quante in ciascun luogo?

In questo quesito sta registrata la nostra proposta. Li 15. luoghi sono il numero delli termini di questa Progressione. Il primo termine è noto, perchè vi sono Pecore 9. Il numero ascendente si trova così nel caso nostro. Se nel primo luogo vi sono Pecore 9. cioè [tre volte 3.] nel secondo ne saranno tre volte 5. (cioè 15.) e nel terzo tre volte 7. (cioè 21.) &c. come disse il Pastore. Sicchè il numero ascendente sarà 6. Or pratichiamo il quesito.

Per saper quante Pecore siano nell' ultimo termine di questa progressione Aritmetica, faccio così. Dal numero de' termini cavo l' Unità, cioè 1. e mi resta 14. quale moltiplicato per 6. (differenza, o numero ascendente) fa 84. al quale aggiugnendo le Pecore 9. del primo luogo, o termine fanno 93. e tante Pecore sono nell' ultimo luogo, o termine.

Quante Pecore siano in tutta la Progressione, già ho insegnato il modo di ridurle; tuttavia mi piace di replicarlo. Unisconsi insieme le Pecore del primo, ed ultimo

mō termine, e saranno 102. la cui metà sono 51. e questo 51, moltiplicandolo per 15. (numero delli termini della Progressione) ne produce 765. e tante Pecore ha in tutto il Pastore.

Quante Pecore poi siano per ciascun luogo, o termine della Progressione, basta aggiugnere di termine in termine 6. Pecore, come quì si vede il tutto registrato. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63 69. 75. 81. 87. 93.

La somma delle quali sono appunto Pecore 765.

Delle Progressioni Geometriche.

CAPITOLO III.

PRogressione Geometrica è un' ordine di più numeri, che si vanno avanzando l' un l' altro con eguale moltiplicità, o proporzione, cioè, che un numero, o termine di qualsivoglia Progressione Geometrica avanza, ed è sempre maggior del termine antecedente il doppio, o tre, o quattro, o cinque volte più &c. Secondo la denominazione dalla Progressione, come si vede in questi esempj, ed altri infiniti, che si potriano proporre.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 14. 24. 48. 96. 192. 384. 668. &c.

Il Denominatore è sempre quel numero per il quale si moltiplica ciascun termine della Progressione. Chi volesse proseguir avanti qualsivoglia Progressione Geometrica, basta a moltiplicare sempre successivamente l'ul-

l'ultimo termine per il Denominatore d' essa Progressione. Ma chi volesse tornare indietro, e continuarla in infinito (il che si può fare) basta a dividere il minor estremo per il Denominatore, così

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ &c.

Proprietà delle Progressioni Geometriche.

LA proprietà delle Progressioni Geometriche è questa, che la moltiplicazione de' termini estremi, ovvero egualmente distanti dagli estremi producono un' istesso numero. Voglio dire, che a moltiplicar il primo termine con l' ultimo, il secondo col penultimo, ed il terzo con l' antepenultimo &c. produranno un' istesso numero, e se li termini della Progressione fossero dispari moltiplicando in sè stesso il termine di mezzo, lascierà, o produrrà parimente numero eguale al prodotto di qualsivoglia copia, detta di sopra. Per esser chiara l' operazione, non porto esempio.

Modo succinto, e facile per sommare ogni Progressione Geometrica.

VOlendo raccogliere, ovvero sommare, ed unire insieme tutti li termini di qualsivoglia Progressione Geometrica, non solo principiante dall' Unità, ma anco da qualsivoglia altro numero, si fa così.

Sempre si cava il primo termine dall' ultimo, ed il restante sempre si parte per un manco del numero denominante tal Progressione, ed il Quociente aggiunto all' ultimo termine, darà la somma cercata di tutta la Progressione; alla pratica.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187.
4. 16. 64. 256. 1024. 4096.

Nella

Nella prima di queste due Progressioni, il Denominatore della quale è 3. perchè ciascun termine si moltiplica per 3. [affine d' aver il termine, che segue] cavando il primo termine (cioè 1.) da 2187. ne resta 2186. quale partendo per 2. [cioè per un manco del Denominatore] ne viene di Quociente 1093. il quale aggiunto all' ultimo termine, fra tutti e due fanno 3280. e tanto è la somma di tutta quella Progressione.

Esempio nella seconda proposta Progressione, il cui Denominatore è 4. Cavando il primo termine (cioè 4.) dall' ultimo 4096. ne resta 4092. quale diviso per 3. (cioè per un manco del Denominatore) ne viene di Quociente 1364. quale unito con 4096. [ultimo termine] fa 5460. e tale appunto è la somma di tutta quella Progressione.

Questo istesso ordine si tiene per sommare qualsivoglia Progressione straordinaria, come la sesquialtera, che s' avanza un tanto, e mezzo. La sesquialtera, che si avanza un tanto, e $\frac{1}{3}$. Parimente se s' avanzassero un tanto, e $\frac{1}{7}$ ovvero un tanto, ed $\frac{1}{5}$ &c. Come queste qui sotto notate, e simili.

Sesquialtera. 16. 24. 36. 54. 81.
Il suo Denominatore è $1\frac{1}{2}$.
Sesquitertia. 81. 108. 144. 192. 256.
Il suo Denominatore è $1\frac{1}{3}$.
Superparziente. 27. 45. 75. 125.
Il suo Denominatore è $1\frac{2}{3}$.

Sapendo la somma d' una quantità di termini di qualsivoglia Progressione doppia, che comincia dall' Unità, e volendo con prestezza trovare la somma d' altrettanti termini, quanti sono quei già noti, senza scriverli, per regola ferma generale, si fa così. Ecco 5. termini 1. 2. 4. 8. 16. La somma de' quali è 31. Volendo sapere la somma di 10. termini, aggiungo alla somma di questi 5.

ter-

termini l'Unità (cioè il primo termine) e fa 32. quale moltiplicandolo in sè stesso, fa 1024. dal quale cavando per regola ferma il primo termine, resta 1023. e questo è la somma di 10. termini. S' io volessi la somma di 20. termini, basta aggiugnere l' Unità alla somma delli 10. termini (cioè al 1023. e tornariano 1024. e questo moltiplicandolo in sè stesso, e poi cavandone 1. resteria 1038. 575. per la somma di 20. termini, e questo basti, per dar campo all' intelletto. Vero è, che chi avesse voluto sapere alla prima la somma di 20. termini, non occorreria cavare l' Unità, se non dall' ultima quadratura, poichè se si cava dalle quadrature di mezzo, bisogna poi aggiugnerla subito per fare l' altra operazione &c.

Bellissima qualità delle Progressioni Geometriche.

QUalsivoglia Progressione Geometrica, che comincia dall' Unità ha questa bellissima, ed utile proprietà, che qualsivoglia termine moltiplicato in sè stesso forma un numero, che serve per quel termine tanto lontano da esso, quanto lui è lontano dall' Unità. In oltre moltiplicando un numero, qual si sia, con un' altro maggiore, si produce un' altro numero, da collocare in quel termine tanto lontano dal numero maggiore, quanto il minore è lontano dall' Unità, dalla quale operazione si cava il modo di formare una Progressione con l' ajuto d' alcuni pochi termini descritti; ma per maggior franchezza sotto la Progressione Geometrica si mette la Progressione Aritmetica naturale, che non serve ad altro, che a collocare con prestezza, e senza errore li termini della Progressione Geometrica, ed accio l' esperienza faccia chiaro il tutto, quì sotto metterò in ordinanza la propositione. La prima fila sarà la Progressione Geometrica, l' altra la naturale.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 256. 1024.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Alla pratica. Moltiplicando (per esempio) il 16. in sè stesso fa 256. e perchè il 16. è sopra il 4. della Progressione naturale, ciò vuol significare, che siccome il 16. a mano manca ha 4. termini verso l' Unità, con il suo Prodotto 256. va collocato lontano 3. termini verso mano dritta, cioè sopra l' 8. &c.

All' altra pratica. Voglio un numero da mettere sopra il 10. Per trovarlo, basteria a moltiplicare in sè stesso il 32. posto sopra il 5. ma lo voglio trovare per l' altro modo così. Bisogna, che io trovi due numeri nella Progressione naturale, che sommati insieme facciano 10. e questi sono 4. 6. E perchè questi due numeri hanno sopra di sè 16. 64. moltiplico questo 16. col 64. e mi danno 1024. da collocare sopra il 10. e se ne farai prova, troverai, che detto 1024. è tanto lontano dal 64. quanto il 16. è lontano dal Unità, come dissi da principio. Vero è, che il più franco modo di formare qualsivoglia Progressione sia il moltiplicare successivamente ciascun termine per la denominazione di essa.

Non ho trovato li numeri di tutta la Progressione, acciò l' operazione spicchi meglio. Se vorrai li numeri da mettere sopra il 7. sopra il 9. e sopra l' 11. opera come sopra, col qual ordine si tiraria in longo la Progressione, quanto piace. Anzi questo istesso modo si tiene con qualsivoglia Progressione, che non comincia dall' Unità, purchè il numero prodotto dalla moltiplicazione, si parti per il numero del primo termine della Progressione, perchè il Quociente sarà il numero, che si cerca.

Queſiti ſolubili per le Regole delle Progreſſioni.

CAPITOLO IV.

PEr fine di queſto Trattato delle Progreſſioni voglio ſciogliere alcuni queſiti, quali ſebbene pareranno ſuperflui, e leggieri, ad ogni modo diſpongono l' ingegno dell' uomo per filoſofare, e per apprendere coſe più alte &c.

Queſito Primo.

Si partono nell' iſteſſo punto, o tempo da certo luogo un Corriere, e Sempronio per andare a Roma, e il Corriere non vuol fare altro, che 20. miglia il giorno, e Sempronio dice, che il primo giorno farà un miglio, il ſecondo due, e il terzo tre, e così proſeguendo creſcendo un miglio il giorno. Si dimanda in quanto tempo Sempronio aggiugnerà il Corriero?

Chiara coſa è, che quando Sempronio aggiugnerà il Corriere tanto l' uno quanto l' altro dovriano aver fatto l' iſteſſo viaggio, ed aver camminato tanti giorni egualmente per uno, onde ſimili queſiti non ſi poſſono riſolvere ſe non per la Regola delle Progreſſioni, poco avanti inſegnata, onde al viaggio del Corriere, che ſono miglia 20. che fa ogni giorno ſi raddoppia, e farà 40. al quale levatovi il viaggio, che fa Sempronio il primo giorno reſta 39. onde dico, che in 39. Giorni Sempronio aggiugnerà lo Corriere. Queſta ragione ſi approva, che moltiplicando li giorni 39. per le miglia 20. che fa ogni giorno lo Corriere ſaranno miglia 780. Sicchè ſe Sempronio in giorni 39. avrà fatte le ſuddette miglia 780. facendo il viaggio (come propone il queſito) ſarà la verità, la qual coſa non ſi può ritrovare ſe non con la regola delle

le Progreſſioni dimoſtrata al Cap. II. delle Progreſſioni Aritmetiche continue, onde eſſendo le Progreſſioni preſenti 39. aggiugnendovi un' unità fanno 40. che diviſi per 2. Regola generale, danno 20. il quale moltiplicato per giorni 39. ne tornano le miglia 780. tanto quanto fece il Corriere, e da queſto ſi conoſce, che ſenza la proprietà delle Progreſſioni non ſi potrà mai dare ſoluzione a ſimili queſiti. Sicchè in giorni 39. lo Corriere, e Sempronio ſi troveranno in Roma, eſſendoſi partiti in un ſito diſtante da Roma miglia 780.

Ma ſuppoſto, che lo Corriere faceſſe miglia 25 $\frac{1}{2}$ il giorno, e Sempronio ne faceſſe uno il primo giorno 3. il ſecondo, 5. il terzo, 7. il quarto, e così creſcendo due miglia ogni giorno in quanto tempo s' allongariano. Tanto ſi opera in queſto, come nel primo modo ſopraddetto raddoppiando il viaggio, che fa lo Corriere, che ſono miglia 25. $\frac{1}{2}$ e fanno 51. del quale levatovi il viaggio, che fa Sempronio il primo giorno (cioè miglia uno) reſta 50. numero di Progreſſione, al quale levatovi l' unità reſta 49. che diviſo per 2. ne viene 24 $\frac{1}{2}$ al quale aggiugnendovi il primo termine fa 25 $\frac{1}{2}$. Adunque in giorni 25 $\frac{1}{2}$ Sempronio ſi troverà col Corriere, e così ſi procede con qualſivoglia altro ſimile.

Queſito Secondo.

Sono due Formiche in un piano longo palmi 100. l' una da un capo, e l' altra dall' altro capo. Una di loro cammina il giorno $\frac{1}{4}$ di palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{8}$ di Palmo, l' altra Formica cammina il giorno $\frac{1}{5}$ di Palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{9}$ di Palmo. Dimando, in quanto tempo s' incontreranno inſieme queſte due Formiche?

Molti in ſimili queſiti hanno sbagliato, ed il loro errore è fatto manifeſto dal Tartaglia part. 2. lib. 1. cap.

cap. 15. quesito 27. Per regola infallibile si fa dunque così,

Primieramente s' unisce insieme il viaggio, che fra tutte e due fanno le Formiche di giorno, e quello che fanno di notte, cavando il viaggio del ritorno, che fanno di notte dal viaggio, che all'innanzi fanno di giorno. Il viaggio del giorno è $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{7}$ e fra tutte e due $\frac{8}{11}$. Il viaggio della notte è $\frac{1}{8}$ ed $\frac{1}{8}$ e fra tutte e due $\frac{1}{12}$. Cavando $\frac{3}{12}$ da $\frac{8}{11}$ resta $\frac{7}{88}$. Adunque le Formiche fra giorno, e notte s' avicinano $\frac{7}{88}$ di Palmo, ma perchè all' ultimo giorno, nel quale s' incontreranno le Formiche, non le seguirà la notte, che le faccia tornar indietro, però bisogna cavare dalli Palmi 100. quei $\frac{1}{12}$ che di notte si slontanano l' una dall' altra, e resteranno Palmi 99 $\frac{7}{12}$. Fatto questo si dice. Se $\frac{7}{12}$ di Palmo si fanno in un sol giorno Palmi 99 $\frac{7}{12}$ in quanti giorni si faranno. Si faranno in giorni 853 $\frac{4}{7}$. Ma perchè in simili quesiti quel rotto, cioè $\frac{4}{7}$ non dice il vero, per rispetto dell' ultimo rotto, che manca, tal rotto s' aggiusta nel giorno seguente, così. Bisogna vedere quanto viaggio abbiano fatto le Formiche in quei giorni 853. interi. Facendone prova $\frac{7}{88}$ il giorno, avranno fatto Palmi 99. $\frac{31}{88}$ quali cavati da Palmi 100. ne resta $\frac{29}{88}$. Finalmente bisogna vedere in quanto tempo dette Formiche faranno questo rotto $\frac{29}{88}$ a ragion del viaggio, che fanno il giorno fra tutte e due non computandovi il ritorno, che fariano la notte, dicendo. Se $\frac{8}{11}$ di Palmo si fanno in un giorno, in quanto tempo si faranno $\frac{29}{88}$? Si faranno in $\frac{29}{32}$ di giorni, quali aggiunti alli 853. giorni interi, fanno in tutto giorni 853. ore 21. minuti 45. cioè $\frac{3}{4}$ d' ora.

Quesito Terzo.

Uno piglia a far un Pozzo nuovo fondo Piedi 24. per Scudi 60. di fattura. Avendone cavato Piedi 18. trova

l' a-

l' Acqua, nè può passar avanti. Nacque gran lite fra il Maestro, ed il Padrone, perchè il Maestro pretendeva di esser pagato a proporzione della profondità, ed il Padrone voleva pagarlo a proporzione della fatica, poichè più laborioso assai saria l' avere a cavare qualsivoglia de' restati piedi 6. che qualsisia de' già cavati piedi 18. Fu giudicato, che il Maestro fosse pagato a ragion di fatica. Dimando. Quanto deve aver di ragione?

Quì bisogna osservare, che quei piedi 24. di profondità formano una Progressione Aritmetica, in modo tale, che la Terra di ciascun piede successivamente porta maggior tratto, e fatica nel cavarlo fuori, e però unendo la fatica del primo piede con la fatica dell' ultimo, la fatica del secondo con quella del penultimo &c. si vengono ad aguagliare tutti a due a due. Ora, per risolvere il quesito, si somma la Progressione di tutti li piedi 24. che doveva avere di profondità il Pozzo, e s' avrà 300. Si somma anco la Progressione de' piedi cavati 18. si avrà 171. e poi si dice. Se 300. deve avere Scudi 60. Quanti n' avrà 171.? Operando avrà Scudi 34. Paoli 2. Bajocchi 0. E tanto appunto deve avere il Maestro per li cavati piedi 18.

Simile Quesito propone Fra Luca dal Borgo, & insegna il suddetto modo di risolverlo, e sebbene il Tartaglia, l' Unicorno, ed altri lo censurano, per non potersi provare matematicamente, che il secondo piede sia di fatica doppia al primo, il terzo di fatica tripla &c. a me pare però, che sia il più ragionevole. Anzi, se non matematicamente, naturalmente almeno si può provare, che la fatica sarà più che dupla, più che tripla &c. Lo dichino li Contadini, che cavano li fossi, e quei, che ne' Fiumi alzano gli Argini. Se la Terra si gitta alta solamente un piede, o due si tien sodo tutto il giorno con

soavità mercenaria, ma se la Terra si gitta alta 5. 6. ovvero più piedi, è tanto grave la violenza, ed agitazione del corpo, che rende impossibile il durarvi.

Quanto poi alla Terra, che si tira su con la Mastella, certo, che porta duplicata, triplicata fatica &c. non solamente *extensivè*, ma anco *intensivè*, perchè certo è, che la terra dell' ultimo piede non solo tira su 24. volte più del primo, ma quanto più è distante, tanto più aggrava le braccia, e la vita di chi fatica, e sebbene, quanto all' empire la Mastella pare non vi sia la dovuta augumentata fatica totalmente, si può però compensare, e colla maggior fatica, che *intensivè* si prova nel tirar sù la Terra, e per il maggior pericolo, in cui si espone, cavando più sotto &c.

Quesito Quarto.

Un Contadino vende un Cavallo ad un Gentilhuomo per tanto Formento in questa forma. Che quando l' uno consegna il Cavallo, l' altro gli dia un sol grano di Formento, l' altro giorno ne dia 2. grani, il terzo giorno ne dia 4. e così per 30. giorni continui proseguischi secondo l' ordine della Progressione Geometrica doppia. Dimando. Quanti grani, e quante Corbe di Formento costerà il Cavallo a ragione di Staro 2. e di lib. 250. per Corba, e di Quarte 5. il Staro? Di più quanto verrà venduto detto Cavallo a ragione di lire 7. la Corba del Formento.

Quanto al ritrovare la quantità de' grani, già si è insegnato il modo, ma tuttavia lo voglio dimostrare in operazione per maggior pratica, e intelligenza d' altri simili quesiti.

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
16777216
33554432
67108864
134217728
268435456

536870912
536870911

Grani 1:073:741:823 di Formento.

I quali Grani si devono ridurre in tante Corbe, onde fa d' uopo il vedere quante Grane di Formento facciano

una libra mentre, che la libra si divide in onzie 12. ciascun'onzia in 24. Scrupoli, e ogni Scrupolo in 24. Grani, e ciascun grano pesa quanto un Grano di Formento. Onde Grani 6912. fanno una libra, che diviso li Grani 1073741823 di Formento ne viene lib. $155344\frac{1365}{2303}$ le quali di nuovo divise per libre 140. (quantità d' una Corba) ne vengano Corbe 1109. Quartiroli 9. Quarticini 5. $\frac{13769}{40311}$ il quale a ragione di lir. 7. la Corba il Cavallo saria venduto lire 7767. 4. 2 $\frac{5}{8}$ onde si vede, che il contratto fatto dal Contadino fu buono. Non dimostro l' operazione stante che il tutto si ritrova con l' operazione della Regola del tre.

Onzie 12
24
Scrupoli 288
24
Granni 6912

Quesito Quinto.

Uno vuol dare ad un' altro un million d' oro, se per giorni 64. gli vuol dare tanto Formento secondo l' ordine della Progressione Geometrica doppia, cominciando il primo giorno con un sol grano. Dimando. Si può pagare questo million d' oro?

Il presente quesito è in tutto simile al passato, operando secondo l' ordine del sommare le Progressioni Geometriche, onde tutta la conclusione sta notata quì sotto, essendovi il numero de' Grani di Formento, delle libre, stara, e moggia. Supponendo, che stara 20. facciano un moggio, un staro pesi lib. 65. ciascuna Barca levi moggia 4000. e ciascun moggio costi solamente scudi 10. di paoli.

3 2 1
Grani di Formento. 18.446.744.073.709.551.615.

2 1
Div. gran. 6912. Quot. lib. 2. 668.702.793.627 $\frac{199}{768}$.

2 1
Div. lib. 65. Quot. Stara 283.785.749.377.717 $\frac{27}{61}$.

2 1
Div. Star. 20. Quoc. moggia 14.189.287.468.885 $\frac{17}{20}$.

1
Div. 4000. Qu. Barche per levarlo 3.547.321.867 $\frac{3063}{4000}$.
Se tante se ne trovassero in tutto il Mondo, mi rimetto &c.
La valuta di tutte il Formento è Scudi di Paoli num.

2 1
14.189.287.468.885.
Se quel dal million d' oro si sia ingannato, si vede.

Altre cose si potriano proporre, nelle quali non voglio perder il tempo. Col precedente, e con un poco d' ingegno s' arriverà al tutto.

TRATTATO D' ESTRAZIONE DI RADICE.

CAPITOLO I.

LA settima, ed ultima spezie dell' Algorismo si chiama estrazioue di radici, le quali sono innumerabili, e di varie spezie. E siccome la radice delle piante &c. è la parte più bassa, che sta sotto terra, e dalla quale derivano li rami, le foglie, li fiori, e li frutti, così [per similitudine] qual si voglia numero, moltiplicato in sè stesso, viene ad essere la radice di quel suo Prodotto, ma perchè quel primo Prodotto può successivamente

andarsi moltiplicando per la medesima radice, ne siegue, che li Prodotti saranno innumerabili, e per distinguere l' uno dall' altro, avranno diversa denominazione, e per conseguenza la radice ancor lei [se bene è sempre l' istessa] nondimeno per la relazione, che ha con qual si voglia suo Prodotto, sarà diversamente denominata.

Qual si voglia numero, moltiplicato in sè stesso produce un numero quadrato, e quel numero, che lo produce, farà la sua radice. Moltiplicando poscia detto numero col suo quadrato, produce un numero, chiamato cubo. Moltiplicando dipoi col cubo, produce un numero chiamato quadrato di quadrato. Moltiplicandolo col quadrato di quadrato, ne produce un numero, detto prima relato. Moltiplicandolo in oltre col primo relato, produce un numero, detto quadrato cubo, e così successivamente, come quì sotto nella radice 2. si fa con esempio chiaro.

La radice quadra è la prima di tutte, e però ne siegue che ogni volta, che si dica radice [senz' altro] s' intende, e deve intendere della radice quadra, nelle altre spezie di radici si suol mettere la denominazione.

Estrazione di Radici.

2 via	2 fa	4	Quadrato.
2 via	4 fa	8	Cubo.
2 via	8 fa	16	Quadrato di quadrato.
2 via	16 fa	32	Primo relato.
2 via	32 fa	64	Quadrato cubo.
2 via	64 fa	128	Secondo relato.
2 via	128 fa	256	Quadrato di quadrato di quadrato.
2 via	256 fa	512	Cubo di cubo.
2 via	512 fa	1024	Quadrato primo relato.

2 via 1024 fa 2048 Terzo relato;
2 via 2048 fa 4096 Cubo del quadrato di quadrato;
2 via 4096 fa 8192 Quarto relato.
2 via 8192 fa 16384 Quadrato del ſecondo relato.
2 via 16384 fa 32768 Cubo del primo relato.

E così procedendo in infinito. E quello ſi dice della radice 2. (pigliata per eſempio) ſi dice, e fa a propoſito per qualſivoglia altro numero. Adunque il 2. ſarà la radice di tutti li ſuoi Prodotti ſopraſcritti, e perciò ſi chiamerà radice quadra in riſguardo al 4. Radice cuba in riſguardo al 8. Radice quadra della radice quadra in riſguardo al 16. Radice prima relata in riſguardo a 32. e così in riſguardo agli altri ſuoi Prodotti, avrà altra denominazione &c.

Modo di cavare la Radice Quadra da' Numeri.

CAPITOLO II.

NE' numeri minori [cioè ſino a 100.] ſe ſarà numero quadrato, non porta difficoltà alcuna, ed ogn' uno, che ſappia le ſeguenti moltiplicazioni, ſaprà cavarne da sè la radice a mente, ma ſe non ſarà preciſamente numero quadrato, e ſia di qualità, o quantità diſcreta [perchè il Matematico tiene l' Unità per indiviſibile] in tal caſo ſi cava la maggior radice ch' abbia quel numero, ed il reſto ſi nota per avanzo. Per eſempio.

Un Cittadino ha 81. Cipreſ

Moltiplicazioni da ſaperſi a mente.

1 via 1 fa 1
2 via 2 fa 4
3 via 3 fa 9
4 via 4 fa 16
5 via 5 fa 25
6 via 6 fa 36
7 via 7 fa 49
8 via 8 fa 64
9 via 9 fa 81
10 via 10 fa 100

si, de' quali nè vorria formare un quadro perfetto, con quantità eguale per ciaſcuna fila. S' addimanda. Quanti Cipreſſi ha da far piantare per fila?

Cavando la radice da 81. ne viene preciſamente 9. e tanti Cipreſſi ha da far piantar per fila, ma ſe li Cipreſſi foſſero 82. o altro numero maggiore (ma non quadro) ſi diria, che per fila ne deve piantar 9. e poi n' avanza 1. non potendoſi dar a ciaſcuna fila la ſua porzione preciſa ſenza tagliar l' avanzo in pezzi. Il che faria ſpropoſito.

Quando ſi tratta d' eſtrazione di radici [regolarmente parlando] ſempre s' intende di quantità continua, maſſime di ſuperficie, la cui Unità è diviſibile in infinito, e però in tal caſo ſi cava la radice maggiore dal numero, e l' avanzo ſi mette ſopra una virgoletta in modo di rotto, e ſotto di eſſo ſi colloca la radice medeſima, ma raddoppiata. Per eſempio.

Un Cittadino ha un bel Giardino quadro perfetto, l' area ſuperficiale del quale è piedi 86. pur ſuperficiali. S' addimanda. Quanti piedi lineali farà ciaſcun lato di detto Giardino?

La radice di 86. è 9. ed avanza 5. il quale poſto ſopra la virgola, e ſotto di eſſa ponendo la radice duplicata ſtarà così $9\frac{5}{18}$. Adunque il ſuddetto Giardino è longo per ogni verſo piedi lineali num. $9\frac{5}{18}$ ſe bene non perfetto. Il sbaglio però è inſenſibile nella radice, come di ſotto ſi moſtrerà.

Modo d' approſſimarſi più alla verità nelle Radici Sorde.

Eſſendo, che molte volte ſi danno numeri da quadrarſi, quali non danno la Radice giuſtamente, ma vi reſta un'avanzo, quale ſi deve compartire nei lati, onde avanti d' inſegnare il modo di levare la Radice a più numeri,

ſi

si deve sapere il modo di formare il Rotto per approssimarsi più alla verità di dette Radici quadre, le quali quando non siano perfette, si chiamano Radici sorde, onde dal sottoscritto esempio ponendo l' operazione in margine, quale servirà per Scuola a qual si sia altra operazione, mentre operasi sempre nell' istesso modo. Supposto adunque, che si dicesse. Trovatemi la Radice Quadra di questo numero 90. la qual Radice è 9. e avanza 9. che dupplicato la Radice fa 18. sicchè la Radice sarà 9 $\frac{1}{2}$ vedo se questa sia sua Radice vera, moltiplico il quadrato 9 $\frac{1}{2}$ insieme, e ne viene 90 $\frac{1}{4}$ onde supera $\frac{1}{4}$. Per vedere di appressarsi più possibile, che sia alla verità; raddoppiasi la Radice 9 $\frac{1}{2}$ e fa 19. con il quale divido $\frac{1}{4}$ e ne viene $\frac{1}{76}$ il quale levato dalla Radice 9 $\frac{1}{2}$ resta la Radice 9 $\frac{37}{76}$ che tale sarà la Radice più prossima del numero 90. mentre moltiplicato in sè stesso 9 $\frac{37}{76}$ ne torna il numero propposto 90. con un sopra più di $\frac{1}{5776}$ (cosa insensibile veramente) perchè considerasi la vera Radice, quella la quale, o che supera nel rotto con un numeratore assai lontano dal denominatore, perchè come si disse nel trattato del Sommare de' Rotti, si considera il numeratore tante parti del suo denominatore, che forma l' intero ovvero quella la quale smanca di qualche cosa insensibile, e questa si chiamarebbe Radice Scarsa, al contrario di quella, che sopravanzando qualche cosa si dice Radice Abbondante, onde per maggiore intelligenza dimostro l' operazione.

Radice 90 — $9\frac{1}{2}$

Moltiplico $9\frac{1}{2}$ — $9\frac{1}{2}$ — 19 — 19 — 4 [361

Radoppio R. $9\frac{1}{2}$ — 19

$90\frac{1}{4}$

Parto $\frac{19}{8} X \frac{1}{4}$ — $\frac{1}{76}$

Sottro $9\frac{1}{2}\frac{76}{77}$ — $\frac{1}{76}\frac{1}{77}$

Radice $9\frac{77}{76}$

Prova

$9\frac{77}{76}$ — $9\frac{77}{76}$

721 — 721

76 — 76

721

1442

5047

5776 (519841

(90

$\frac{1}{7776}$

Come si cavi la Radice Quadra da' numeri maggiori.

NUmero maggiore è qual si voglia numero, che sia più di 100. onde avendo a cavare la Radice da un numero maggiore di 100. insegno il modo assai facile quale sarà dimostrato sul seguente esempio. Si dimanda

la

la Radice Quadra di queſto numero 78624. Primieramente ſi ſcriverà un punto ſopra la figura 4. poi ſi anderà verſo mano ſiniſtra, e ſi punterà la figura 6. tralaſciando di puntate la figura 2. e così tralaſciando la figura 8. ſi punterà la figura 7. e ſe il numero foſſe di più figure ſi ſeguirà con l' iſteſſo ordine, puntando ſempre una figura sì, e l' altra nò, avvertendo però di cominciare a puntare la prima figura da mano deſtra, e proſeguire verſo mano ſiniſtra, con l' ordine ſopradetto, e ſe il numero foſſe diſparo, ſempre l' ultima figura reſterà puntata, ma eſſendo il numero paro eſſa ultima figura ſarà ſenza punto. Puntate che ſi avranno le figure ſi comincia dalla parte deſtra a cavar la Radice, pigliando ſempre la figura puntata, quando ſono diſpari, come ſono li propoſti. Onde cavaſi la Radice di 7. che ſarà 2. perchè 2. via 2. fa 4. il quale è numero quadrato di 7. e avanza 3. a canto al quale ſi notano li altri due numeri 86. e fa 386. e il duplicato della Radice 2. fa 4. il quale ſerve per partitore, e nel 386. v' entra 8. il quale notato in radice, e accompagnato con il 4. forma un partitore 48. che ſerve a 386. onde avanza 2. al quale poſtovi l' altre due figure 24. fa 224. Si forma il partitore col raddoppiare la Radice 28. e fa 56. il quale nel 22. non vi entra, ſicchè in Radice ſi nota un zero, e queſto notato a canto al 56. farà 560. per doppio della Radice, e la Radice di 78724. farà 280 $\frac{224}{560}$ quale ſchiſato farà $\frac{2}{5}$. La prova ſi fa moltiplicando inſieme la Radice, che ne tornerà il numero 78724. come dall' operazione ſi vede; Per vedere poſcia ſe ſia giuſta Radice, ſe ne puol fare l' operazione come ſopra, ma dall' operato nel preſente ſi vede eſſere abbondante di $\frac{2}{35}$.

Ope:

Operazione.

Rad.

. . .
78624
2 8 0
———
$\frac{48}{386}$ 386
224
112 ($\frac{160}{2}$
$\frac{2}{5}$

Prova

280 $\frac{2}{5}$ 280 $\frac{2}{5}$
——— ———
1402 —— 1402
——— ———
5 —— 5
2804
196280
———
25 (1965604
———
78624 $\frac{4}{25}$
———

Per maggior capacità di questo propongo altro esempio di più numeri. Trovate la Radice quadra di questo numero

. . . . .
3754678974
6 1 2 7 5
———
154
3367
92389
666074
avanzo 53349

Prova
6|6
———
0|6

6
———
121
———
61
2
———
1222
———
612
2
———
12247
———
6127
2
———
122545

Prova
61275
61275
———
306375
428925
122550
61275
367650
———
3754625625
avanzo 53349
———
3754678974

Da questo quesito si può capire come da qual si sia quantità trovar si possi la Radice quadra, per questo modo facile, e sicuro, si fa ancora la prova del nove alla Radice, con questa differenza, che nelle altre operazioni (come si dimostrò nel primo trattato di questo Libro) si fanno per moltiplicazione, che nella Radice si fanno per sommazione, onde prima si somma insieme l'avanzo della Radice, e fa 15. che è 6. si nota nel lato sinistro della Croce, poscia si somma la Radice, e fa 21. che forma 3. il qual quadrato fa 9. e nella Croce si nota un zero, che sommato con il 6. fa 6. da notarsi sopra la Croce verso mano destra, poscia sommato tutto il numero proposto fa 51. che unito è 6. e perchè i numeri de' lati della Croce a mano destra sono eguali si conosce l'operazione essere buona.

Come si cavi la Radice quadra de' numeri rotti, e da sani, e rotti.

PRima d'ogni cosa bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominazione. E poi. Se il rotto è formato di Numeratore, e Denominatore quadrato (come sono questi, ed altri $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{4}{25}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{16}{25}$ &c.) basta cavar la Radice dal Numeratore, e dal Denominatore, e collocare ogni Radice al suo luogo sotto, o sopra la virgola. Per esempio la Radice di $\frac{4}{9}$ sarà $\frac{2}{3}$ di $\frac{9}{16}$ sarà $\frac{3}{4}$ di $\frac{16}{25}$ sarà $\frac{4}{5}$ &c.

Ma se l'uno, o l'altro numero, che forma il rotto, ovvero tutti e due non fossero numeri quadrati, per cavarne la radice quadra più prossima nel più sicuro, e facile modo si fa così. Si moltiplica il Numeratore col Denominatore, e la Radice propinqua di tal Prodotto si parte per il Denominatore del rotto, e così il Quoziente sarà la radice cercata. Sia l'esempio in $\frac{3}{7}$. Il mol-

tipli-

tiplicato di 5. con 7. fa 35. la cui proſſima radice è 5 $\frac{10}{162}$ cioè 6. Dividaſi adunque 6. per 7. e ne verrà $\frac{6}{7}$. Sicchè la Radice di $\frac{5}{7}$ ſarà $\frac{6}{7}$ e la Radice di $\frac{4}{1}$ ſarà $\frac{2}{10}$ &c.

Sani, e Rotti quadri.

SE foſſe propoſto un numero ſano accompagnato da qualche rotto, la Radice quadra, o più proſſima ſi cava così. Primo, ſi riducono li numeri ſani alla natura del ſuo rotto (ſuppoſto nella minima denominazione) e s' uniſcono con eſſo. Fatto queſto, ſe tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di tal unione ſarà numero quadrato, tal numero ſano, e rotto propoſto ſarà parimente quadrato, la cui radice ſi trova così. Si cava la Radice dal Numeratore, e queſta radice partendola per la Radice del Denominatore, il quoziente ſarà la Radice del propoſto numero ſano, e rotto. Per eſempio ſerva 5 $\frac{19}{25}$. Queſti ſono $\frac{144}{25}$. L' uno, e l' altro numero è quadro. La Radice di 144. è 12. e la radice di 25. è 5. Adunque dividaſi 12. per 5. ed il Prodotto 2 $\frac{2}{5}$ ſarà la radice quadra del propoſto 5 $\frac{19}{25}$.

Sani, e Rotti non quadri.

MA dopo d' avere ridotto li ſani alla natura del loro rotto, ſe il Numeratore, o Denominatore, ovvero l' uno, e l' altro non ſarà numero quadrato, queſto fa manifeſto, che nè anco il numero ſano, e rotto propoſto può eſſer numero quadrato, la Radice ſorda, o propinqua del quale ſi cava, come ſi fa quelle de' rotti ſemplici non quadrati, cioè, ſi moltiplica il Numeratore per il Denominatore, e la Radice di tal moltiplicato, o Prodotto partendola per il Denominatore, il Quoziente ſarà la cercata radice propinqua del propoſto numero, e rotto non quadrato. Per eſempio ſerva 5 $\frac{3}{5}$.

Que-

Questi sono $\frac{17}{3}$ il moltiplicato del quale fa 51. la cui radice è $7\frac{2}{3}$ [già schisato il rotto] questo $7\frac{2}{3}$ dividasi per 3. Denominatore, e di quoziente ne verrà $2\frac{8}{21}$ e questa sarà la cercata Radice propinqua di $5\frac{2}{3}$.

Il modo d' approssimarsi sempre più alla verità, è quello già insegnato.

Estrazione della Radice Cuba.

CAPITOLO III.

LA seconda spezie d' estrazione di Radici si chiama Radice cuba. Nelli numeri digiti, o minori la Radice è d' una sol figura, ed il suo cubo può esser d' una, o di due, ovvero al più di trè figure. La Radice cuba de' numeri minori, o digiti si contiene in questa tavoletta, da saperssi alla mente, ovvero da tenersi avanti nell' operare.

Radici Cube.	Numeri Cubi.
1	1
2	8.
3	27.
4	64.
5	125.
6	216.
7	343.
8	512.
9	729.
10	1000.

Ma se il numero non sarà precisamente discreto, o cubo, per cavarne la Radice sorda, o più prossima, si fa così.

Si cava la Radice cuba più prossima dal proposto numero, e l' avanzo si mette sopra la virgola come Numeratore. Per avere il Denominatore, si quadra la trovata Radice, la quale subito si triplica, ed al numero triplicato s' aggiugne il triplicato d' essa Radice, e questa somma sarà il Denominatore del rotto. Per esempio. La Radice cuba di 24. è 2. ed avanza 16. per Numeratore. Il quadrato della radice 2. è 4. che triplicato fa 12. a questo 12. aggiungasi

gasi 6. (triplicato dell'istesso 2.) ed in tutto farà 18. e questo è il Denominatore. Adunque la Radice cuba propinqua di 24. è 2 $\frac{8}{19}$. E che sia il vero. Cubasi questo 2. $\frac{8}{19}$ ed in fatti sarà 24 $\frac{80}{361}$. Errore riputato insensibile nella Radice.

Come si cavi la Radice cuba da' numeri maggiori.

AVendosi a cavare la Radice cuba di 238328. Puntati, che saranno li due 8. trovasi nelli suddetti numeri cubi il 238. ma perchè il detto numero non vi si trova, si piglia il numero più vicino, che sarà 216. ed il qual levasi dalla somma, cioè dal 238. ed avanza 22328. notandolo sotto alli detti numeri, poi per essere 6. la radice cuba di 216. come nelle 9. Radici si comprende, si servirà del 6. per quoziente moltiplicandolo in sè, che farà 36. qual notasi sotto al 8. dopo all' incontro delli detti numeri proprj della regola, cioè a dirimpetto del 6. si scriverà il 30. ed all'incontro del 36. si noterà il 300. fatto questo si moltiplica il 300. col 36. che produrrà 10800. col quale si divide il 22328. numero avanzato, che ne uscirà 2. con avanzo di 728. Perciò si scrive il 2. vicino al 300. e di nuovo si moltiplica il 2. in sè, che farà 4. poscia si dirà 2. via 4. fa 8. notasi il 4. appresso al 30. e l' 8. sopra il 4. allora moltiplicasi il suddetto partitore 10800. con quoziente 2. che produrrà 21600. e così moltiplicato 30. per 6. farà 180. qual ancora moltiplicato per 4. fa 720. ultimamente si raccolgono in una somma il 21600. il 720. e l' 8. che daranno 22328. simile all' avanzo della prima sottrazione, poi si accompagnano insieme il primo, e secondo quoziente, cioè il 6. e il 2. che faranno 62. e tanto sarà la Radice cuba di 238328. senza alcun avanzo.

Ope-

Operazione.

36	238328	6
6	6 2	30
216	216	180
36	22328	4
300	728	720
10800	728	8
	...	728

Per farne la prova si moltiplica il detto 62. via 62. che farà 3844. il quale moltiplicato per 62. produrrà il 238328. simile al numero proposto.

Prova.

62
62
3844
62
7688
23064
238328

Modo d' approssimarsi sempre più nelle Radici cube sorde.

1 SI cuba la Radice trovata, e la differenza, cioè, tutto quello, che scarseggia, o supera il dato numero, si riserva da parte.

2 Si triplica la Radice. Il triplicato si moltiplica per l' istessa Radice, ed al Prodotto s' aggiugne il medesimo triplicato, e con questa somma si parte la differenza.

3 Ul-

3 Ultimamente il quoziente di tal divisione s' aggiugne alla prima Radice, se mancò: ovvero si sottra, se superò il proposto numero, ed il restante sarà la Radice più propinqua della prima, e così con quest' ordine si può sempre più approssimarsi in infinito.

Intorno alli Rotti.

IN qual si voglia spezie di Radice il modo di cavarle è universale, almeno in quanto all' ordine, e però qui soddisfarò per tutte le spezie di radici. Primieramente bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominazione, tanto se sarà solo, quanto se sarà accompagnato con sani.

Rotti soli.

SE il Numeratore, ed il Denominatore saranno tutti e due numeri razionali, o discreti, si cava la Radice dall' uno, e dall' altro, come si fece appunto nelle quadrati, però secondo la propria spezie.

Ma se l' uno, o l'altro, ovvero tutti e due saranno numeri irrazionali, o sordi, per regola universale si riduce il Denominatore del rotto nella spezie di Radici più prossima inferiore, la quale col Numeratore, e dal Prodotto cavandone la proposta Radice, e poi divisa per il medesimo Denominatore, il Quoziente sarà quello si cerca. Per esempio. Volendo cavare la Radice cuba prossima di $\frac{5}{6}$ moltiplico il Numeratore col quadrato del Denominatore, e mi viene 180. Dal quale cavandone la Radice cuba più prossima mi dà $5\frac{11}{19}$. Finalmente partendo questo $5\frac{11}{19}$ per il Denominatore 6. il Quoziente $\frac{101}{105}$ sarà il cercato. Adunque la Radice cuba più prossima di $\frac{5}{6}$ sarà $\frac{101}{105}$. Ma se da $\frac{5}{6}$ volessi cavare la Radice cuba di cuba, moltiplicarei il Numeratore per il quadrato, di quadrato del Denominatore, e poi s' opera come sopra.

Sa-

IN qual si voglia specie di Radici se col rotto saranno sani, che ridotti alla natura del rotto, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore resti numero razionale, o discreto, basta a partire la Radice del Numeratore per la Radice del Denominatore, perchè il Quoziente sarà la Radice di tal sano, e rotto. Ma dopo l'avere ridotto li sani in rotti, se il Numeratore, o Denominatore, ovvero l'uno, e l'altro fossero numeri irrazionali, o sordi si cava la radice come s'è detto delli rotti soli irrazionali. Ma per esser cosa tanto chiara, e facile non vengo all'esempio.

Regole Universali.

CAPITOLO IV.

PEr non diffondermi in molte parole, e per non avere a far tante repliche, ho giudicato bene di toccare in questo luogo alcuni avvisi, o Regole universali, mediante le quali, e con l'ajuto del triangolo, che poco dopo descriverò, ogni mediocre ingegno saprà da sè medesimo cavare ogni sorta di Radici da qualsivoglia numero, e sono le seguenti.

1 In qual si voglia spezie di Radici il proposto numero si distingue in periodi con punti. Nelle Radici quadre si puntano le figure una sì, ed una nò. Nelle cube una sì, e due nò. Nelle quadre di quadrate una sì, e tre nò. Nelle relate una sì, e quattro nò, e così successivamente se ne lascia sempre una di più, avvertendo, che sempre si punta la prima figura verso mano dritta, e che di tante figure sarà la Radice, quanti saranno li punti, notati nel proposto numero. L'ultimo periodo, cioè il

primo verſo mano manca, reſta imperfetto quanto al nū-mero delle dovute figure, ma non importa.

2 Per Regola univerſale ne' numeri minori di qual ſi voglia ſpezie di Radici, la Radice non può mai eſſere più d' una ſol figura, la quale ſi cava con l' ajuto della propria tavolina, che poco dopo ſi noteranno ſino al terzo relato incluſivè, ed il numero dal quale ſi cava tal radice (come anco di ciaſcun periodo ne' numeri maggiori) ſarà al più nelle quadri di due figure: nelle Cubi di tre, nelle quadrate di quadrate di 4. &c.

3 Nelli numeri maggiori di qualſivoglia ſpezie di Radici, il primo numero radicale faciliſſimamente ſi trova così. Baſta a cavare la Radice dal primo periodo verſo mano manca, o perfetto, o imperfetto, che ſia, ſottrando il ſopra più, ed al reſiduo aggiugnendovi la proſſima prima figura dell' altro periodo. Per trovar il ſecondo numero radicale, ſi fanno tante operazioni prima di perfezionare l' opera, quante ſono le figure d' un periodo in ciaſcuna ſpezie di radici, ciaſcuna delle quali operazioni, o prodotti ſi cava dal reſiduo dell' altra, e per ciaſcheduna ſempre ſi tira giù una figura ſucceſſivamente, come ſi coſtuma ne partiri a danda, meglio mi dichiarerò col triangolo.

4 Nelle ſudette operazioni biſogna avvertire, che quando qualche Prodotto non ſi poteſſe cavare dal reſiduo dell' altra operazione, biſogneria calare, o diminuire il ſecondo numero radicale. Occorre anco alle volte, che in dette operazioni avanza più del Diviſore, ma non pregiudica.

5 Quando il propoſto numero aveſſe più di due punti, s' opera per avere il terzo numero radicale, come s' operò per aver il ſecondo, ma però come ſe le due prime figure foſſero una ſol figura, e per avere il quarto,

to, s' opera, come se le tre prime fossero una sola figura &c.

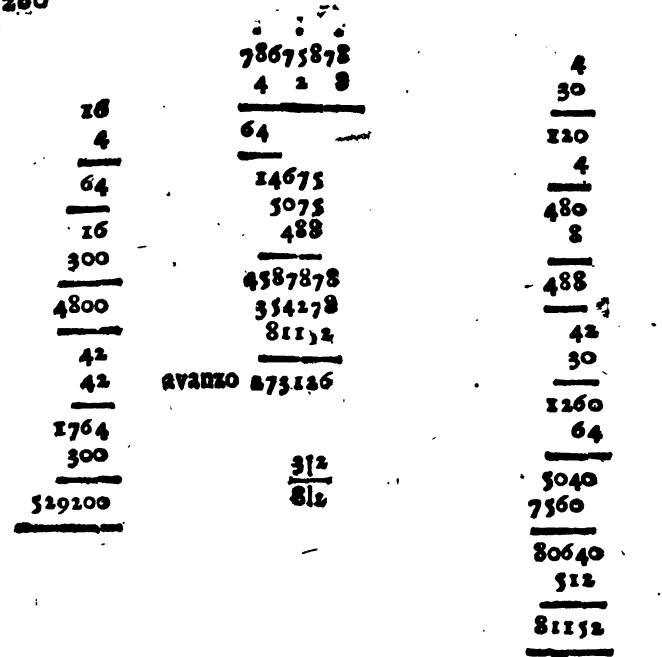
6 In qual si voglia spezie di radici, tanto ne' numeri minori, quanto ne' maggiori se il proposto numero sarà sordo, o irrazionale, cavata la più prossima Radice, che sia in esso, per regola universale l' avanzo si mette per numeratore sopra la virgola. Il modo di formare il Denominatore l' insegnarò col triangolo.

7 Nelle Radici quadre, e cube sordi si può approssimare sempre più alla verità, ma nell' altre spezie maggiori non occorre, perchè 10. 20. 30. 40. e più Unità in spezie più alte, è minor sbaglio, che una sola Unità nelle Radici quadre.

8 In ogni spezie di radici tutti quei numeri, che mancano d' una sola Unità ad esser razionali, riescono senza rotto, ma facendone poi la prova naturale, supererà d' una Unità il proposto numero (errore però insensibile nella Radice.)

9 L' avanzo non può esser mai più del Denominatore, e se fosse, bisogneria crescere la seconda figura radicale.

10 La prova naturale, si fa quadrando, cubando, la Radice trovata. Se fosse sorda vi s' aggiugne l' avanzo, e se l' operazione sarà fatta bene, tornerà il proposto numero. Si provano ancora le Radici cube con la prova del 9. ma per dimostrare il modo, con cui si fa pongo altra Radice Cuba. Adunque trovasi la Radice Cuba di questo numero.



Cavata la Radice Cuba viene ad essere di 428. con un avanzo di 273128. Per farne la prova del 9. si levano tutti li 9. dall' avanzo, e resta 3. il quale si nota nella Croce a mano manca: poscia sommato la radice 428. fa 14. e levatone il 9. resta 5. che quadrato è 25. e cubandolo fa 125. dal quale levatovi li 9. resta 8. e questo notasi in croce al lato sinistro, che sommato con il 3. fa 11. levatovi il 9. resta 2. e notasi a mano destra della Croce: poscia si levano tutti li 9. del numero proposto 78675878. e perchè restavi un due simile all' altro, vedesi l' operazione star bene, e così si può provare ancora qual si sia Radice Cuba nell' istesso modo operando, senz' alcun'altra diversità, oltre alla prima di sopra insegnata.

Ta-

Tavoline per li numeri minori fino al terzo relato.

Per le R. Quad.	Rad. Cube.	Quad. Quad.	Primo relato.
1 via 1 fa 1	1	1	1
2 via 2 fa 4	8	16	32
3 via 3 fa 9	27	81	243
4 via 4 fa 16	64	256	1024
5 via 5 fa 25	125	625	3125
6 via 6 fa 36	216	1296	7776
7 via 7 fa 49	343	2401	16807
8 via 8 fa 64	512	4096	32768
9 via 9 fa 81	729	6561	59049

Quad. Cub.		Secondo Relato.		Quad. Quad. Quad.	
1	1	1	1	1	1
2	64	2	128	2	256
3	729	3	2187	3	6561
4	4096	4	16384	4	65536
5	15625	5	78125	5	390625
6	46656	6	279936	6	1679616
7	117649	7	823543	7	5764801
8	262144	8	2097152	8	16777216
9	531441	9	4782969	9	43046721

Cubo, Cubo.		Quad. primo relato.		Terzo Relato.	
1	1	1	1	1	1
2	512	2	1024	2	2048
3	19683	3	59049	3	177147
4	262144	4	1048576	4	4194304
5	1953125	5	9765625	5	48828125
6	10077696	6	60466176	6	362797056
7	40353607	7	282475249	7	977326743
8	134217728	8	1073741824	8	8589934592
9	387420489	9	3486784401	9	31381059609

3 c 2

a — b

Quad. 2 Quad.

Cubo 3 3 Cubo

Quad. Qu. 4 6 4 Quad. Qu.

P. Relato 5 10 10 5 P. Relato

Quad Cu. 6 15 20 15 6 Quad. Cu.

Sec. Relato 7 21 35 35 21 7 Sec. Relato

Qu. Qu. Qu. 8 28 56 70 56 28 8 Qu. Qu. Qu.

Cub. Cub. 9 36 84 126 126 84 36 9 Cub. Cub.

Q.p.R. 10 45 120 210 252 210 120 45 10 Q.p.R.

3.R. 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 3.R.

C.q.q.12.66.220.495.792.924.792.495.220.66.12 C.q.q

Dichiarazione del sopralineato Triangolo.

CAPITOLO V.

LA linea a, b, divisa in due parti nel punto c, rappresenta li due numeri radicali ne' numeri maggiori. La parte a, c, significa il primo numero, o figura, e la parte c, b, rappresenta la seconda.

Li nomi, che sono fuori del triangolo verso mano manca, significano le dignità della prima parte della linea, ovvero della prima figura radicale, e quei che sono fuori verso mano dritta, rappresentano le dignità della seconda

parte, ovvero della seconda figura radicale. Le quali dignità sono fondate nella Progressione Geometrica doppia.

Tutti quei numeri, che dalla sommità del triangolo, cioè dal numero 2. discendono dietro li due lati d' esso triangolo, sono fondati nella Progressione Aritmetica naturale. Tutti gli altri numeri sparsi ordinatamente dentro queste due fila, o Progressioni, si formano unendo insieme li due numeri, che nello spazio precedente li stanno sopra. Per esempio, il 6. del terzo spazio è composto con li due 3. che li sono sopra nel secondo spazio, e così con gli altri.

Chi volesse cavar radici di più alta dignità, basta slongare il triangolo, e si slonghino anco le Progressioni Geometriche delle dignità, e quelle Aritmetiche naturali, e poi si trovi gli altri numeri, come di sopra ho insegnato.

Uso, o pratica del Triangolo.

MA per venire all' uso pratico di questo triangolo, io dico, che il cavar qual si voglia radice da un proposto numero, si fa con tante operazioni, o Prodotti, quanti sono i luoghi caratterizzati con numeri nel spazio della Radice, che si vuole cavare, ed uno di più per regola universale, cominciando sempre dal primo numero verso mano manca. Il primo, ed ultimo Prodotto è sempre operazione semplice, che si fa con la sola propria figura radicale, ma tutti gli altri sono Prodotti doppj: perchè per ciascun di loro si maneggia la prima, e la seconda figura radicale. Ma come vadino maneggiate dette figure si comprende chiaramente da quelle due linee interrotte, che partendosi da ciascun numero di doppia azione, una incontra quella dignità a mano manca, che col primo numero si deve maneggiare, e l' altra incontra quella della seconda figura. Il primo Prodotto dà sem-

pre

pre il Divisore, per trovare la seconda figura radicale. L' ultimo Prodotto (che come ho detto è semplice, e fuori del triangolo) si forma col ridurre la seconda figura radicale alla sua dignità, e tal Prodotto cavandolo dall' ultimo residuo, resta finita l' operazione.

Quando col Divisore si parte il primo, o l' altro residuo dell' operazione, bisogna avvertire, che il Quoziente non può mai essere più di 9. anzi parrà, che vi possi entrare assai, e v' entrerà poco, perchè bisogna, che avanzi tanto, che tirando giù una figura per ciascuna operazione, vi si possino poi anco cavare tutti gli altri Prodotti, e però si costuma di farne esperienza appartatamente con la metà di quello, che pare potervi entrare, perchè trovandosi esser di proposito per il terzo, o quarto Prodotto, gli altri poi ci veranno, posciacchè sempre diminuiscono, che così facendo, in due, o tre esperienze s' imbrocherà il Quociente, o seconda figura radicale di proposito. Or veniamo alla pratica.

Abbiasi da cavare la Radice prima relata da questo numero 33554772. La prima figura radicale è 3. la quale si cava con l' ajuto della cavolina dal primo periodo 335. e avanza 92. che con il 5. che si tira giù, dice 925. il resto dell' operazione si fa con cinque Prodotti, quattro de' quali si contengono nello spazio del primo relato, ed il quinto è quello toccato di sopra, e sono questi.

1 Per avere il Divisore 405. si moltiplica per 5. il Quad. di Quad. della prima figura radicale 3. col qual Divisore si parte il 925. e di Quoziente ne viene 2. per la seconda figura radicale.

2 Si moltiplica per 10. il cubo della prima figura radicale, ed il Prodotto si moltiplica per il quadrato della seconda, e farà 1080. da sottrarsi da 1154. e resta 74.

3 Si moltiplica per 10. il cubo della seconda figura, ed

il

il Prodotto si moltiplica per il quadrato della prima, e sarà 720. da cavarsi dal 747. e resta 27.

4 Si moltiplica per 5. il Quad. di Quad. della seconda, ed il Prodotto si moltiplica per la semplice prima figura radicale 3. e farà 240. da sottrarsi dal 277. e resta 37.

5 Ultimamente cavando dall' ultimo residuo il relato della seconda figura (cioè 32.) resterà 340. per Numeratore del rotto, con che sarà finita l' operazione, come in figura si vede.

		340	0
Numero. 33554772.	R. prima Relata. 32	——	Prova --
243.....		5.580.960	0

Div. 405..	925		
	810	Radice prima Rel. 32	
		Prov. 5.	
Pr. resid.	1154	25	Quad.
	1080 Second. Prod.	Prov. 7	
		35	Cub.
Sec. Resid.	747	Prov. 8	
	720 Terzo Prod.	40	Qu. Qu.
		Prov. 4	
Terz. resid.	277	20	Pr. Rel.
	240 Quart. Prod.	Prov. 2	
Quart. resid.	372		
	32 Quin. Prod.		
Fine dell' operazione.	340		

La prova prima relata della radice è 2. quale unita con la prova dell' ultimo residuo fa 0, e perchè la prova del proposto numero è ancor essa 0, però l' operazione è ben fatta.

La

La prova naturale si fa relatando la Radice prima rel. 32. e a tal relato aggiugnervi l'avanzo 340. poichè la somma darà il numero dal quale fu cavata la R. prima relata.

Modo di trovare il Denominatore.

IL modo di trovare il Denominatore in qual si voglia spezie di Radici, si fa con tanti Prodotti, tutti uniti insieme, quanti sono i luoghi caratterizati dentro lo spazio della radice, che si cava, moltiplicando detti numeri con le dignità a mano manca di tutta la Radice trovata, e secondo che insegnano le linee interotte, che si portano da essi numeri. Sicchè il Denominatore del medesimo proposto numero si forma con questi quattro Prodotti uniti insieme.

1 Si moltiplica per 5. il Quad. di qu. del 32. (nu. radicale) e fa ——— 1 5.242.880
2 Si moltiplica per 10. il suo cubo, qual sarà —— 327680
3 Si moltiplica per 10. il suo Quad. qual sara —— 10.240
4 Si moltip. per 5. la medesima Radice 32. che sarà 1.160

Tutti insieme fanno 5.580.960

Adunque la Radice prima relata più prossima di 33554 772 sarà ——— 32 $\frac{340}{1.580860}$.

Un' altro esempio.

ABbiasi ancora da cavare la nona spezie di radici, detta quad. primo relato da questo numero, che riceve pur solamente due punti, 16. 679. 880. 978. 200. La prima figura radicale è 2. la quale si trova con l'ajuto della tavolina del quadrato primo relato, & avanza 643. che col 9. tirato giù, dice 6439. Il resto dell' operazione si dovria fare contro Prodotti. Come si cava

va dallo spazio della dignità quadrata prima relata nel triangolo.

16679880978200	6.439.880.978.200.	8
1024.	20	1
	6.439.880.978.200 Pr.	8

120|6439880978200

Primo. Per avere il Divisore 5120. si moltiplica per 10. il cub. di cub. della prima figura radicale. Questo Divisore pare, che possi entrare nel primo residuo una volta; ma per le circostanze toccate di sopra, non ci entra alcuna volta, mancandogli una sola Unità, per potervi riuscire tutti gli altri Prodotti, e però si mette uno appresso la prima figura radicale, che dirà 20. Ma perchè tutti gli altri Prodotti, che si dovriano fare, si riducono in nulla per rispetto di quello nell'ultimo luogo del Quoziente, resta perciò finita l'operazione. Basta aggiugnere al residuo della prima operazione tutti gli altri numeri, che ad uno, ad uno si dovevano tirar giù. Il che fatto, sarà il numeratore; e questo servi per avviso in casi simili.

Il denominatore si trova con 9. Prodotti, come insegna lo spazio del Quadrato primo relato nel triangolo, e sono questi.

1	Si moltiplica per 10. il cub. cub. della Radice, che sarà	2	1
			5.120.000.000.000
2	Si moltiplica per 45. il Qua. quad. quad. d'essa radice	2	1
			1.152.000.000.000
3	Si moltiplica per 120. il suo secondo Relato, che sarà		1
			153.600.000.000
4	Si moltiplica per 210. il suo Quad. cubo, che sarà		1
			13.440.000.000
5	Si moltiplica per 252. il suo primo Relato, che sarà		1
			806.400.000.

6 Si

6 Si moltiplica per 210. il ſuo Quad. che ſarà 1 33.600.000
7 Si moltiplica per 120. il ſuo cubo, che ſarà 960.000
8 Si moltiplica per 45. il ſuo Quad. che ſarà 18.000
9 Si moltiplica per 10 la ſemplice Radice, che ſarà 200

2 1
Denominatore 6.439.880.978.200

In queſto caſo il Numeratore è in quantità eguale al Denominatore, perchè il propoſto numero manca d' una ſola Unità ad eſſer numero razionale, o diſcreto, cioè ad eſſer numero quadrato primo relato.

La prova della Radice è 2
4 Quad.
Prova. 4
8 Cub.
Prova. 8
16 Qu. Qu.
Prova. 7
14 Primo Rel.
Prova. 5
10 Qu. Cub.
Prova. 1
2 Secondo Rel.
Prova. 2
4 Q. Q. Q.
Prova. 4
8 Cu. Cu.
Prova. 8
16 Qu. Primo Rel.
Prova. 7

La

La prova Qu. prima relata della Radice è 7. Quella del residuo è 1. quale unito col 7. fa 8. e perchè la prova del proposto numero è 8. l' operazione sta bene.

Vi resteria da provare, che questo modo d' estraere le radici, e di trovare il Denominatore, è fondato nella vera Geometria, e demonstrabile per quella linea divisa in due parti, e posta sopra il triangolo. Ma perchè tal demostrazione ricerca fondamento di Geometria, e longhezza di discorso per volerla far capire, perciò rimetto il studioso Lettore alla seconda Parte del non mai abbastanza lodato Niccolò Tartaglia, nella quale copiosamente ne discorre, per ciascuna spezie di Radici sino al terzo relato. E tanto basti in materia d' estrazione di Radici.

Progressioni delle Dignità sino a 30. termini, e della loro origine.

CAPITOLO VI.

1. Unità	1
2. Radice Generale	2
3. Quadrato	4
4. Cubo	8
5. Quad. Quad.	16
6. Primo Relato	32
7. Quad. Cubo	64
8. Secondo Relato	128
9. Quad. Quad. Quad.	256
10. Cubo Cubo	512
11. Quad. prim. Relato	1024
12. Terzo Relato	2.048
13. Cub. Quad. Quad.	4.096

14. Quarto Relato ——— 8.192
15. Quad. secon. rel. ——— 16.384
16. Cubo prim. relato ——— 32.768
17. Qu. Qu. Qu. Qu. ——— 65.536
18. Quinto relato ——— 131.072
19. Quad. Cub. Cub. ——— 262.144
20. Sesto relato ——— 524.288
21. Quad. Qu. prim. rel. ——— 1.048.576
22. Quad. terz. rel. ——— 2.097.152
23. Quad. terz. rel. ——— 4.194.304
24. Settimo relato ——— 8.388.608
25. Cub. Qu. Qu. Qu. ——— 16.777.216
26. Ottavo relato ——— 33.554.432
27. Quad. quart. rel. ——— 67.108.864
28. Cu. Cu. Cu. ——— 134.217.728
29. Quad. Qu. sec. rel. ——— 268.435.456
30. Nono relato ——— 536.870.912

LA naturale origine di tutte le suddette dignità si trovano mediante l' ammaestramento d' Eucl. lib. 9. prop. 8. qual dice così. Se saranno più numeri [e quanti si vogliono] dall' Unità continuamente proporzionali, il terzo dall' Unità sarà numero quadrato, e per l' avvenire ogni secondo. Sicchè tutti li termini dispari saranno quadri, come il quinto, il settimo &c. Il quarto dall' Unità sarà Cubo, e per l' avvenire ogni terzo, come il settimo termine, il 10. 13. &c. Il quinto sarà quadr. per quadr. e per l' avvenire ogni quarto, come il 9. termine, il 13. 17. &c. Il sesto sarà primo relato, e per l' avvenire ogni quinto, come l' 11. 16. e 21. termine &c. E così con quest' ordine si procede in infinito. Anzi per maggior inteligenza ho posto a canto delle dignità la Progressione Aritmetica naturale, acciò

ciò con preſtezza ſi trovi il tutto. Se li nomi delle dignità non cadeſſero con l' iſteſſo ordine, che ſono ſcritti, non importa: baſta, che ſiano gl' iſteſſi nomi. Per eſempio. La 25. dignità dice cub. qu. qu. qu. Se diceſſe qu. cu. qu. ovvero qu. qu. cub. ſaria l' iſteſſo.

Come ſi maneggino le Radici.

CAPITOLO VII.

QUalſivoglia ſpezie di Radici ſi maneggia per tutti gli atti dell' Algoriſmo, come ſi maneggiano li numeri ſani, ſemplici, e rotti. Vero è, che l'ordine è differente da quello, perchè nel maneggiare le Radici ſi tiene queſt'ordine, cioè Numerare, ovvero Rappreſentare, Moltiplicare, Partire, Sommare, e Sottrare. Ma ciò per comodità, non per neceſſità.

Del rappreſentar delle Radici.

SE la radice è razionale, o diſcreta ſi numera, e rappreſenta ſemplicemente come ſi coſtuma ne' numeri ſani, ovvero ſani rotti. Per eſempio, la Radice quadra di 4. ſi rappreſenta per numero 2. la radice cuba di 8. ſi rappreſenta parimente per num. 2. per eſſer l' una, e l'altra Radice razionale, e così con altre ſpezie di radici. Ma perchè le Radici ſorde non ſi poſſono aſſegnare preciſamente nè per num. ſano, ne per ſano, e rotto, però tali Radici ſi rappreſentano ſordamente così. Per eſempio. Dovendo rappreſentare, e maneggiare la Radice quadra di 2. la rappreſentarò in queſto modo R. 2. E la Radice cuba di 3. la rappreſentarò così. R. cu. 3. &c. La concluſione ſia, che ſi deſcrive il numero, dal quale ſi dovria cavare la Radice, ponendovi il conveniente ca-

rattere

rattere ſecondo la ſpezie della Radice. Biſogna anco avvertire, che dovendo maneggiare dette Radici ſorde, non ſi deve cavare da principio la proſſima Radice, per moltiplicarla, dividerla &c. perchè quel piccolo errore, che contiene ogni Radice ſorda in sè, moltiplicato, diviſo &c. nel fine dell' operazione ſi faria error grande.

Del moltiplicare delle Radici.

PEr bene intendere quello, che ſi ha da dire, biſogna ſapere, che tanto fa a moltiplicare un numero con un' altro, quanto che a moltiplicare qualſivoglia ſpezie di dignità dell' uno con la medeſima ſpezie di dignità dell' altro, e poi dal Prodotto cavarne la Radice di quella tal ſpezie di dignità. Per eſempio tanto fa a moltiplicare 2. per 3. quanto fa a moltiplicare il quadrato di 2. con il quadrato di 3. (che ſaria 36.) e poi cavarne la Radice quadra, che pure è 6. come per l'altro modo. Così con qualſivoglia ſpezie di Radici.

In tre modi può occorrere il moltiplicare delle Radici (e ſempre intendo di Radici ſorde.) Il primo modo è moltiplicare una Radice ſecondo la ſua ſpecie, cioè, s' ella è Radice quadra quadrarla. S' ella è cuba, cubarla &c. il che non è altro, che ridurre tal Radice alla ſua dignità. Quando adunque ſi vorrà moltiplicare una Radice ſecondo la ſua ſpecie, baſta aſcancellare, o depennare quel carattere, che tal Radice tiene appreſſo di sè per propria denominazione. Vero è, che quello, che prima era lineale, ſi fa ſuperficiale &c. e numero razionale. Per eſempio. A quadrare R. 2. fa R. 4. ma perchè quel R. 4. è ſuperficie, e la ſua Radice è 2. per numero, però (come ho detto) baſta a depennare il carattere &c.

Moltiplicare di Radici secondo la sua spezie.

A quadrar	℞		2	fa	2
A Cubare	℞	Cub.	2	fa	2
A recar a Qu. Qu.	℞	Qu. Qu. Qu.	2	fa	2
A relatare	℞	relata	2	fa	2
A Quad. Cub.	℞	Qu. Cub.	2	fa	2
A second. rel.	℞	sec. rel.	2	fa	2
A Qu. Qu. Qu.	℞	Qu. Qu. Qu.	2	fa	2
A Cub. Cub.	℞	Cub. Cub.	2	fa	2
A Quad. rel.	℞	Quad. rel.	2	fa	2
A terzo rel.	℞	terz. rel.	2	fa	2

Moltiplicare di Radici quadre in sè.

℞ 2	via	℞ 2	fa	2	
℞ 3		℞ 3		3	
℞ 5		℞ 5		5	
℞ 6		℞ 6		6	
℞ 7		℞ 7		7	
℞ 8		℞ 8		8	
℞ 9		℞ 9		9	
℞ 10		℞ 10		10	
℞ 11		℞ 11		11	

Il secondo modo è moltiplicare una Radice con un' altra Radice da lei diversa, ma della medesima spezie. In tal caso si moltiplica l' una con l' altra, come si fa co' numeri, ed il Prodotto sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il Prodotto sarà razionale, si cava la Radice razionale, come in esempio si vede qui sotto.

A Moltiplicare.

R. — 2	via	R. — 3	fa	R. — 6	
R. cub. 2		R. cub. 3		R. cub. 6	
R. R. 2		R. R. 3		R. R. 6	
R. rel. 2		R. rel. 3		R. rel. 6	

A Mol-

A Moltiplicare.

R. 3 via R. 5 fa R. 15.
R. 2 —— R. 8 —— R. 16. cioè 4. per num.
R. 3 —— R. 12 —— R. 36. cioè 6. per num.
R. 6 —— R. 24 —— R. 144. cioè 12. per num.

Il terzo modo è moltiplicare una radice per numero, o numero per Radice. In tal caso si riduce il numero alla natura, o ſpecie della Radice, con la quale ſi ha da moltiplicare, e poi s' opera, come ſi è detto di ſopra del ſecondo modo.

Per eſempio. Voglio moltiplicare 5. con Radice 20. [notate bene.] Non voglio già inferire, che s' abbia da moltiplicar 5. con 20. ma debbo moltiplicare 5. con la Radice, che contiene in sè il 20. e perchè la Radice di 20. non ſi può dichiarar per numero, il 20. viene ad eſſere la quadratura d' eſſa Radice, che ſta occulta in eſſo 20. e però biſogna, quadrar quel 5. e Radice 25. e poi moltiplicare 20. con 25. Sicchè a moltiplicare 5. con Radice 20. fa Radice 500.

A Moltiplicare.

R —— 2 via 3 fa R —— 18
R cub. 2 —— 3 —— R cub. —— 54
R R 2 —— 3 —— R R —— 162
R rel. 2 —— 3 —— R rel. —— 486
R qu. cu. 2 —— 3 —— R R qu. cu. —— 1458

A Moltiplicare.

R 3 via 2 fa R 12
R 6 —— 5 —— R 150
R 20 —— 4 —— R 320
2 via R 12 fa R 48
5 ..... R 5 ..... R 125

L' istesso ordine si tiene con le altre spezie di Radici, non solo ne' numeri sani, ma anco nelli rotti, e sani, e rotti.

Del Partire delle Radici.

IL partire è un' atto totalmente contrario al moltiplicare, e però tal'atto può occorrere in uno de' tre modi, e con l' istesse cautele, o circostanze dette del moltiplicare delle radici. Quando occorre di partire un numero per radice, o radice per numero, si converte il numero della natura della radice. Nel resto s' abbia da partire una radice, per un' altra radice a lei simile, o dissimile in quantità (ma sempre della medesima spezie) sempre si parte l' una per l' altra, come si costuma ne' numeri, ed il Quoziente sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il Quoziente sarà numero razionale, si cava la sua radice razionale, come appare dalli seguenti esempj.

A Partire.

℞ —— 2 per ℞ —— 2 ne viene 1
℞ cub. —— 2 —— ℞ cub. 2 —— 1
℞ ℞ —— 2 —— ℞ ℞ 2 —— 1
℞ rel. —— 2 —— ℞ rel. 2 —— 1

℞ —— 24 per ℞ —— 3 ne viene ℞ 8
℞ —— 10 —— ℞ —— 5 —— ℞ 4 cioè 2. per num.
℞ —— 80 —— ℞ —— 5 —— ℞ 16. cioè 4. per num.
℞ —— 23 —— ℞ —— 7 —— ℞ $3\frac{1}{7}$

A Partire.

℞ —— 12 per 2 ne viene ℞ —— 3
℞ cu. 12 —— 2 —— ℞ cu. 1
℞ ℞ 12 —— 2 —— ℞ ℞
℞ rel. 12 —— 2 —— ℞ rel.

6
2
2
4
3
8

℞

℞ — 63 per 3 ne viene ℞ 7
℞ — $4\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{1}$ — ℞ $10\frac{1}{1}$
4 per ℞ 5 ne viene ℞ $5\frac{1}{6}$
0 — ℞ — 12 — ℞ 3

In qualsivoglia spezie di radici quando il Quociente sarà razionale, tali due radici sono comunicanti, ovvero commensurabili in longhezza.

La prova del moltiplicare, e del partire le radici, si fa secondo l'ordine di tutti li moltiplicari, e li partiri de' numeri, cioè con l' atto contrario.

Del Sommare delle Radici.

PEr bene intendere questa materia del sommare delle radici, bisogna sapere, che in ogni spezie di radici ve ne sono alcune, che si chiamano fra loro comunicanti, ovvero commensurabili, ed altre nò. Per conoscer in qualsivoglia spezie di radici quali siano fra loro comunicanti, e quali nò, basta partire una per l' altra, perchè se il Quoz. sarà razionale, tali radici saranno parimente fra loro comunicanti, e se nò, saranno incomensurabile. Per esempio. La radice 5. è comunicante con la radice 80. perchè partendo 80. per 5. ne vengono 16. [numero razionale] la cui Radice è 4. per numero.

Per un' altro modo si conosce se due radici sono fra loro comunicanti, in qual modo si và diversificando di spezie in spezie. Circa le quadrate. Due radici saranno comensurabili, quando, che moltiplicate l' una con l' altra, producono numero razionale. Due radici cube saranno fra loro comunicanti, se moltiplicando il quadrato d' una con l' altra semplice, produce numero razionale, e così successivamente. Cioè, sempre per regola ferma si

moltiplica la propinqua dignità inferiore dell' una, per l' altra ſemplice.

Come ſi ſommano due Radici eguali.

VOlendo ſommare due radici eguali, baſta a raddoppiarne una di quelle, il che ſi fa moltiplicandola per la dignità di 2. ſecondo la ſpezie di tal radice, come appare in eſempio. Se le radici eguali da ſommarſi foſſero tre, ſi moltiplica una di eſſe per la dignità di 3.

A Sommare.		
R. 3	con R. 3	fa R. 12
R. cub. 3	R. cub. 3	R. cub. 24
R. R. 3	R. R. 3	R. R. 48
R. rel. 3	R. rel. 3	R. rel. 96

Come ſi ſommano le Radici comunicanti.

VOlendo ſommare due radici comunicanti ſi parte la maggiore per la minore. Dipoi cavando la dovuta radice dal Quoziente (che ſempre ſarà razionale) tal radice manifeſta quante volte la maggiore contenghi la minore. Fatto queſto, alla trovata radice [per regola ferma in ogni ſpezie di radici] s' aggiugne l' Unità, qual unità contiene la quantità della radice minore. Ultimamente riducendo queſta ſomma alla ſua dignità, e moltiplicandola con la radice minore, il Prodotto ſarà la ſomma delle propoſte due radici. Per eſempio. Volendo ſommare la radice di 5. con la radice di 80. ſi parte l' 80. per 5. e ne viene di radice 16. la cui radice per nu. è 4. Ora dico, che queſto 4. dichiara, che la radice di 80. contiene quattro volte la radice di 5. Aggiugnendo

adun-

adunque l' Unità al 4. fa 5. qual quadrato che sia, fa 25. e questa quadratura moltiplicandola subito per la radice minore 5. s' avrà di Prodotto 125. Adunque la somma di radice 5. con la radice di 80. è la radice di 125. [quantità irrazionale.]

A Sommare.

La R. di 5 con la R. di 80 fa la R. di 125
La R. — 8 con la R. — 98 fa la R. — 162
La R. cub. 2 con la R. cub. 54 fa la R. cub. 128
La R. R. 3 con la R. R. 48 fa la R. R. 243
La R. rel. 4 con la R. rel. 128 fa la R. rel. 972

Come si sommano le Radici non comunicanti, e le Radici con numero.

BIsogna essere avvertito, che il numero è sempre incommensurabile con qualsivoglia specie di radici irrazionali, o sorde. Volendo adunque sommare insieme due radici non comunicanti, ovvero radice con numero, perchè è impossibile il poterle mescolare insieme, e proferirle con un sol nome, bisogna di necessità proferirle, e rappresentarle distintamente con due nomi per mezzo di questo termine. Più. Per esempio, Volendo sommare la radice di 5. con la radice di 3. diremo, che tal somma sarà la rad. di 5. più la rad. di 3. e questo si chiama semplicemente Binomio, nell' altre specie vi si aggiugne la qualità del Binomio, come di Binomio, Cubo, Relato &c.

A som. R. — 6 con R. 4 fa R. — 6 più R. — 4
R. cu. 7 — R. cub. 5 — R. cu. 7 — R. cu. 5
R. R. 8 — R. R. 6 — R. R. 8 — R. R. 6
R. rel. 12 — R. rel. 10 — R. rel. 12 — R. rel. 10

ſegnare, come ſi maneggino queſti due termini del più, e del meno, e con ſolo Binomio di quantità razionale eſemplificare il tutto, acciò meglio s' intendino poi li veri Binomii. Per abbreviare ſcrittura, il termine di più ſi rappreſenta così, p. ed il termine di meno in queſt' altro modo, m. In oltre tutte le quantità ſolamente, che avanti di sè avranno il ſegno di meno, ſaranno meno, e quelle quantità, che avranno il ſegno di più, o non avranno ſegno alcuno ſaranno più. E queſte regole del più, e del meno biſogna averle ſtanche nella teſta. Or veniamo alla pratica.

Sommare del più, e del meno.

A Sommare più con più, la ſomma fa ſempre più.
A ſommar meno con meno, la ſomma fa ſempre meno.

A ſommare più con meno, o meno con più, ſi cava la minor quantità, ed il reſto ſarà della denominazione della maggiore, come in eſempj ſi vede.

A ſomm. 10 p. 4	A ſom. 12. men. 5	A ſom. 9. più 3
con 8 p. 3	con 15. men. 2	con 8. men. 4
Farà 18. p. 7	Farà 25. men. 7	Farà 17. men. 1
cioè 25.	cioè 18.	cioè 16.

E che ciò ſia la verità. Dicaſi 9. più 3 fa 12. & 8. men 4. reſta 4. ſommando 12. con 4. farà parimente 16. [E riſcſe con tutti.]

A ſom.

A ſom. 15. men. 6	A ſom. 16. più 5	A ſom. 13. più 0
con 13. più 3	con 14. men. 5	con 9 men. 5
Fara 28. men. 3	Fara 30. ---- 0	Farà 22. men. 5
cioè 25		cioè 17.

Sottrare del più, e del meno.

A Sottrare più minore da più maggiore reſta ſempre più.

A ſottrare più maggiore da più inferiore, s' abbatte l' inferiore, e reſta meno.

A ſottrare più da meno, ſi ſomma ſemplicemente, e reſta meno.

Circa il meno s' oſſerva l' iſteſſa cautela, cioè.

A ſottrare meno minore da meno maggiore, ſempre reſta meno.

A ſottrare meno maggiore da meno inferiore, s' abbatte l' inferiore, e reſta più.

A ſottrare meno da più, ſi ſomma ſemplicemente, e reſta più.

Eſempj del più.

A ſottr. da 20. p. 5	Da 17. p. 5	Da 18 più 2
7. p. 2	9. p. 5	12. più 6.
Reſta 13. p. 3	Reſta 8. p. 0	Reſta 6. men. 4
Prova 20. p. 5.	Prova 17. p. 5	Prova 18. più 2

Da

Da	25 men. 3	Da	26. men. 3
	7. più 5		12. più 3
Resta	18. men. 8	Resta	14. men. 6
Prova	25. men. 3	Prova	26. men. 3

Esempj del meno.

A sott. da 19. men 5	Dà 15. men. 3	Da 25. men 4
14. men 3.	10. men 3	18. men 7
Resta 5. men 2.	Resta 5. men 0	Resta 7. più 3
Prova 19. men 5	Prova 15 men 3	Prova 25. men 4
A sott. da 26. più 2	Da 18. più 4	Da 20. più 0
17. men 5	13. men 4	12. men 5
Resta 9. più 7	Resta 5 più 8	Resta 8. più 5
Prova 26. più 2	Prova 18. più 4	Prova 20. più 0

La prova si fa con l' atto contrario, cioè col sommare.

Moltiplicare del più, e del meno.

A Moltiplicare più con più, o meno con meno, fa sempre più.

A moltiplicare più con meno, e meno con più, fa sempre meno.

Questi moltiplicari si possono far per Crocetta, ò per Scacchiero, ma più lodo quest' ultimo, perchè serve molto bene non solo per li Binomii, ma per li Trinomii,

mii, e Moltinomii ancora. Bisogna ancora avvertire, che in questi Moltiplicari non si portano via le decine, ma ogni prodotto si descrive intero con il carattere di più, o di meno, secondo le Regole date di sopra. Alla pratica.

A Moltiplcare per Crocetta. Per Scacchiero.

1 più 4	15 men 3	9 men 2	9 più 4	
per 6	per 7	8 men 3	5 men 3	
Fa 48 più 24	Fa 105 men 21	Fa 72 me. 43 p. 6	men 27 men 12	
che saria 72	che saria 84	che saria 35	45 più 20	
			Fa 45 men 7 men 12	
			che saria 26	

Partire del più, e del meno.

IL partire del più, e del meno ha l'istesse cautele, che ha il moltiplicare, cioè.

A partire più per più, o meno per meno fa sempre più.

A partire più per meno, o meno per più, fa sempre meno.

TRATTATO DE' BINOMII.

PEr bene intendere il sommare, sottrare, moltiplicare, ed il partire qual si voglia specie di Binomio, bisogna aver bene a memoria il sommare, sottrare, moltiplicare, ed il partire delle radici, e parimente del più, e del meno, il che sapendo, è poi facile il maneggiare li Binomii per tutte le specie dell'Algotismo.

Non mi curo di definire in questo luogo, che cosa sia Binomio, e quante siano le di lui specie, sì perchè s'aspetta alla quantità continua, e per esser bene inte-

so,

ſo, ci vorria buon fondamento in Geometria, ſi anco; perchè appieno ſoddisfacio in un Memoriale Geometrico, che, a Dio piacendo ſarà eſpoſto al pubblico, ma quì pretendo ſolamente d' inſegnare il modo di maneggiare qual ſivoglia Binomio, o reſiduo per tutte le ſpecie dell' Algoriſmo.

Del Sommare de' Binomii, e Reſidui.

CAPITOLO I.

QUanto al Sommare, può occorrere d' avere a ſommare un binomio, o reſiduo con una quantità di un ſol nome come di numero ſolo, o di R. ſola, oppure con un' altro binomio, o reſiduo, la qual quantità binomio, o reſiduo può eſſere comunicante, in parte, o in tutto con l' altro binomio, o reſiduo (il che biſogna ſempre avvertire molto bene) e poco importa, che ſiano comunicanti, o per Croceta, o quel di ſotto con quel di ſopra. Dal che ſi cava, che ſommando un binomio, o reſiduo, con un' altro binomio, o reſiduo, reſterà alle volte ſolamente un binomio, o reſiduo, alle volte reſterà un trinomio, e quando non foſſero comunicanti in parte alcuna, ſi formeria un quadrinomio, e parimente ſommando una quantità di un ſol nome, con un binomio, o reſiduo non comunicanti, ſi formeria un trinomio, come in eſempj ſi vede.

Qui rinfreſco alla memoria, che il numero non è mai comunicante, o commenſurabile con qual ſi voglia ſpecie di radici, ma numero con numero è ſempre commenſurabile, e ſi ſommano ſemplicemente. In qual ſi voglia propoſto eſempio le radici, che vengono appreſſo di sè queſto ſegno * ſono fra loro comunicanti, però ſi ſom-

sommano, come ho insegnato a carte 277, e come ricerca la regola del più, e meno.

A som. con radice 20. p. 3 questo 4	A som. con radice 20. m. 3 questo 4
Farà radice 20. p. 7	Farà radice 20. p. 1
A som. con 10. più rad. 3 * questa radice 27 *	A som. con 10. m. radic. 3* questa radice 27*
Farà 10. p. radice 48	Farà 10. più radice 12

A sommare con radice 20 * più 3
questa radice 5 *

Farà radice 45. p. 3

A sommare con 6. p. radice 5
questa radice 7

Farà 6. p. rad. 5. p. rad. 7.

A sommare con 6 men. R 5 questa R 7	A som. con R 32. men R 5 questa R 5
Farà 6 men R. 5 p. R 7	Farà R. 32 appunto.
A sommare con 7 più R 27* questo 5 più R 3*	A somm. con 7 men R 27* questo 5 men R. 3*
Farà 12 più R 48	Farà R 12 men R 48*
A sommare con 7 più R 27* questo 5 men. R 3*	A som. con 9* più R 20* questo R 80* men 3*
Farà 12 più R 12	Farà R 180 men 6

A som.

A som con R 20 * men 3 *
questo 3 * più R 5 *

Farà R 45. appunto.

A som. cō R. 20 * men 3 *
questo 3 men R 5 *

Farà 5 appunto.

Questi tre ultimi esempj sono comunicati per crocetta.

A sommar con 6. più R 2 *
questo R 18 * più R 10

Farà 6 più R. 32 più R 10

A sommar con 6 men R 13
questo R 13 più R 7

Farà 6 più R 7

A sommar con 7 più R 3
questo 19 più R 5

Farà 7 p. R 3 p. R 19 p. R 5

Nel sommare due Residui, ovvero un Binomio con un residuo, si suol tirare una lineetta curva nel rappresentare tal somma fra l' uno, e l' altro residuo, perchè non facendo così, alle volte tal somma si potria intendere in due modi. E per maggiore intelligenza ne pongo quì sotto tre esempj.

A sommare con R. 20. men. R. 6.
questo R. 13. men. R. 2.

Farà R. 20. men. R. 6. (p. R. 13. men. R. 2.

A sommar con R. 12. più R. 5
questo R. 3. men R. 2.

Farà R. 12. p. R. 5 [p. 3. men R. 2.

A some

A ſommare con R. 24. men. R. 7.
queſto R. 12. più R. 5.

Farà R. 14. men. R. 7. [p. R. 12. più R. 5.

Del Sottrare de' Binomj, e de' Reſidui.

CAPITOLO II.

IL ſottrare de' Binomj, e de' Reſidui, è un'atto contrario al ſommare di eſſi, e può occorrere nel modo medeſimo, nè vi è altra differenza, ſe non che dove nel ſommare ſi ſommano li nomi comunicanti, nel ſottrare ſi ſottrano, avendo però ſempre riſguardo al ſottrare delle radici, e del più, e del meno. E perchè il ſottrare è la prova del ſommare, eſemplificarò alcuni di quegli eſempj, poſti nel ſommare, con l'aggiunta di quegli avviſi, che hanno qualche eſſenzialità.

A ſottrare da rad. 20. più 7
queſto 4

reſta rad. 20. più 3

A ſottrare da rad. 20. più 1
queſto 4

reſta rad. 20. men. 3

A ſottrare da rad. 45 * più 3
queſta rad. 5 *

reſta rad. 20. più 3

A ſott. da rad. 50. più R. 10
queſto 6

reſta rad. 50. più rad. 10 m. 6

A ſott. da R. 19. men. R. 3
queſta R. 2

reſta rad. 19. m. rad. 3. m. R. 2

A ſottrare da rad. 19
queſta rad. 3. p. rad. 2

reſta R. 19. m. (R. 3. più R. 2.

Quando la quantità d' un ſol nome non ſarà comunicante con alcuno de' nomi binomii, o reſidui, tal reſto biſognerà rappreſentarlo con un reſiduo trinomiale, come ſi vede ne' tre ultimi eſempj, e ſebbene nell' ultimo v' è un più, queſto ſignifica ancor lui meno. Voglio dire che da 19. s' ha da cavare 3. e di più ancora 2. che reſtariano 14. come nel penultimo eſempio appare. Sicchè l' ultimo, e penultimo eſempio ſono l' iſteſſo. (Ho eſemplificato, come foſſe quantità razionale.)

A ſott. da 12. p. rad. 48*
queſto 5. p. rad. 3*
reſta 7. p. rad. 27

A ſottrar da 12. men. rad. 48*
queſto 5. men. rad. 3*
reſta rad. 7 men. rad. 3

A ſott. da 12. p. rad. 12*
queſto 5. m. rad. 3*
reſta 7. p. rad. 3*

A ſottrar da 20. più rad. 7
queſto 8. più rad. 5
reſta 12 più rad. 7. men. rad. 5

A ſottrar da 20. men. R. 7
queſto 8. men R. 5
reſta 12. men (R. 7. più R. 5

A ſottrare da 20. men R. 7
queſto 8 più R. 5
reſta 12. men [R. 7. men R. 5

A ſottrar da R. 24 più R. 14
queſta R. 7. più 2
reſta R. 24. più R. 14. men [R. 7. più 2

A ſot-

A ſottrar da R. 24. men R. 14
queſta R. 7. più 2

reſta R. 24. men R. 14. men (R. 7. più 2

A ſottrar da 20. più R. 7
queſto 8 men R. 5

reſta 12. più R. 7. più R. 5

A ſotrrar da R. 15. più R. 6
queſta R. 10. più R. 6

reſta R. 15. più R. 10

A ſottrar da R. 24. men R. 14
queſta R 7. men R. 2

reſta R. 24. men. R. 14. men (R. 7. men 2

A ſottrar da R. 24. più R. 14
queſta R 7. men R. 2

reſta R. 24. più R. 14. men R. 7. men 2)
ovvero R. 24. più R. 14. più R. 2 men R. 7

S' oſſervi bene li ſopraſcritti eſempj, perchè alcuni reſtano di due, altri di tre, ed altri di quattro nomi, ſecondo, che li binomii, o reſidui fra loro ſono più, o meno comunicanti. Con l' iſteſſo ordine precedente ſi ſommano, e ſottrano li Binomii, con li Trinomii, Quadrinomii &c. non ſolo nelle radici quadre, ma nelle cube, quadrate di quadrate &c. avendo ſempre l' occhio al ſommare, e ſottrare delle radici comunicanti, e del più, e meno.

Del Moltiplicare de' Binomii, e Residui.

CAPITOLO III.

IL moltiplicare de' binomii, e residui, e moltinomii può occorrere in varj, e diversi modi, come in esempj quì sotto si vede. Si può procedere per via di Crocetta, o per Scacchiero. Ne' Moltinomj è meglio lo Scacchiero, ma ne' binomj, e residui di due nomi, è più sbrigata la Crocetta. Abbiasi bene l' occhio al moltiplicare delle radici con numero, e del più, e del meno. Fatta la moltiplicazione, se nel Prodotto vi fossero radici comunicanti, o numeri semplici, si sommano, o sottrano secondo, che vuole la regola, acciò il Prodotto resti di minori nomi, e perciò più intelligibile. Li numeri semplici sono sempre fra loro comunicanti. In esempio pongo solamente le radici quadre, e le cube, ma con l' istesso ordine, e regole si moltiplicano ancora le specie di radici più alte.

A moltiplicare *R.* 20. più 2
per 9

Farà *R.* 1620. più 18

A moltiplic. 10. più *R.* 5. men *R.* 3
per 4

Farà 40. più *R.* 80. men *R.* 48

A mol-

A moltiplicare 40. più *R.* 10
per *R* 5

Farà *R.* 8000. più *R.* 50

A moltiplicare *R.* 20. men. 2
per 9

Farà *R.* 1620. men 18

A moltiplicare *R.* cub. 128. più 3
per 2

Farà *R.* cub. 1024 più 6

A moltiplicare 6. più *R.* cub. 2
per *R.* cub. 3

Farà *R.* cub. 648. più *R.* cub. 6

Il modo di quadrare qual si voglia specie di binomio è l' istesso, che moltiplicare un binomio con un' altro binomio simile, e si fa così (per il modo più leggiadro) S' unisconо insieme li quadrati delli due nomi di tal binomio con il doppio della moltiplicazione d' un nome nell' altro, perchè tal somma farà la ricercata quadratura. Ma se fossero residui, il doppio del Prodotto d' un nome nell' altro si sottra dalla somma de' quadrati, ed il resto farà quello si cerca. Si può procedere ancora per via di Crocetta, o per Scacchiero. Abbiasi l'occhio al sommare due radici eguali. Quì pongo tre esempj, Eucl. l. 2. prop. 4.

A moltiplicare 5.più *R.* 3
per 5.più *R.* 3

Farà 28. più *R.* 300

A moltiplicare 10.men *R.* 5
per 10.men *R.* 5

Farà 105. men *R.* 2000

A moltiplicare *R.* cub. 4. men. *R.* cub. 2
per *R.* cub. 4. men *R.* cub. 2

Farà *R.* cub. 16. men 4.più *R.* cub. 4

Esempio di Binomio con Binomio, e di Residuo con Residuo.

A moltiplicare 5.più *R.* 2
per 4.più *R.* 3

Farà 20.più *R.* 32.più *R.* 75.più *R.* 6

A moltiplicare 5.men *R.* 2
per 4.men *R.* 3

Farà 20.men R. 32.men R. 75.più 6

A moltiplicare *R.* 24.men 3
per *R.* 6.men 2

Farà 12. men *R.* 54.men *R.* 96.più 6
cioè 18.men R. 54. men R. 96
cioè 18.men R. 299

A moltiplicare R. cub. 7.più R. cub. 3
per R. cub. 5.più R. cub. 2

Farà R.cu. 35.più R.cu.15.p.R.cu. 14.più R. cub. 6
In questo esempio vi sono R. e numeri comunicanti.

Esem-

Esempii di Binomio con Residuo, & è contra.

IL modo di moltiplicare un binomio con un residuo, o residuo con binomio è lo stesso usato di sopra ne' binomii con binomio &c. Basta aver ben l' occhio al moltiplicare del più, e del meno.

Quando s' avesse da moltiplicare un binomio con un residuo eguale, il Prodotto sarà sempre razionale, per esser ciascun nome comunicante col suo relativo nella medesima proporzione. L' istesso accade dalla moltiplicazione d' un residuo con un Binomio, qual si sia, purchè abbia la medesima qualità, Euclide lib. 10. prop. 113. & 114. Ma per conoscere se vi sia questa qualità, basta a moltiplicarla in croce, perchè, se produranno quantità eguale (ancorchè una sia più, e l' altra meno) il binomio col residuo saranno comunicanti, ed avranno la suddetta qualità.

Il più breve modo di moltiplicare questa sorte di binomii con residui è questo. Si cava il quadrato, o la moltiplicazione de' nomi minori dalla moltiplicazione de' nomi maggiori, ed il restante sarà la ricercata moltiplicazione. Come in esempio quì sotto si vede.

A moltiplicare 6. più R. 2	A moltiplicare R. 18. più 3
per 6. men R. 2	per R. 18. men 3
Farà 34	Farà 9

A moltiplicare R. 32. men. R. 10
per R 32. più R. 10

Farà 22

A moltip. 15. men R. 72	A moltip. R. 27. più R. 18
per 10. più R. 32	per R. 12. men R. 8
Farà 102	Farà 6

A moltiplicare R. 20. più R. 72
per R. 5. men. R. 3

Farà 4

Questa Regola ha luogo solamente nelle radici quadre. Ma chi volesse trovare una quantità, che moltiplicata per un detto binomio, o residuo, producesse quantità razionale in qualsivoglia specie di radici, si fa così. Si trovano tanti termini proporzionali in continua proporzionalità, secondo la proporzione del proposto binomio, o residui. Trovati che siano li dovuti termini, questi saranno quella cercata quantità, che moltiplicata per il detto binomio, o residuo, produrrà numero semplice, cioè quantità razionale. Nelle radici cube si trovano tre termini, nelle radici di radici se ne trovano quattro, nelle relate cinque, e così successivamente &c.

Quando li trovati termini s' hanno da moltiplicare per un binomio, si notano vicendevolmente col termine di più, e di meno, cominciando sempre col più, ma con residuo si notano sempre tutti col termine di più. Il modo di trovare questi termini si dirà nel seguente trattato delle proporzioni. Alla pratica.

Ricerco, che mi sia trovata una quantità, che moltiplicata per questo binomio R. cub. 6. per R. cub. 4. il Prodotto sia numero razionale. Quale sarà tal quantità?

La proporzione del proposto binomio, cioè di R. cub. 6. a R. cub. 4. è la proporzione sesquialtera. Ora, perchè il binomio è di radice cuba, si debbono trovar tre termini continui proporzionali in proporzione sesquialte-

altera, quali termini sono questi 36. 24. 16. Adunque descrivendo questi tre termini, come ho insegnato di sopra, staranno così R. cu. 36. men. R. cub. 24. più 8. cub. 26. e questa è quella quantità, che moltiplicata col proposto binomio R. cub. 6. più R. cub. 4. darà nel Prodotto numero razionale. Quì sotto pongo alcuni esempj per filosofarvi sopra.

A moltip. R. cub. 36. men R. cu. 24. più R. cu. 16
per quest. Binom. R. cu. 6. men R. p. cu. 4

fa 10 appunto

A moltip. R. cub. 36. più R. cu. 24. più R. cu. 16
per questo residuo R. cu. 6. men R. cu. 4

fa 2 appunto

A moltip. RR. 64. men RR. 48. più RR. 36. men RR. 27
per questo Binomio RR. 4. più RR. 3.

fa precisamente 1

A moltip. RR. 64. più RR. 48. più RR. 36. più RR. 27
per questo residuo RR. 4. men RR. 3

fa precisamente 8

Il modo brevissimo, e facilissimo di moltiplicare, o di trovare il prodotto di questi, e simili quesiti è questo: Per regola ferma sempre si riducono li due nomi del binomio, o residuo alla loro dignità, e perciò fare, basta lo scancellare, o immaginarsi scancellati quei caratteri R. cub. (o altri che siano) perchè le figure medesime diveranno numero razionale, e faranno la pretesa dignità. Fatto questo, se li termini da moltiplicarsi col proposto binomio, o residuo saranno pari, tanto ne' bino-

mii,

mii, quanto ne' residui, si cava semplicemente la dignità minore del binomio, o residuo della dignità maggiore di essi, ed il resto sarà la ricercata moltiplicazione, o prodotto. Ma se li termini saranno dispari per li binomii si sommano, e per li residui si sottrano le suddette dignità, e quel che ne risulta sarà il preteso Prodotto. Sicchè nel proposto quesito sommando 6. con 4. fà 10. e però si conclude, che a moltiplicare R. cub. 36. men R. cub. 24. più R. cub. 16. per questo binomio R. cub. 6. più R. cub. 4. fa precisamente 10. per numero razionale. L'istesso verria operando alla longa, ma per rispetto del più, e del meno tutte le operazioni intermedie si consumano fra loro, e fanno 0. Or vedasi l'ordine amirabile, che fra di loro hanno le varie specie de' binomii, e residui.

Esempio di Trinomio con Binomio, e Trinomio.

A moltiplicare 10. più 6. R. 6. più R. 2
per 5 più R. 3

più R. 300. più R. 18. più R. 6
50. più R. 150. più R. 90

Farà 50. più R. 300. più R. 150. più R. 128. più R. 6

La R. 50. è comunicante con la R. 18. però sommandole, fanno R. 128.

A mol-

A moltiplicare R. 10. più R. 7 men R. 5
per R. 8. più R. 3 men R. 2

men R. 20. men R. 14. più R. 10
più R. 30. più R. 21 men R. 15.
R. 80. più R. 56. men R. 40

Farà R. 80. più R. 56. men R. 40. più R. 30. più R. 21
men R. 20. men R. 15. men R. 14. più R. 10
ovvero R. 80. più R. 56. più R. 30. più R. 21. più R. 10
men [R. 40. più R. 20. più R. 15. più R. 14]

Del Partire de' Binomii, e Reſidui.

CAPITOLO IV.

IL Partire è atto contrario al Moltiplicare de' binomii, e reſidui, anzi uno è la prova dell' atto contrario, e per eſſere negozio facilisſimo nel partire per una quantità ſola, quì ſottopongo alcuni pochi eſempj di quantità razionale, ed irrazionale, corriſpondenti a quei del moltiplice.

A partire per	9	A partire per	9
R. 1620. più	18	R. 1620. men	18
ne viene R. 20. più	2	ne viene R. 20. men	2
A partire per	2	A partire per R.	5
R. cub. 1024. più	6	R. 8000. più R.	50
ne viene R. cub. 128. più	3	ne viene 40. più R.	10
A partire per	4	A partire R. cub.	3
40. più R. 80. men R.	48	R. cub. 648. più R. cub.	6
ne viene 10. più R. 5. m. R.	3	ne viene 6. più R. cub.	2

Modo

Modo di partire ogni quantità per qual si voglia spezie di Binomio, o Residuo.

PEr bene intendere questa spezialissima regola, bisogna sapere, che tanto fa a partire un numero per un' altro, quanto, che a moltiplicare detti due numeri per qual si voglia altro numero a capriccio, e poi partire un Prodotto per l' altro. Per esempio. A partire per 5. questo 30. di Quoziente ne viene 6. Ora, moltiplicati a capriccio quel 5. e quel 30. per 8. che farà 40. e 240. Dividendo poi 240. per 40. ne viene parimente 6. come prima.

Perchè adunque non si può partire un numero per qual si voglia spezie di binomio, o di residuo, se prima non si riduchino ad una medesima natura, perciò bisogna sempre trovare (per la regola insegnata di sopra) una quantità, che moltiplicata col proposto binomio, o residuo (Divisore) produchi quantità razionale. Trovata tal quantità, per essa si moltiplica il Divisore, ed il numero da partirsi. Finalmente partendo un Prodotto per l' altro, il Quoziente sarà la divisione cercata. Alla pratica.

Abbiasi da partire 10. per questo Binomio R. 15. più R. 3. Primieramente bisogna moltiplicare il 10. ed il binomio, per il suo residuo, cioè per R. 15. men. R. 3. Moltiplicandolo col binomio, s' avrà 6. per Divisore razionale, e moltiplicandolo col 10. s' avrà R. 1500. meno 30. da partirsi per 6. Fatta la divisione, di Quoziente ne verrà R. 41 $\frac{2}{3}$ meno 5. come in figura si vede.

A partire per R. 15. più 3. questo 10. ne viene R. 41 $\frac{2}{3}$ m. 5
residuo R. 15. m. 3. R. 15. m. 3.

Divisore 6. Num. da par. R. 1500. men 30.
Quoziente R. 41 $\frac{2}{3}$ meno 5

Ma

Ma riccordatevi, chè per dividere la R. 1500. bisogna quadrare il 6. cioè si deve partire per 36. ma il 30. per esser numero razionale, si parte semplicemente per 6.

Se s'avesse da partire per R. 15. meno 3. questo 10. si piglia ria il suo binomio R. 15. più 3. operando come sopra.

Quando s' avesse da partire una quantità per un Binomio, o per un residuo, li nomi de' quali fossero di specie diversa (come per esempio R. cub. 9. più R. 5.) in tal caso si riducono li nomi del binomio, o residuo ad una medesima natura [come a cart. 299. s' insegnò] e poi si opera come sopra. Voglio dire, bisogna quadrare la R. cub. 9. e lubare la R. 5. e avremo poi questo binomio R. cub. quad. 81 più R. quadra cub. 125.

Moltiplicando adunque tal quantità col binomio, si avrà 10. per Divisore, e moltiplicandola col 10. da partire s' avrà R. cu. 36000. men R. cu. 44000. più R. cu. 16000. Fatta la divisione, ne torna di Quociente R. cub. 6. men R. cu. 24. più R. cu. 16. ma ciò accade accidentalmente. Se il numero da partirsi fosse più di 10. non saria così. Con l' istesso ordine s' opera nelle altre specie di binomii, o residui, non solo quando s' avesse da partire una sola quantità razionale, ma irrazionale ancora, ovvero un binomio, trinomio, moltinomio, o residuo. Tutto il punto sta in trovare quella quantità, che moltiplicata col binomio, o residuo (che sempre supponiamo per Divisore di quantità razionale.

Quando occorresse di partire una quantità per un trinomio, e moltinomio, in tal caso si forma un rotto, ponendo la quantità da partire sopra la virgola, ed il divisore sotto di essa, come in figura si vede.

A partire 50. per 16. più R. cub. 5. più R. cub. 3. ne viene 50

16. p. R. cu. 5. p. R. cu. 3

A part. R. cu. 25. per R. cu. 15. men. R. cu. 12. p. 30. ne viene R. cu. 25

R. cu. 25. men. R. cu. 12. p. 36

Vero è, che dovendo partire per un trinomio quadro, tal divisore si può ridurre in due colpi a quantità razionale. Per esempio. A partire 10. per R. 6. più R. 3. più R. 2. primieramente *ad libitum*, si converte un più bel trinomio in meno (e sia l'ultimo) che poi dirà R. 6. più R. 3. meno R. 2. fatto questo, si moltiplica il 10. ed anco il proposto trinomio per questo R. 6. più R. 3. meno R. 2. e per divisore verrà questo binomio R. 72. più 7. e per numero da partire verrà questo trinomio R. 600. più R. 300. men. R. 200. Adesso si moltiplica il binomio R. 72. più 7. per il suo residuo R. 72. meno 7. e per divisore razionale s'avrà 25. Si moltiplica anco per detto residuo la R. 600. più R. 300. meno R. 200. e poi al solito si parte un prodotto per l'altro.

Quando li nomi del binomio, o residuo, per li quali si deve partire una data quantità, non fossero d'una medesima natura, bisogna ridurveli, come di sopra s'è detto a carte 299.

Delle Radici Universali.

CAPITOLO V.

QUì parmi luogo di proposito per discorrere delle radici universali. Le radici adunque universali sogliono accadere, quando nel fine di qualche operazione ne abbisogni rappresentare la radice di qualche quan-

uantità di due, o più nomi. Per esempio: Volendo appresentare la radice di questo trinomio 12. più R. 5. più R. 11. poichè sin' ora non si è trovato modo i cavarne realmente la radice di tali quantità, ma so- o si è trovata regola per farle capire all' intelletto uma- io, e per maneggiarle fino al fine di qualche operazio- ie per tutti gli atti dell' Algorismo. L' istesso può ac- adere nelle quantità cube, e d' altra specie &c.

Ma perchè il senso di tale operazione porta qualche mbiguità, però con binomio, e trinomio di quantità azionale chiarificarò la mente anco de' meno speculativi. Per esmpio. Abbiasi da cavare la radice quad. da que- sto trinomio R. V. (52. più R. 49. più R. 25. questo non vuol dire altro, che 8.) Attenti alla ragione. La R. di 49. è 7. la R. di 25. è 5. Ora, non voglio dire, che alla R. di 52. s' abbia da aggiugnere la R. di 49. e di 25. Si- gnori nò, ma voglio inferire, e m' intendo, che al 52. si aggiunga la R. di 49. e di 25. cioè 7. e 5. che poi avre- mo 64. per il numero da cavarsi la R. quadra, qual è 8. per radice cercata del proposto trinomio.

Di più. Abbiasi da cavare la radice da questo bino- mio 22493. più R. 49. questo vuol dire, che la radice di 49. s' ha d' aggiugnere alla radice di 22493. ma all' istes- so 22493. che poi avremo 22 500. la cui radice è pre- cisamente 150. e tale è la R. del proposto binomio. Ma perchè i veri binomii, trinomii &c. di quantità irra- zionale non hanno radice precisa, si cava la radice più prossima, con la quale s' opera, come sopra. Se vi fossero delli meno R. &c. si sottrano &c. Qui sotto pongo alcuni esempj razionali per filosofarvi sopra.

Primo esempio. La R. V. (R. 36. più R. 25. meno 2. saria precisamente 2. Ogni volta, che il primo termine dopo la R. V. sia radice di qual si voglia specie, la radice

degli

degli altri termini s' aggiugne alla radice di esso primo termine, e dalla somma si cava poi la radice. La R. di 36. è 6. quella di 25. è 5. che giunti insieme fanno 11. e meno 2. resta 9. la cui R. è 3. E notisi bene.

Secondo esempio. La R. V. (R. cub. 125. più R. cub. 64. saria precisamente 3.

Terzo esempio. La R. U. cub. (R. 400. più R. 49. è precisamente 3. perchè la R. di 400. è 20. e quella di 49. è 7. che unite insieme fanno 27. la cui radice cuba è 3.

Quarto esempio. La R. U. cub. R. 400. meno R. 49. saria R. cub. 13. poichè levata la radice 49. dalla radice di 400. resta 13. la cui radice cuba si cerca.

Quinto esempio. La R. U. cub. (R. cub. 216. più R. cu. 8. saria 2. &c.) La conclusione è questa. Dalle proposte radici si cava singolarmente il conveniente numero preciso, o più prossimo, quali uniti tutti insieme dalla somma si cava poi la radice, denominata dalla descrizione R. U. cub. o qualsifia altra specie. Or veniamo più al particolare.

Come si maneggino le Radici Universali.

VOlendo quadrare, cubare &c. qual si voglia specie di radici universali, basta levarle quel carattere R. U. perchè il resto lasciandolo come prima, sarà il quad. il cub. &c. di esse.

Volendo moltiplicare una radice universale quadra per qualche numero, o radice, si quadra l' una, e l' altra, e poi s' opera, come ne' binomii, perchè la R. U. del prodotto sarà la cercata moltiplicazione.

L' istesso ordine si tiene nel partire. Si quadra l' una, e l' altra proposta quantità, e fatta la divisione, la R. U. del Quociente sarà quello si cerca.

Questo medesimo stile si tiene volendo moltiplicare,

ovvero partire una R. U. con un'altra R. U. Se fossero R. U. cub. o d'altra specie, si moltiplica il cubo d'una, col cubo dell'altra &c. e la R. U. cub. &c. del Prodotto, o del Quociente sarà quella, che si cerca. Abbiasi l'occhio a quello, che altrove si è detto circa il partire qualsivoglia quantità per un binomio, o residuo a car. 299. Il sommare d'una R. U. con qualsivoglia quantità si fa col termine del più, ed il sottrare si fa col termine del meno. Or veniamo a qualche particolarità.

A Moltiplicare.

R. U. (12. più R. 5	La R. U. quad.	Fa 12. più R. 5
per 3	Il 3. quadrato	Fa 9
Fa R. U. [108. più R. 405.		R. U. [108. più R. 405

Quadrata che sia la radice universale, ed il numero, resta con ciò un binomio da moltiplicare per numero, cioè con 9. Vedete, che chiarezza.

A Moltiplicare.

R. U. (12. più R. 5.	La R. U. quadrata, lascia questo
per R. 3.	Binomio 12 più R. 5
Fa R. U. (36. più R. 45.	la R. 3. quadrata dà per num. 3
	R. U. (36. più R. 45

A partire.

R. U. (108. più R. 405.	R. U. quadrata 108. più R. 405
per	3. Divisore quadrato	9
ne viene R. U. (12. più R. 5	R. U (12. più R. 5

Ma qui notate, che il 108. si parte semplicemente per

9. essendo l' uno, e l' altro numero, ma la R. 405. si deve partire per 81. quadrato del 9.

A partire.

R. U. 36. più R. 45. per R. 3. | R. U. quadrato 36. più R. 45 Divisore quad. 3

ne viene R. U. (12. più R. 5. | R. U. 12. più R. 5

Mi sono servito nel partire del Prodotto de' moltiplicari, acciocchè l' operezione d' uno, servi per prova dell' altro.

Se s' avessero da moltiplicare insieme due R. U. quadrate che siano (col scancellare il carattere R. U.) restano due binomii da moltiplicarsi insieme, secondo la regola insegnata al suo luogo, cart. 295.

Quanto al partire una R. U. per un' altra radice universale, se tutte e due sono eguali, il Quoziente sarà sempre l' unità, cioè 1. ma se saranno ineguali, si parte il quadrato d' una per il quadrato dell' altra; ma perchè tali quadrati saranno binomii, bisogna ricorrere per ammaestramento a cart. 299. E tanto basti.

TRATTATO DELLE PROPORZIONI.

Che cosa sia parte Moltiplice, e Proporzione.

CAPITOLO I.

PEr partire s' intende la quantità minore della quantità maggiore, quando che la minore misuri la mag-

maggiore. Largo modo, qual si voglia quantità minore del suo tutto è detta parte, ma realmente, e propriamente parlando, quella è Parte, che misura il suo tutto, come 3. 4. 6. che misura [per esempio] il 12. per $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{6}$ Eucl. lib. 5. diff. 1. Moltiplice è la quantità maggiore, misurata dalla minore 12. è moltiplice del 6. 4. 3. cioè, il doppio, treppio, e quadruplo.

Proporzione è la convenienza di due quantità d' una medesima specie, o genere dall'una all' altra. Per l' istesso genere s' intende, che tutte e due siano due linee, o due superficie, o due corpi, o due numeri, o due suoni &c.

Convenienza è questa, che una di dette quantità necessariamente è maggiore, o minore, ovvero eguagli all' altra, e questo è proprio della quantità. Dal che si conchiude, che tre sono le Proporzioni in genere, cioè Proporzione d' egualità, Proporzione della maggiore inegualità, e Proporzione della minore inegualità, e possono essere sì razionali, come irrazionali.

Proporz. d' egual.	*Magg. inegual.*	*Min. inegual.*
Come da 1 a 1	Come da 2 a 1	come da 1 a ℞ 2
da 2 a 2	da 3 a 2	da 2 a 3
da 3 a 3	da 4 a 3 &c.	da 3 a 4 &c.
da 4 a 4	da ℞ 10 a ℞ 7	da ℞ 7 a 10
da 5 a 5	da 6 a ℞ 3	da ℞ 3 a 6
da 6 a 6	da ℞ 12 a ℞ 5	da ℞ 5 a ℞ 12
&c.	&c.	&c.

La maggiore inegualità è quando si fa comparazione dal maggior termine al minore, ma la minore inegualità è tutta al contrario, cioè quando si fa comparazione dal minor termine al maggiore, come in esempio si è veduto.

Spezie della maggiore, e minore inegualità razionale.

CInque ſono le ſpezie della maggiore, e della minore inegualità, tre ſemplici, e due compoſte, nè fra loro v' è altra differenza, ſe non che nella minore inegualità vi ſi aggiugne queſta Propoſizione *ſub*, per diſtinguerla dalla maggiore. E' ben vero, che ciaſcuna di queſte ſpezie ſi diuide in infinite particolari Proporzioni.

La prima ſpezie ſi chiama Moltiplice, perchè l' antecedente contiene più volte il conſeguente.

Se due volte, come da 2 a 1 è in proporzione doppia.
Se tre volte, come da 3 a 1 è in proporzione treppia.
Se 4 volte, come da 4 a 1 è in proporzione quadrupla.
Nella min. inegu. come da 1 a 2 *Sub doppia.*
come da 1 a 3 *Sub treppia.*
come da 1 a 4 *Sub quadrupla &c.*

La ſeconda ſpezie ſi chiama Superparticolare, ed è quando l' antecedente contiene il conſeguente un tanto, ed una parte ſola ad un tanto, come quì è notato.

Se una volta, e $\frac{1}{2}$ come da 3 a 2 ſi chiama Seſquialtera.
Se una volta, e $\frac{1}{3}$ come da 4 a 3 ſi chiama Seſquiterzia.
Se una volta, e $\frac{1}{4}$ come da 5 a 4 ſi chiama Seſquiq. &c.
Nella minore ineg. come da 2 a 3 ſi dice *Subſeſquialtera.*
da 3 a 4 ſi dice *Subſeſquiterzia.*
comd da 4 a 5 è detta *Subſeſqui-*
quarta &c.

La terza ſi chiama ſuperparziente. La prima, e minima è quando l' antecedente contiene il conſeguente una volta, e $\frac{2}{3}$.
come da 5 a 3 *Superbipartiens tertias.*
una volta $\frac{3}{4}$ come da 7 a 4 *Supertripartiens quartas.*
una volta e $\frac{4}{5}$ come da 9 a 5 *Superquadripartiens quintas.*

Nella

Nella minore ineg. come da 3 a 5 *Subsuperbipartiens* 3.
come da 4 a 7 *Subsuperbipartiens* 4.
come da 5 a 9 *Subsuperbipartiens quintas &c.*

La quarta ſpezie è compoſta della prima, e ſeconda ſemplice, e ſi chiama Moltiplice ſuperparticolare. La minima, e prima delle quali ſi chiama doppia ſeſquialtera, perchè l' antecedente contiene il conſeguente due volte, e mezzo.

Due volte, e $\frac{1}{2}$ come da 5 a 2 Doppia ſeſquialtera.
Tre volte, e $\frac{1}{3}$ come da 14 a 4 Trepia ſeſquialtera.
Quattro volte, e $\frac{1}{4}$ come da 13 a 3 Quadrupla ſeſquiter.
Nella min. inegual. come da 2 a 5 *Sub doppia ſeſquialt.*
come da 4 a 13 *Sub treppia ſeſquialtera.*
come da 3 a 13 *Sub quadrupla ſeſquiter. &c.*

La quinta ſpecie è compoſta della prima, e della terza ſemplice, e ſi chiama moltiplice ſuperparziente. La prima, e minima è detta doppia *ſuperbipartiens tertias*, ed è quando l' antecedente contiene il conſeguente.

Due volte, e $\frac{1}{3}$ come da 8 a 3. *Doppia ſuperbipartiens tertias.*
Tre volte $\frac{3}{4}$ come da 15 a 4. *Treppia ſupertripartiens quartas.*
Cinque volte, e $\frac{5}{7}$ come da 38 a 7. *Quintupla ſuperbipartiens ſeptimas.*
Nella minima inegualità, come da 3 a 9. *Sub doppia ſupertripartiens tertias.*
come da 4 a 15. *Sub treppia ſubpertripartiens quart.*
come da 38 a 7. *Sub quintupla ſupertripartiens ſeptimas.*

Ma notiſi, che le volte intere s' appoggiano, o notificano quel *Doppia, Treppia, e Quadrupla &c.* ed il rotto inſegna il modo di pronunziare l' altra parola.

Circa la minore inegualità si diria *sub* multiplice, *sub* superparticolare, *sub* superparziente &c. E così di necessità ogni quantità razionale cade sotto una di queste cinque spezie di proporzioni.

Le proporzioni si dicono simili, ovvero eguali, quando hanno una medesima denominazione. Maggiori, o minori, se maggiore, o minore denominazione avranno. La denominazione d'una porzione, è il Quoziente, che ne viene dal partire l'antecedente per il conseguente. Quella proporzione, che nella maggiore inegualità ha maggior denominazione, nella minore n'ha manco.

Della Proporzionalità, e sua spezie &c.

CAPITOLO II.

PRoporzionalità non è altro, che una similitudine di due, o più Proporzioni, che hanno l'istessa denominazione. Tre sono le spezie di Proporzionalità più nominate, ed all'uso pratico più comuni, cioè Proporzionalità Geometrica, Aritmetica, ed Armonica. La Proporzionalità Geometrica razionale si considera nella maggiore inegualità quante volte il termine antecedente contenghi il conseguente, e nella minore inegualità, che parte dell'antecedente sia il conseguente, ma nella Proporzionalità Aritmetica si considera solamente la differenza fra un termine, e l'altro: Per esempio 7 a 3 Geometricamente diremmo, che sia doppia sesquiterzia, ma Aritmeticamente si dirà, che la differenza di detti termini sia 4.

Proporzionalità Geometrica Treppia.	*Proporzionalità Aritmetica.*	*Proporzionalità Armonica.*
		6. 4. 3. *doppia.*
12 a 4	7 a 3	
3 a 1	16 a 12	2. a 1. *doppia.*
Subsesquialtera.		
2. 3. 3.	12 a 7	2. 3. 6. *Subtrippl.*
6 a 9	18 a 13	1. a 3. *Subtrippl.*

Proporzionalità Armonica è una similitudine, che ha la proporzione degli estremi con la proporzione delle due differenze, cioè la differenza del primo al secondo, e quella del secondo al terzo termine: Per trovar detti termini, si fa così; si eleggono tre termini proporzionali continui nella Progressione Aritmetica, e siano 3. 6. 9. Fatto questo, si moltiplica il primo col secondo, dopo il primo col terzo, ultimamente il secondo col terzo termine, e s' avranno poi termini in proporzionalità Armonica. Ma notate, che siccome la proporzione di 18. a 54. è subtripla, così la differenza di 18. a 27. e di 27. a 54. fra esse sono in proporzione tripla, secondo il proposto.

18. 27. 54. per li tre

9 a 27. Sub. trip.

La continua proporzionalità, o termini continui proporzionali sono quelli, che il primo termine è solamente antecedente, e l' ultimo è solamente conseguente, ma tutti gli altri intermedj servono per antecedente, e per con-

conſeguente, come per eſempio 32. 16. 8. 4. 2. che viene ad eſſere una Progreſſione Geometrica retrograda. L' iſteſſo ne' termini continui Aritmetici, come 3. 5. 7. 9. 11. 13. cioè Progreſſione Aritmetica. Queſta proporzionalità non può eſſer manco di tre termini.

Le radici delle proporzioni ſono minimi numeri, che ſi poſſono trovare in quella ſpezie di proporzione. Nella doppia ſaria 2 a 1. Nella treppia 3 a 1. Nella ſeſquialtera 3 a 2. e così diſcorrendo,

Regola per conoſcere li numeri primi, e compoſti.

IL modo di conoſcere, ſe due numeri ſiano contra sè primi, o fra loro compoſti, ſi fa per la regola dello ſchiſare a cart. 27. Ma ſe foſſero tre numeri, ſi ſchiſa il primo, ed il ſecondo. Se queſti ſono contra sè primi, cioè, che reſti l'unità, non occorre paſſar più avanti, ma ſe ſono compoſti, ſi ſchiſa il terzo numero col maſſimo numero, numerante li due primi, e ſe queſti ſaranno fra loro compoſti, il maſſimo ſchiſatore di eſſi ſarà il numero, che numera tutti e tre li propoſti numeri. Fanne la prova in queſti tre numeri 32. 24. 20. ne' quali l'8. ſchiſa li due prima. Schiſando poi l'8. col 20. ſi trova, che il 4. li numererà tutti e tre, &c.

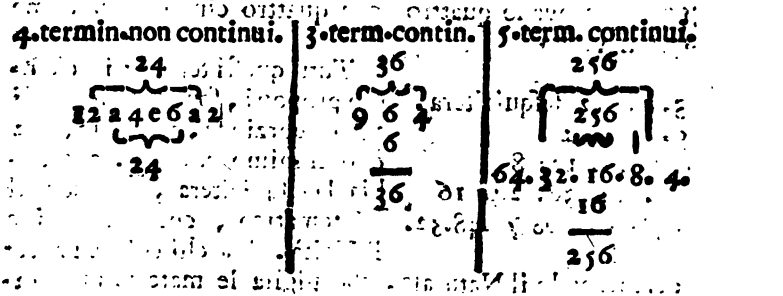
Per trovare il minimo numero numerante, ogni propoſta quantità de' numeri, ſi fa per la Regola dell' Accattate cap. 26.

Qui ſi comprova la Regola Aurea.

EUclide lib. 7. Prop. 20. dice, che ſe ſaranno quattro numeri proporzionali (ſiano, o non ſiano in continua proporzionalità) hanno queſta bella qualità, che tanto produce il primo moltiplicato col quarto, quanto fa a moltiplicare il ſecondo col terzo. E di quà ſi è cavata la regola de' Proporzionali, detta del Tre, e per

eccellenza regola Aurea. E che ſia il vero, moltiplichiſi il terzo col ſecondo, ed il Prodotto dividaſi per il primo, che ne verrà il quarto termine.

In oltre, prop. 21. dice, che ſe ſaranno tre termini in continua Proporzionalità, il Prodotto degli eſtremi ſarà eguale al quadrato del numero di mezzo. L'iſteſſo con quanti termini ſi vogliono, come nel principio delle Progreſſioni Geometriche ſi diſſe carta 232. e mostrano gli eſempj quì ſottoſcritti.



Per trovare li minimi numeri, ch'abbia la proporzione di due propoſti numeri, biſogna ſchifarli. Se ſono contra sè primi, li minimi ſaranno quei medeſimi numeri, ma ſe ſaranno compoſti, il maſſimo ſchifatore darà li cercati numeri. Per eſempio 25. a 9. reſta 25. a 9. per non poterſi ſchifare, ma 77. a 55. reſterà 7. a 5. è l'11. è il maſſimo ſchifatore, che li numera tutti e due.

Modo di trovare quanti termini proporzionali ſi vogliono.

Sia una data proporzione la minima ſeſquialtera 3 a 2. Volendo trovare quanti termini ſi vogliano in continua proporzionalità ſeſquialtera, ſi fa così. Per averne tre termini, ſi moltiplica l'antecedente della propoſta

pro-

porzione, o quantità in sè stessa (che nel caso no-
è 3.) Dipoi si moltiplicano insieme l' antecedente
conseguente, ed ultimamente si moltiplica in sè stes-
conseguente (cioè il 2.) e s'avrà 9. 6. 4. per li cer-
termini. Per averne quattro termini, si moltiplica
tecedente 3. con tutti e tre li termini trovati, si molti-
a di nuovo il conseguente con l'ultimo de' tre termi-
E così con quest'ordine se ne trovano cinque, sei &c.
hè con li due proposti termini se ne trovano tre, con
è ne trovano quattro, con quattro cinque &c. come
si vede.

a	2	sesquialtera		
6.	4			
18.	12.	8		
54.	36.	24	16	
162.	108.	72.	48.	32.

Tutti questi termini in esem-
più proposti, sono li minimi di
tal proporzione, perchè il 3. a 2.
è il minimo numero, che ab-
bia la sesquialtera, secondo il
Matematico, che non divide
l' Unità. Ma chi volesse proce-
secondo il Naturale, che piglia le materie numera-
er numero, l'Unità delle quali sono certi tutti divi-
li in infinito, sudigia per la regola Aurea: Se 9. dà 6.
darà 6. Darà 4. E poi se 9. dà 6. che darà 4? Da-
4. Se più avanti si volesse procedere si diria: Se 9.
6. che darà &c. Ma in fatti secondo il Matemati-
li rotti sono riputati irrazionali fra numeri semplici,
ne le radici sonde nelle quantità continue. Ma qui
ate di grazia, che l' ultimo de' tre termini continui
porzionali minimi in ogni spezie di Proporzione è
nero quadrato. L' ultimo di quattro termini è cubo.
ultimo di cinque è quadrato di quadrato. L' ultimo di
è primo relato &c.

Come

Come ſi maneggino le Proporzioni per tutti gli Atti dell' Algoriſmo.

CAPITOLO III.

A Sommare.

SE le proporzioni, che s' hanno da ſommare faranno due, o quante ſi vogliono, ſi mettono una ſotto all' altra, e poi ſi moltiplicano inſieme tutti gli antecedenti, tutti li conſeguenti, e quel che ne proviene ſarà la ſomma di tutte quelle Proporzioni. A ſommare una Proporzione della minore inegualità con la ſua converſa della minore inegualità, ſempre da tal ſomma ne proviene l' egualità. Ecco gl' eſempj.

A Sommare una

Seſquialtera	3 a 2	Subdupla	1 a 2	Dupla	2. a 1
Seſquitertia	4 a 3	Tripla	3 a 1	Subdupla	1. a 2
Fa 1 dupla	12 a 6	Fa 1 ſeſqui	3 a 2	Fa egual.	2. a 2

Come ſi ſottrahono le Proporzioni.

SI collocano le Proporzioni una ſotto l' altra, e poi ſi moltiplicano in Croce, come ſi fa per far prova qual rotto ſia maggiore cart. 25. La prova è buona, ſe bene altera il numero, poichè mantiene la medeſima ſpezie di Proporzione.

A ſot-

A ſottrare da una tripla	3	a 1	A ſottrare da	3	a 2
queſta duppla	2	a 1		3	a 2
Reſta una ſeſquialtera	3	a 2	Reſta	6	a 6
Prova Tripla	6	a 2	Prova	28	a 12

Come ſi moltiplicano le Proporzioni.

VOlendo dupplicare una data Proporzione, baſta a' quadrare l'uno, e l'altro termine di eſſa, perchè la Proporzione de' due quadrati ſarà doppia a quella Proporzione lineale. Volendola triplicare ſi cuba. Volendola quadruplicare, ſi riduce l'uno, e l'altro termine a quadrato di quadrato &c. come in figura ſi vede.

Semipia	3	a 2
Doppia	9	a 4
Treppia	27	a 8
Quadru.	81	a 16 &c.

Come ſi partino le Proporzioni.

IL partire delle Proporzioni, per eſſere un' atto contrario al moltiplicare dieſſe, e opera parimente tutto al contrario. E però volendo partire qualſivoglia Proporzione, biſogna ſempre ridurla prima alli ſuoi minimi numeri, e poi ſe ſi vuole, dividerla in due parti ſi cava la radice dall' uno, e l'altro termine, perchè la Proporzione delle due radici ſarà la metà della data proporzione. Chi voleſſe dividerla in tre parti, cioè cavarne la terza parte, ſi cava la radice cuba. E ſe la quarta parte, ſi cava la R. di R. &c. così procedendo. Per eſſere materia chiariſſima, ſparagno gl'eſempj.

Per un' altro verſo ſi può intendere il partire delle pro-

proporzioni, cioè partire una proporzione maggiore per un' altra proporzione minore, ma questo non è propriamente partire, ma un voler sapere quante volte la maggiore contenghi la minore, o quante volte la minore misuri la maggiore. E se bene da' pratici non si fa differenza fra questi due modi di partire sì ne' numeri sani, come nelli rotti, tuttavia nelle proporzioni bisogna avvertirli. Volendo adunque sapere quante volte una proporzione minore misuri, ovvero entri nella maggiore, per la regola del sottrare le Proporzioni, si cava la minore dalla maggiore, e dal restante sempre si torna a cavare, sin tanto, o che resti l'egualità, o che si faccia passaggio dalla maggiore alla minore inegualità [& è contra] perchè quante sottrazioni si faranno sino al suddetto accidente, tante volte la minore misura la maggiore. Se le proporzioni saranno d' una medesima denominazione al primo colpo resta l'Egualità. Di più si conosce, che proporzione abbia una proporzione con l'altra. Quì metto alcuni esempj da filosofarvi sopra.

3		a	2	15		a	10
3		a	2	3		a	2
Resta	6	a	6	Resta	30	a	30
egualità.				egualità.			

In questi due esempj la proporzione 3. a 2. misura una sol volta la proporzione del primo esempio 3. a 2. del secondo 15. a 10.

	36	a	16	In questo esempio la
	3	a	2	Proporzione 3. a 2. mi-
Primo resto	78	a	48	sura giusto 2. volte la
	3	a	2	36. a 16. Sicchè questa
Secondo resto	144	a	144	sarà dupla alla 3. a 2.
	egualità			e la 3. a 2. sarà subdu-
	256	a	2	pla alla 36. a 16.
	4	a	1	In questo esempio non
Primo resto	256	a	8	occorre passar più avan-
	4	a	1	ti, perchè si faria pas-
Secondo resto	256	a	32	saggio alla minore ine-
	4	a	1	gualità.
Terzo resto	256	a	128	Adunque la Propor-

zione 4. a 1. misura la Proporzione 256. a 2. tre volte, ed avanza 256. a 128. che saria una dupla come 2. a 1. trovata per la Regola dello Schifare le Proporzioni, affine di ridurle a minimi numeri.

Volendo moltiplicare una Proporzione per un rotto, s'opera, come si fa a moltiplicare sani con rotti, avendo però sempre l'occhio al Moltiplicare, ed al partire delle Proporzioni. Per esempio. A moltiplicare questa Proporzione 5. a 4. per $\frac{2}{3}$ s' ingrandisse due volte la 5. a 4. [che così ricerca il 2. Numeratore del rotto, e ne verrà 25. a 16.] Questo prodotto si parte per 3. [Denominatore] ma perchè 25. a 16. non si può ridurre a numeri più minimi, ne siegue, che la R. cub. 25. a R. cub. 16. sarà terza parte di 25. a 17. Però si conclude, che a moltiplicare 5. a 4. per $\frac{2}{3}$ ne viene R. cub. 25. a R. cub. 16. che saria *super noviparviens sexta decimas*, cioè l'antecedente contiene il conseguente una volta, e $\frac{9}{16}$.

Volendo parimente partire una Proporzione per un rot-

rotto s' opera, come s' è operato nel moltiplicare, ma tutto all' opposto, per essere atto contrario, cioè si moltiplica il Denominatore del rotto con la Proporzione, ed il prodotto si parte per il Numeratore, avendo l' occhio al Moltiplicare, ed al Partire delle Proporzioni, e quello, che viene sarà quello, che si cerca. A Partire 2. a 1. per $\frac{3}{4}$ ne viene R. cub. 16. a R. cub. 1. Se col rotto vi fossero sani, si fa il sano in rotto, al solito, e poi si opera come sopra. La prova si fa al solito coll' atto contrario &c.

Bellissime osservazioni pertinenti alle Proporzioni.

CAPITOLO IV.

AVendo notata la prima, ed ultima di tre quantità continue proporzionali, per avere la seconda quantità, o termine si moltiplica la prima con l' ultima, e la radice di tal Prodotto sarà la cercata quantità. Per esempio sia 9. e 4. il primo, ed il terzo termine, moltiplicati insieme, fanno 36. la cui radice è 6. e questo sarà il secondo termine, e staranno così 9. 6. 4.

2 Se fossero quattro quantità, per avere notizia della seconda, si moltiplica il quadrato della prima con la quarta semplice, e la radice cuba del prodotto sarà il secondo termine.

3 Se fossero cinque, si moltiplica il cubo della prima, con la quarta semplice, e la R. R. del Prodotto sarà la seconda quantità, o termine. Per esempio. Sia il primo termine 32. ed il quinto 2. Operando come ho detto, il secondo sarà 16. Sicchè abbiamo 32. 16. 8. 4. 2. &c.

Per

4 Per avere il terzo, ed il quarto termine si potria operare in varj modi, il più sbrigato è trovarli per la regola Aurea, dicendo. Se 32. mi dà 16. quanto mi darà 16? Darà 8. per il termine. Di poi. Se 32. mi dà 16. Quanto mi darà 8? Darà 4. per il quarto termine, e staranno così 32. 16. 8. 4. 2. E così con quest' ordine si procede per trovare il secondo, quando li termini fossero sei, sette, o quanti si vogliono, cioè si altera sempre un grado la dignità nel moltiplicare il primo con l' ultimo termine, per cavarne poi la radice dal prodotto.

Questa operazione serve per partire ancora le proporzioni, non vi occorre altro, che supporre li due termini della proporzione per il primo, e per l' ultimo termine dell' operazione, e poi operare, come ho insegnato, perchè la proporzione del primo al secondo termine, o numero trovato, sempre sarà la divisione cercata. Per esempio. Abbiasi da partire 4. (cioè da cavarne la quarta parte) da questa proporzione 32. a 2. Suppongo il 32. e il 2. per il primo, ed ultimo di cinque termini continui proporzionali, dipoi operando secondo la regola, trovo il secondo termine, che sarà 16. così concludo, che la proporzione di 32. a 16. è la quarta parte della proporzione di 32. a 2. che saria una dupla, come da 2. a 1. (ne' minimi numeri.) E questo serva per filosofare all' intelletto, che in fatti l' altro modo di partire le Proporzioni è più breve, e da praticarsi. Verò, che questo mirabilmente serve per risolvere certi quesiti, che per altro saria quasi impossibile il rispondere perfettamente, come qui sotto di passaggio si tocca.

Quesito Primo.

Uno prende Scudi 100. In capo di tre Anni porta al Padrone Scudi 108. tra frutto, e capitale. Dimando. Quanto paga per cento all' Anno quel tale, facendo a capo d' Anno?

nl

In questo quesito vi concorrono quattro termini continui proporzionali. Il primo termine consiste in quei Scud. 100. di capitale, ed il quarto ne' scud. 108. che in capo di 3. Anni portò al Padrone, gli altri due termini sono occulti, e consistono nel capitale, e frutto, che in capo del primo, e del secondo Anno deve dare al Padrone; ma perchè dalla cognizione del secondo termine dipende la risoluzione del quesito, però per trovarlo s' opera come sopra (numero 2.) così. Si quadra il primo termine 100. quale fa 10. 000. Questo quadrato si moltiplica per il quarto termine 108. e di proposito avremo 1. 080. 000. Ora dico, che la radice cub. di questo 1. 080. 000. è il secondo termine, qual contiene li scudi, che fra capitale, e frutto dovria rendere al Padrone in capo del primo Anno. Ma se così è, adunque scudi R. cub. 1. 080. 000. m. 100. sarà il quanto paga per cento all' Anno a far capo d' Anno. Per farne la prova, si trova il terzo termine dicendo. Se scudi 100. tornano fra capitale, e frutto Scudi R. cub. 1. 080. 000. quanto mi torneranno pur Scudi R. cub. 1. 080. 000? Operando torneranno scudi R. cub. 1. 166. 400. e tanto saranno tornati in capo al second' Anno li scudi 100. fra capitale, e frutto. Per sapere quanto saranno tornati in capo al terzo anno, si trova il quarto termine dicendo. Se 100. tra frutto, e capitale dà scudi R. cub. 1. 080. 000. che mi daranno scudi R. cub. 1. 166. 400? Operando daranno scudi R. cub. 1. 259. 712. e tanti saranno tornati li scudi 100. in capo al terzo Anno tra capitale, e frutto, ma perchè la R. cub. 1. 259. 712. è razionale, e la sua radice per numero è precisamente 108. però il quesito fu ben risoluto, e la prova è ottima. Cubate 108. e ne verà R. cub. 1. 259. 712.

Uno deve avere da un' altro Scudi 64. da quì a 3. Anni. Per certo interesse si contenta di pigliarne al presente solamente 27. per intero pagamento. Dimando. A quanto per 100. furono scontati a far a capo d' Anno?

Questo quesito contiene pur lui ancora quattro termini continui proporzionali, cioè 64 -- o -- o -- 27. Dì necessità bisogna avere notizia del secondo, o terzo termine, [e l'uno, e l'altro, e di proposito.] Per maneggiare meno figure, trovo il terzo, operando all' opposto di quello s' opera per avere il secondo, cioè moltiplico per 64. il quadrato di 27. e mi viene di prodotto 46. 656. la cui radice cuba per numero è precisamente 36. da collocarsi per terzo termine, e staranno così 64 -- o -- 36 -- 27. Ora se si trattasse di meritare, scudi 27. in capo al primo Anno fra frutto, e capitale dovriano scudi 36. cioè scudi 9. di frutto. Per saper quanto guadagneriano per 100. si dice. Se 27. guadagna 9. che guadagnerà 100? Guadagnerà $33\frac{1}{3}$ a far a capo d' Anno, ma scontando daranno parimente scudi $33\frac{1}{3}$ all' Anno a far a capo d' Anno. Adunque li scudi 64. furono scontati a ragione di scudi $33\frac{1}{3}$ &c.

TRATTATO DI VARIE COSE.

CAPITOLO I.

LA Proporzione, e Proporzionalità Aritmetica ha molte proporzioni con la Geometrica. L' Aritmetica però non procede in infinito, se non nella maggiore, e minore inegualità, battendo il negozio di tali proporzioni nella semplice differenza da un termine all' altro, qual può variare in infinito.

Avendo notato il primo, ed il terzo di tre numeri, continui

tinui proporzionali Aritmetici, per avere il secondo si somma il primo col terzo, e la metà di tal somma sarà il secondo termine. Se fossero quattro, per avere il secondo termine si somma l' ultimo col doppio del primo, ed il terzo di tal somma sarà il secondo termine. Se fossero cinque si somma l' ultimo col triplicato del primo, ed il quarto di tal somma sarà il secondo termine. E così con quest' ordine graduatamente &c. Da questo si cava, che il sommare nelle Progressioni Aritmetiche corrisponde al moltiplicare nelle Geometriche, ed il sottrarre corrisponde al partire. Il pigliare la metà corrisponde al cavare la radice quadra, ed il doppiare al quadrare. Il partire per tre corrisponde al cavare la radice cuba, ed il triplicare corrisponde al cubare. Il partire per 4. corrisponde al cavare la R. R. ed il quadruplicare corrisponde al cavare la R. R. Se ne farai comparazione con le Geometriche a pagina 292. cap. 4. conoscerai la verità.

2 Sommando insieme due quantità in che proporzione Geometrica si voglia, e partendo tal somma per ciascuna di loro, li due Quozienti avranno l' istessa proporzione delle due prime quantità, ed in oltre hanno questa notabile qualità, che tanto fanno a sommarli insieme, quanto che a moltiplicare l' uno con l' altro. Per esempio, Siano questi due numeri in proporzione sesquialtera 6. a 4. Sommati insieme fanno 10. Dividendo questo 10. per 4. ne viene 2 $\frac{1}{2}$ e dividendolo per 6. ne viene 1 $\frac{2}{3}$. Ora dico, che la proporzione di 2 $\frac{1}{2}$ a 1 $\frac{2}{3}$ è pur sesquialtera. Di più sommando, ovvero moltiplicando insieme questi due Quocienti, per l' uno, e per l' altro atto farano 4 $\frac{1}{6}$. In oltre dividendo 4 $\frac{1}{6}$ per 2 $\frac{1}{2}$ ne viene 1 $\frac{2}{5}$ e partendolo 1 $\frac{2}{3}$ ne viene 2 $\frac{6}{5}$.

3 Moltiplicando insieme tre termini Geometrici con-

tinui proporzionali, l' ultimo Prodotto sarà eguale al cubo del secondo. Per contrario dividendo il quadrato del secondo. Per ciascuno de' tre termini, il Quoziente sarà eguale ad essi termini. Per esempio 2. 6. 18. Moltiplicando insieme questi tre termini, il secondo Prodotto è 216. e 216. appunto fa il cubo del secondo termine. Di più dividendo il quadrato di questo 6. per ciascun termine di Quoziente ne verrà pure 2. 6. 18. &c.

4 Siano questi tre termini continui proporzionali 18. 12. 8. ed anco questi due nella medesima proporzione sesquialtera 6. a 4. Ora dico, che tanto produce moltiplicando la somma de' due primi termini [cioè di 18. e 12.] per il 2. [secondo termine della seconda proporzione] quanto che a moltiplicare la somma delli due ultimi termini [cioè 12. ed 8. per il 6. primo termine della seconda proporzione. Così con qual si voglia altro numero, purchè li tre siano della medesima proporzione delli due termini.

5 Il quadrato della somma di quante quantità, o numeri si vogliano (siano, o non siano proporzionali) è sempre eguale alla somma delle moltiplicazioni fatte da ciascuno in sè stesso, e con tutti gli altri. Servi d' esempio 3. 4. 6. 5. Quadrando il 3. fa 9. e moltiplicandolo col 4. 6. 5. fa 12. 18. 15. come nella prima colonna si vede. Così s' opera col 4. 6. e 5. Unendoli poi tutti insieme, l' ultima somma sarà 324. come si propose. Eucl. lib.

3.	4.	6.	5.
Somma 18.			
Quad. 324.			
3.	4.	6.	5.
9	16	36	25
12	24	30	15
18	20	18	20
15	12	24	30
54	72	108	90

Tutti insieme 324.

lib. 2. prop. 1. e 2. Altre cose si potriano proporre, che per non pregiudicare al termine di ristretto si tralasciano.

Origine de' Numeri Quadrati.

CAPITOLO II.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.31. &c.

TUtti li numeri dispari, ordinati in Progressione Aritmetica, come di sopra si vede, è l' origine, e vera madre di tutti li numeri quadrati. Se dall' unità si sommaranno quanti termini si vogliono, la somma sarà sempre numero quadrato.

Volendo sapere quanti numeri dispari concorrino alla formazione di qualsivoglia quadrato, cavasi la sua radice, che quella darà il numero cercato. Per esempio, la radice di 49. è 7. Adunque sette numeri dispari [cominciando dall' Unità] concorrono alla formazione del quadrato 49. Volendo sapere la quantità dell' ultimo termine disparo concorrente, basta raddoppiare la radice, e dal doppiato (per regola ferma) cavarne l' Unità, perchè il restante sarà il numero cercato. Per esempio. Raddoppiasi la radice 7. fa 14. cavasi l' Unità, resterà 13. e 13. fu l' ultimo numero concorrente al quadrato 49. Se la radice non fosse discreta, saria segno, che tal numero non è composto di numeri dispari, ordinatamente disposti dall' Unità.

Trovami due numeri quadrati, che giunti insieme facciano numero quadrato. Simili quesiti si risolvono per l' evidenze dette di sopra. Trovasi un numero quadrato, (e sia 25) tutti gli altri termini inferiori sommati insieme

faranno ancor loro numero quadrato, cioè 144. a questo giongasi il 25. farà 169. per numero quadrato.

Domando. Quanti numeri dispari concorrono alla formazione di 8100? Cava la radice dal proposto numero, che troverai essere 90. e così presto risponderai, che 90. sono li numeri dispari, concorrenti all' esser di 8100. Ma quando il numero proposto non fosse quadrato, saria segno, che tal numero non è composto di numeri dispari, comincianti dall' Unità, e però bisogna lavorare a capriccio &c.

Proposto un numero quadrato con l' ajuto di questa proporzione 16. a 9. ovvero 9. a 16. si possono trovare altri numeri quadrati, che giunti con questo farà pur numero quadrato. Per esempio. Trovami un numero quadrato, che gionto con 100. faccia numero quadrato. Io dico. Se 16. mi dà 9. che mi darà 100? Darà $56\frac{1}{4}$ pur numero quadrato, qual giunto con 100. farà $156\frac{1}{4}$ pur numero quadrato. Se voi il terzo dirai. Se 16. mi dà 9. che mi darà $156\frac{1}{4}$? Darà $87\frac{57}{64}$ numero quadrato, e così in infinito. Si poteva anco dire. Se 9. mi dà 16. che mi darà 100? &c. Da questa Regola si cava il modo di trovare quanti numeri si vogliono, che li loro quadrati gionti insieme facciano numero quadrato. Le radici de' sopra trovati quadrati sariano li cercati numeri, quali gionti al proposto numero dariano numero quadrato.

De' Numeri Congrui, e Congruenti.

CAPITOLO III.

NUmero congruo non è altro, che un numero quadrato, al quale giunto, o levato un' istesso numero, per l' uno, e per l' altro verso lascia sempre, o produce

ce pur numero quadrato, è quel numero così condizionato, che s' aggiugne, o si leva, è chiamato numero congruente del suo quadrato congruo.

Li numeri congrui, e congruenti si creano ordinatamente con questo bell' ordine. Il primo viene formato da 1. e da 2. Il secondo da 2. e da 3. Il terzo da 3. e da 4. E così in infinito. Alla pratica.

Quanto alli numeri congrui, in due colpi si trovano così. Abbiasi da trovare (per esempio) il secondo numero congruo, che ha per fondamento 2. e 3. S' unischino insieme li quadrati di questi due numeri 2. e 3. la cui somma è 13. Di nuovo quadrando questo 13. il 169. (suo quadrato) sarà il secondo numero congruo. Così con quest' ordine si trovano tutti.

Per trovar il suo numero congruente, cioè, che giunto, o levato dal 169. faccia numero quadrato, si fa così. S' uniscono insieme li due numeri fondamentali 2. e 3. e tal somma subito si raddoppia, che nel caso nostro fa 10. Di poi moltiplicando di nuovo il 2. col 3. per il Prodotto 6. si moltiplica il 10. e fa 60. Ultimamente raddoppiando questo 60. fa 120. e questo è il cercato secondo numero congruente del quadrato congruo 169. Se a 169. aggiugni 120. fa 289. numero quadrato [la cui radice è 17.] e se li leverai, resta 49. per numero quadrato (la cui radice è 7.)

Trovami un numero quadrato, al qual giunto, o levato 6. faccia sempre numero quadrato. Bisogna trovare un numero congruente, che partito per il proposto numero d' aggiugnersi, produchi numero quadrato, che nel caso nostro è il 24. (primo numero congruente, il quale partito per 6. ne viene 4. Per questo 4. si parte il 25. primo congruo del 24. congruente) ed il Quoziente 6 $\frac{1}{4}$ sarà quel numero, al quale giunto, o levato 6. produrrà per

ogni verſo numero quadrato, ma quando non ſi trovaſſe numero congruente di propoſito, biſognerà riſolvere il queſito per altra via.

Li numeri quadrati ordinatamente quì ſotto ſituati, hanno queſta bella condizione, che ogni numero quadrato maggiore avanza il ſuo immediatamente minore la ſomma delle radici d'ambedue, la qual ſomma è ſempre numero diſparo. Queſta evidenza ſerve per li ſeguenti, e ſimili queſiti.

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. 144. &c.

Trovami un numero, al quale giuntovi 8. e ſottrattone 7. faccia per ogni verſo numero quadrato? Si fa così. Unendo inſieme 8. con 7. fa 15. (differenza delle radici, de' ricercati quadrati) e però baſta quadrare l'8. ed il 7. e s' avranno 64. e 49. levato 8. da 64. reſta 56. ed al 49. giuntovi 7. fa pure 56. Adunque 56. è quel numero, che giuntovi 8. e levatone 7. dà numero quadrato. Così con caſi ſimili.

Se aveſſi detto, che giunto, e levato 8. faceſſero numero quadrato, ſi quadreria la metà d' 8. e ſaria 16. al quale per regola ferma aggiugnendovi l' unità fa 17. e queſto è il cercato numero. Leva, ed aggiugni l' 8. che farà 25. e 9. numeri quadrati. Così quando il numero d' aggiugnerſi, e da levarſi ſono parî, ed eguali, ed anco ſe foſſero diſpari, ma eguali, come 7. e 7. &c.

S' aveſſe detto, che giontovi 7. e levatone 4. faceſſe numero quadrato, s' uniſcono inſieme queſti due numeri, e fanno 11. (differenza de' due cercati quadrati) le cui radici fariano la diviſione di 11. in due parti, ſenza rompere l' Unità, cioè 6. e 5. Quadrinſi queſti due numeri, e s' avranno 36. e 25. dal 36. caviſi 7. reſterà 29.

ed

ed al 25. giungasi 4. farà pure 29. Adunque 29. è quel numero, che giuntovi 7. e levatone 4. fa sempre numero quadrato.

Qui pongo alcuni numeri congrui, e congruenti.

Numeri Congrui		Congruenti.
25	suoi	24
100		96
		120
		216
		240
		384
		336. e 600
		480
		840
		864 &c.

De' Numeri Perfetti.

CAPITOLO IV.

NUmero perfetto (come altrove s' è detto) è quello, che s' eguaglia a tutte le sue parti, che lo numerano. Per trovare questi numeri perfetti, si fa così. Si mettono in ordinanza quanti numeri si vogliono secondo l' ordine della progressione Geometrica doppia. Dipoi cominciando dall' Unità, si sommano ad uno ad uno, e tutte quelle somme, che producono numero primo, queste si moltiplicano per l' ultimo numero, che concorse a tal somma, ed il Prodotto sarà numero perfetto. Per esempio. Sommando 1. con 2. fa 3, il quale 3. per essere numero primo,

si

		Somma.	Numeri perfetti.
1			
2	primo	3	6
4	primo	7	28
8	com.	15	——
16	primo	31	496
32	com.	63	——
64	primo	127	8128
128	comp.	255.	——

si moltiplica per 2. [ultimo della somma] e ne viene 6. E questo è il primo numero perfetto. Parimente sommando 1. 2. 4. fa 7. pur numero primo. Si moltiplica il 7. col 4. (ultimo della somma) e ne viene 28. per il secondo numero perfetto. E' ben vero, che per l' avvenire hanno questo bell' ordine, che uno, e l' altro sì, sarà numero perfetto, e l' altro sarà numero composto, come in margine in parte si vede.

Terzo numero perfetto 496

248	la	$\frac{1}{2}$
124	il	$\frac{1}{4}$
62	il	$\frac{1}{8}$
31	il	$\frac{1}{16}$
16	il	$\frac{1}{32}$
8	il	$\frac{1}{64}$
4	il	$\frac{1}{128}$
2	il	$\frac{1}{256}$
1	il	$\frac{1}{512}$
496		

Per trovar tutte le parti d'un numero perfetto, basta partirlo per mezzo, e la metà si và partendo per mezzo, sino che s' arrivi a numero disparo. Giunto a numero disparo, si parte il numero perfetto per quel numero disparo [il Quociente del quale è sempre numero paro] e di nuovo si torna a partire per mezzo, finchè s' arrivi all' Unità. Finalmente sommando insieme tutte quelle parti, la somma sarà eguale al suo numero perfetto, come in esempio si vede.

Li numeri perfetti hanno questa rara qualità, che uno termina col 6. e l' altro con l' 8. Di più partendo qualsivoglia numero perfetto per 9. sempre resta l' Unità, eccetto il primo, che non arriva a 9.

TRAT-

TRATTATO D' ALGEBRA.

CAPITOLO I.

FRa le dilettevoli ſcienze, e certiſſime dimoſtrazioni Matematiche l' Algebra, ovvero l' Almucabala (così chiamata dagli Arabi) per certo è parte oltremodo ſpeculativa di eſſe, e quaſi diſſi d' infinita invenzione, laonde dagli Antichi meritamente fu chiamata ſcienza maggiore del numero, e arte perfetta del calcolare, Madre, e Regina delle Regole, poichè per la Regola d' Algebra ſi riſolvono infiniti queſiti sì in Geometria, come in Aritmetica, che per niſſuna delle precedenti Regole ſi potriano riſolvere. Queſta ſcienza fu trovata da Maometto Figliuolo di Mosè Arabo.

Per voler bene, e preſto apprendere queſta ſcienza Algebratica, è neceſſario avere cognizione delle dignità del numero. Sapere eſtraere, e maneggiare le radici. Avere bene a memoria le Regole del più, e del meno, ed inoltre biſogna ſapere maneggiare li Binomj, altrimente non occorre mettere le mani in paſta. Tutto ciò s' ha a ſufficienza, e compendioſamente ne' precedenti Trattati.

Ma prima di venire all' eſplicazione delle parti particolari dell' Algebra, biſogna inſegnare a maneggiare le dignità del numero per tutti gli atti dell' Algoriſmo. Quanto al rappreſentare le dette dignità, ſi tiene l'ordine poſto a cart. 245. nè vi è altra differenza, ſe non che in Algebra in luogo dell' unità s' uſa il numero, e in luogo della

della radicē, si serve di questo terminē, *Cose*, come per maggior chiarezza quì sotto le descrivo.

Dignità Algebratiche.

Progressione naturale Arit.

0 numero.	10 Quad.pr. rel.	20 Q.Q. pr. rel.
1 cosa ovvero ℞	11 Terzo rel.	21 Cub. sec. rel.
2 Quadrato.	12 Cu. Qu. Qu.	22 Q.terzo rel.
3 Cubo.	13 Quarto rel.	23 Settimo rel.
4 Quad. quad.	14 Quad.sec.rel.	24 Cub.Q.Q.Q
5 Prim. Rel.	15 Cub. pr. rel.	25 Ottavo rel.
6 Quad. cub.	16 Qu.Q.Q.Q.	26 Qu.quart.rel.
7 Secondo Rel.	17 Quinto rel.	27 Cu. Cu. Cu.
8 Qu. Qu. Qu.	18 Qu. Cu. Cu.	28 Q.Q. sec.rel.
9 Cub. cub.	19 Sesto Relato.	29 Nono relato.

Il numero in Algebra s' intende, e semplicemente si piglia per numero, cioè senza dignità alcuna in quella guisa appunto, che l' Unità fra numeri non è numero. Questo numero alle volte si rappresenta accompagnato con questo segno nu. ed alle volte senza. Per esempio. Volendo rappresentare il numero sei, si rappresenterà alle volte in questo modo 6. nu. ed alle volte semplicemente così 6.

La cosa in Algebra si piglia per il lato d' un quadrato, cioè per la ℞. di quel tal quadrato. Sicchè radice, e cosa è una medesima quantità razionale, ovvero irrazionale, come accade per sorte. Il Quadrato si piglia per il quadrato della cosa. Il cubo si piglia per il cubo della cosa, e così tutte l' altre dignità avranno relazione alla cosa, cioè alla sua radice, le quali quantità possono essere razionali, ovvero irrazionali, come porterà l' accidente, e se bene la quantità continua naturalmente non passi più oltre del

cor-

corpo, cioè in linea ſuperficie, e corpo, nondimeno in Algebra s' eſtende in infinito; avendo più riſguardo alla moltiplicazione della coſa delli ſuoi Prodotti, che alle reali tre ſpezie della quantità continua.

Maneggio delle dignità Algebratiche.

CAPITOLO II.

Del Sommare.

IL Sommare delle dignità Algebratiche, quando ſono d' una medeſima ſpecie, non è differente dal Sommare de' numeri ſemplici. E però, volendo [per eſempio] ſommare 7. coſ. 5. coſ. e 9. coſ. la ſomma farà 21. coſ. come ſe foſſero ſemplici numeri. Ma quando foſſero dignità di ſpecie diverſe, ſi ſommano (a guiſa di quantità non comunicanti) col termine di più. Per eſempio. Volendo ſommare 3. coſ. con 4. quad. e con 12. nu. diremo, che la ſomma fa 3. coſ. più 4. quad. più 12. nu. ovvero che fa 4. quad. più 3. coſ. più 12. num. perchè non importa a metter prima qualſivoglia di dette dignità, e queſte ſpecie di ſomme ſi poſſono chiamare Binomj, Trinomj, o Moltinomj di dignità Algebratiche.

Del Sottrarre le dignità.

IL Sottrarre delle dignità, quando ſono d' una iſteſſa ſpecie, non è differente dal comune ſottrarre de' numeri. E però a ſottrarre 5. coſ. da 9. coſ. reſta 4. coſ. Parimente a ſottr. 3. quad. da 12. quad. reſta 9. quad. Ma quando foſſero di ſpecie diverſe ſi ſottrano col termine di meno, come ſi coſtuma nelle R. non comunicanti, e

così

così si forma un residuo di dignità. Per esempio. Volendo sottrar 7. num. da 5. cos. resta 5. cos. meno 7. nu. ed a sottrarre 10. cos. da 9. quad. resta 9. quad. meno 10. cos.

Del Moltiplicare le dignità.

PEr bene intendere il moltiplicare delle dignità, fra di loro bisogna prima imparare, e sapere, che cosa rappresenti il Prodotto d' una dignità moltiplicata con un' altra, per saperlo adunque, e per presto apprenderlo, bisogna osservare, che a ciascuna dignità Algebratica corrisponde un proprio numero di Progressione Aritmetica naturale (come di sopra si vede.) Al numero, per non essere dignità, si assegna il 0. La cosa, per esser la prima dignità, ha per segno 1. il quadrato [seconda dignità] ha il 2. Il cubo 3. e così successivamente. Ora, perchè al moltiplicare delle proporzionalità Geometriche corrisponde il sommare nelle Aritmetiche, ne siegue, che sommando insieme li numeri, corrispondenti alle due dignità, che si vogliono moltiplicare, quella dignità, che sarà all' incontro di tal somma, sarà il Prodotto di tale moltiplicazione. Per esempio. Volendo sapere, che cosa produce a moltiplicare Cubo con terzo Relato, si fa così. All' incontro del Cubo vi è un 3. ed all' incontro del terzo Relato vi è 31. Sommati insieme questi due numeri, fanno 14. e perchè all' incontro del 14. sta situato il quadrato secondo Relato, si conclude, che a moltiplicare Cubo con terzo Relato produce quadrato secondo Relato. E così con quest' ordine, ovvero Regola, si trova il Prodotto di qualsisia due dignità moltiplicate insieme.

Ma perchè le tre prime dignità sono le più famigliari, e che frequentemente si maneggiano, quì le distendo, ed è be-

è bene saperlo a mente. Il numero per non essere dignità, non altera qualsivoglia dignità, con la quale si moltiplica, come appunto l' Unità non ingrandisce, nè altera il numero per essa Unità moltiplicato. E però.

A Moltiplicare.

nu.	via	fa		nu.		cos.	via	cos.		fa	qu.
nu.	—	cos.	—	—	co.	cos.	—	qu.	—	—	cu.
nu.	—	qu.	—	—	qu.	cos.	—	cu.	—	—	q.q.
nu.	—	cu.	—	—	cu.	cos.	—	q.q.	—	prim.rel.	

A Moltiplicare.

qu.	via	qu.	fa	qu.	qu.	cu.	via	cu.	fa	qu.	
qu.	—	cu.	—	prim.	rel.	cu.	—	q. q.	—	sec.	rel.
qu.	—	q.q.	—	qu.	cu.	cu.	—	pri.rel.	—	q.q.q.	
qu.	—	pr. rel.	—	second rel.		qcu.	—	qu.cu.	—	cu.cu.	

Ma acciò la continua varietà de' Prodotti delle suddette moltiplicazioni non ispaventi, osservisi il loro bell' ordine, che faciliterà l' imparare. Il numero (come s' è detto) non altera, ma sempre produce la dignità, con che si moltiplica. La cosa [prima dignità] moltiplicata con qualsivoglia altra dignità, produce la dignità immediatamente seguente alla dignità, con la quale si moltiplica. Il quadrato avanza nel suo Prodotto due dignità, la dignità, con la quale si moltiplica. Il cubo l' avanza di tre &c. Notisi ancora, che avuto il primo Prodotto, gli altri seguitano successivamente per ordine. Or veniamo agli esempj.

A moltipl. 7. nu. per 6. nu.	A moltip. 5. cos. per 4. nu.	A moltip. 8. cos. per 3. cos.
Fa 42. nu.	Fa 20. cos.	Fa 24. qu.
A moltip. 9. Qu. per 8. cos.	A moltip. 4. cub. per 2. cub.	A molt. 15. qu.q. per 3 cub.
Fa 72. cub.	Fa 8. pr. rel.	Fa 45. sec. rel.

Del Partire le dignità.

A Cart. 322. dissi, che al partire delle proporzionalità Geometriche corrisponde il sottrarre nelle Aritmetiche, e perchè le dignità Algebratiche sono fondate in continua proporzionalità Geometrica doppia, ne siegue, che volendo partire una dignità maggiore per un' altra dignità minore, basta sottrarre il numero della minore dal numero della maggiore, perchè all' incontro del resto starà registrata la dignità del Quociente di tal proporzione. Per esempio. Volendo partire il terzo Relato per Cubo, si fa così. All'incontro del Cubo vi è il 3. ed all' incontro del terzo Relato vi è 11. sottraggasi adunque 3. da 11. e resterà 8. e perchè all' incontro dell'8. vi è il Quad. Qu. Qu. si conclude, che a partire il terzo Relato per Cubo, ne viene Quad. Qu. Qu. E così con questa Regola si partono qual si vogliano altre due dignità fra di loro. Ma perchè le tre prime dignità sono le più famigliari, quì per ordine le distendo.

A Partire.

nu.	per nu.	ne viene		nu.
cos.	— nu.	— — — —		cos.
quad.	— nu.	— — — —		quad.
cub.	— nu.	— — — —		cub.
qu.qu.	— nu.	— — — —		qu.qu.

A Partire.

cos.	per	cos.	ne viene	nu.
qu.	—	cos.	— — —	cos.
cub.	—	cos.	— — —	quad.
qu.qu.	—	cos.	— — —	cub.
pri.rel.	—	cos.	— — —	qu.qu.

A Partire.

Quad.	per	Qu.	ne viene	nu.
cub.	—	qu.	— — —	cos.
qu.qu.	—	qu.	— — —	quad.
pr. rel.	—	qu.	— — —	cub.
qu.qu.	—	qu.	— — —	qu.qu.

A Partire.

cu.	per	cū.	nē viene	nu.
qu.qu.	—	cu.	— — —	cos.
pr. rel.	—	cu.	— — —	quad.
cu. cu.	—	cu.	— — —	cub.

E così discorrendo con le altre dignità.

Quì bisogna avvertire una regola contraria al moltiplicare delle dignità. Quanto al partire qualsivoglia dignità per numero. Il Quociente non muta spezie. Nel resto partendo qualsivoglia dignità per la cosa, il Quo-

ciente sarà della natura di quella dignità, che immediatamente antecede la dignità partita. Se si parte per quadrato, il Quociente anticipa due dignità. Il cubo ne anticipa tre &c. Notisi ancora, che il Quoziente di due dignità eguali è sempre numero, e poi seguita l'ordine, come di sopra si vede. Or veniamo agli esempj pratici.

A partir	15	nu.	A partir	18	cos.
per	3	nu.	per	3	cos.
ne viene	5	nu.	ne viene	3	cos.
A partir	12	cos.	A partir	25.	quad.
per	3	cos.	per	5	nu.
ne viene	4	nu.	ne viene	5	quad.
A partir	28	qu.	A partir	30	cu.
per	7	qu.	per	6	cu.
ne viene	4	nu.	ne viene	5	cos.
A partir	48	cu.	A partir	36	cub.
per	12	cos.	per	6	cub.
ne viene	4	qu.	ne viene	6	nu.

E così con tutte l'altre dignità. Ma quando le dignità da partirsi fossero minori delle dignità partitrici, non potendosi ciò fare, bisogna formare un rotto (come anche si fa ne' numeri semplici) per esempio. Volendo partire 12. nu. per 3. cos. (ancorchè il 3. paja entrar 4. volte nel 12. ad ogni modo, per essere il 3. cos. di grado superiore al 12. numero, non si può far tal partizione) ma

si

si rappresenterà così $\frac{12}{3 \text{ cos.}}$ cioè 12. numero esimi di 3. cos. Volendo anco partir 16. cos. per 4. quad. tal Quociente si rappresenterà così $\frac{16 \text{ cos.}}{4 \text{ qu.}}$ E darà 16. cos. esimi di 4. quad.

Come si rappresentino le Radici delle dignità.

Alle dignità (occorrendo il bisogno) si cavano le radici discrete, sordamente, come si cavano da' numeri. Per esempio. La R. di 4. quad. è 1. cos. poichè radice, e cosa è l' istesso, e s' intende per il lato d' un quadrato. La R. di 7. quad. sarà R. 7. quad. La R. di 8. cub. sarà 2. cos. Il numero, o quantità delle cose, o sia numero quadrato, o non quadrato mai può avere radice discreta, per non trovarsi alcuna dignità, che moltiplicata in sè stessa faccia cosa; e però la R. di 4. cos. sarà R. 4. cosa (e tanto meno da numero non quadrato) Ma la R. di 4. num. sarà 2. nu. e la R. di 16. nu. sarà 4. nu. e la R. di 5. num. sarà R. 5. num. E tanto basti.

Come si maneggino li Binomj, e Residui Algebratici.

CAPITOLO III.

QUanto al maneggiare li Binomj, e Residui delle dignità Algebratiche per tutti gl' atti dell' Algorismo, non ci trovo difficoltà alcuna, che abbia necessità di maggior dichiarazione di quella de' Binomj, e Residui ordinarj. Basta aver bene a memoria le Regole del più, e del meno, ed anco avere l' occhio al Prodotto delle moltiplicazioni delle dignità. Sicchè metterò solamente

in figura qualche eſempio per ciaſcun' atto dell' Algoriſmo, da filoſofarvi ſopra.

Sommari de' Binomj.

A ſom.9.p.3.co. con 4.p.2.co.	A ſom.7.Q.p.5. con 3.Q.p.2.	A ſom.10.p.12.c. con 5.m.8.c.
Fa 13.p.5.co.	Fa 10.Q.p.7.	Fa 15.p.14.cu.
A ſo.5.c.p.3.co. con 4.cu.p.6.Q.	A ſo.3.re.p.5.Q. con 2.cu.p.3.co.	A ſo.7.c.m.6.co. con 5.cu.p.4.co.
Fa 9.c.p.6.Q.p. 3.c.	Fa 31.p.2.c.p.5. Q.p.3.c.	Fa 12.c.m.2.coſ.

Sottrarre de' Binomj.

Da 9.coſ.p.10. cau.5.coſ.m.3.	Da 7.q.p.2.co.m.2. ca.2.q.m.3.co.p.7.	Da 17.q.cu.m.50. ca.6.cub.p.3.qu.
Reſt.4.co.p.7.	R.5.q.p.5.c.m.9.	R.17.q.c.m.11.c.m.3.q.
Da 10.qu.cu.p.7.quad. cavar 7.coſ.p.3.	Da 5.quad.cub.p.13.coſ. cavar 7.qu.cub.m.5.quad.	
R.10.q.c.p.7.m.[7.co.p.3.]	R.5.q.1.p.13.co.m.2.q.c.	

A mo.7.cos.p.5 per 4	A mo.9.q.m.3 per 6	A mo.12.cu.p.3.c.m.5 per 6.cos.
Fa 28.c.p.20.	Fa 14.q.m. 8.	Fa 72.q.q.p.18. q.m.30.c.

A mol. 13. men. 2. quad. per 5. cos. p. 3.	A mol. 10. cub. m. 2. quad. per 9. cub. p. 1. quad.
Fa 65.q.c.m.10.c.p.39.re.m.6.q.	p.10.rel.m.2.qu.q. 90.q. c. m. 18. rel.

Fa 90.q.c.m.8.rel.m.2.q.q.

Quando occorrerà di quadrare qualsivoglia Binomio, o Residuo Algebratico, che non sia denominato da R. il Prodotto d' un nome nell' altro si moltiplica semplicemente per 2. e non per 4.

Partire de' Binomj.

A Partire un Binomio, ovvero un Residuo di dignità Algebratica, per un' altro Binomio, o Residuo, il suo Prodotto si nota in forma di rotto. Per esempio.

A par. 2. cos. p. 7. per 3. qu. p. 5. cos. ne viene $\frac{2.\text{cos. p. } 7.}{3.\text{qu. p. } 5.}$

A par. 13.q.cu.p.3.men.2.co. per 5.cu.m.7.q. ne viene $\frac{13.\text{q.c.p.}3.\text{m.}2.\text{cos.}}{5.\text{cu.men.}7.\text{quad.}}$

Vero è, che a partire tali Binomj, Reſidui, o Moltinomj, per numero, ſempre ſi può realmente partire, ſenza notarlo in forma di rotto. Per eſempio. Volendo partire 24. qu. cub. p. 12. quad. per 4. numero, baſta a partire per 4. ciaſcuno di detti nomi, il che facendo, ne vienè 6. qu. cub. per 3. quad. E tanto baſti, per avere ſufficiente fondamento da potere apprendere le ſeguenti Regole, e Precetti Algebratici.

Fondamento d' Algebra.

CAPITOLO IV.

IL primario fondamento d' Algebra è la proporzione d' egualità delli tre primi termini delle dignità Algebratiche, cioè del numero, coſa, e quadrato. Ma perchè queſta egualità nelli predetti tre termini (neceſſariiſſimi alla pratica d' Algebra) poſſono relativamente accadere in ſei modi, ne ſiegue, che tutto il giro della ſcienza Algebratica ſi riduce a ſei capitoli, tre de' quali ſono ſemplici, e gli altri tre ſono compoſti, ciaſcuno de' quali ha la ſua Regola particolare, come ſiegue.

Primo Capitolo ſemplice.

IL Primo Capitolo ſemplice è quando le coſe ſono eguali al numero. In tal caſo (a guiſa della Regola Aurea) ſi parte il numero per le coſe, ed il Quociente ſarà la valuta d' una ſol coſa. Per eſempio. Se 15. coſe foſſero eguali a 60. nu. partendo il numero 60. per le 15. coſe, una coſa valeria 4. nu. eſe 15. coſ. foſſero 15. Brazza di Panno, ed il 60. nu. foſſero Scudi, un Brazzo valeria 4 $\frac{1}{5}$ Scudi. Or veniamo alla Pratica.

Tro-

Trovami un numero, che li $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ di detto numero giunti insieme facciano 68. Per la Regola delle posizioni falsi si potria risolvere il Quesito, ma voglio, che lo risolviamo per Algebra, dicendo. Suppongo, che il numero, che cerchiamo sia 1. cos. pigliandone poi $\frac{2}{3}$ cos. $\frac{3}{4}$ cos. e sommandoli insieme, faranno $\frac{17}{12}$ cos. e questi $\frac{17}{12}$ cos. per la supposizione fatta, saranno eguali al numero, che vogliamo, che faccia, cioè a 68. Dividasi dunque 68. per $\frac{17}{12}$ cos. (come comanda la Regola) e ne verrà 48. per valuta di una cosa. Adunque 48. è il numero cercato, perchè ho supposto, che tal numero sia 1. cos. Pigliandosi $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ di 48. e faranno appunto 68. come fu proposto.

Quì, e ne' seguenti Capitoli bisogna avvertire, che il partire del num. per le cose &c. s'intende secondo il partire de' numeri semplici, e non secondo il partire delle dignità. Voglio dire, che il Quociente sarà numero semplice.

Secondo Capitolo semplice.

IL secondo Capitolo semplice è quando li Quadrati s'eguagliano al numero. La sua Regola è questa, si parte il numero per li Quadrati, ed il Quociente sarà la varietà d'un solo Quadrato, ma perchè ordinariamente si cerca la valuta della cosa, e la cosa non è altro, che la radice d'un quadrato, ne siegue, che la radice del Quociente sarà la valuta d'una cosa. Alla pratica.

Trovami un numero, che moltiplicando per 12. il suo quadrato, faccia 300. Sia tal numero 1. cos. Quadrisi 1. cos. e sarà 1. quadrato, qual moltiplicato per 12. farà 12. quadrati, eguali a 300. Dividasi secondo la Regola il 300. per li 12. Quadrati, e di Quociente ne verrà 25. per valuta d'un sol Quadrato la cui radice è 5. e tanto vale la cosa. Adunque 5. è il numero cercato. Fanne la prova.

In simili quesiti, ecco una mia ritrovata, ed infallibile Regola. Dividasi il numero assegnato per quel numero, che si dovria moltiplicare col quadrato del cercato numero, perchè la radice del Quociente sarà il numero cercato. Per esempio. Trovami un num. che moltiplicando per 15. il suo quadrato faccia 135. Divido per 15. il 135. e ne viene 9. la cui radice è 3. e questo è il num. cercato.

Terzo Capitolo semplice.

IL terzo capitolo semplice è quando li quadrati sono eguali alle cose. La sua Regola in sostanza è simile a quella del primo capitolo. Si partono le cose per li quadrati, ed il Quoc. sarà la valuta d' una cosa. Alla pratica. Trovami un numero, che moltiplicato per 8. il Prodotto sia eguale al doppio del suo quadrato. Orsù questo numero sia 1. cos. moltiplicato per 8. fa 8. cos. Fatto questo, si quadra 1. cos. e riesce 1. quad. Raddoppiandolo faranno 2. quadrati, eguali a 8. cos. Dividansi secondo la Regola 8. cos. per li 2. quadrati, e ne verrà 4. per valuta d' una cosa. Adunque 4. è quel numero, che moltiplicato per 8. fa 32. E perchè il doppio del quadrato d' esso 4. fa parimente 32. l' operazione è buona.

CAPITOLI COMPOSTI.

PErchè sovvente occorre ne' Capitoli composti, nominare Equazione, ed estremi d' Equazione, prima di venire alle loro Regole, è bene dichiarare questi due termini, acciò s' intenda quel, che si legge. Equazione adunque non è altro, che la proporzione d' egualità fra due quantità, o cose diversamente denominate. Per esempio. Quando (verbigrazia) uno ha fatto la sua posizione al proposto

ro questo, ed arriva a dire (come dissi per esempio nel terzo capitolo semplice) che 2. qu. sono eguali a 8. cose. Io dico, che questi 2. qu. eguali a 8. cos. si chiamano Equazione. Li 2. quad. sono il primo termine, e le 8. cos. sono il secondo termine d'essa equazione, qual'equazione si chiama così, perchè tanto contiene in sè li 2. quad. quanto le 8. cos. Tanto vale l'uno, quanto vale l'altro termine.

In oltre bisogna avvertire, che se a quantità eguali sarà aggiunto, o levato quantità eguale, la somma, o resto sarà parimente eguale. Di più. Se quantità eguali saranno moltiplicate, o divise per un'altra quantità egualmente, il Prodotto, o Quociente sarà parimente eguale. Ciò si dice perchè spesse volte occorre aggiugnere, o levare &c. dagli estremi, come in pratica a suo luogo si vedrà. Ora torniamo al nostro proposito.

Primo Capitolo composto.

IL primo Capitolo composto è quando, che li quadrati, e le cose sono eguali al numero. La sua Regola è questa. Se da una banda, o dall'altra vi sarà più, o meno d'un quadrato, bisogna ridurre tutta l'Equazione ad un sol quadrato. Il che si fa partendo tutta l'Equazione per la quantità del quadrato. Per esempio. Se 5. quad. più 30. cos. fossero eguali a 80. partendo tutta l'Equazione per 5. [quantità de' quadrati] ne verrà 1. quad. più 6. cos. e 16. Sicchè 1. quad. più 6. cos. saranno eguali a 16. Fatto questo, si partono per mezzo le cose, che nel caso nostro è 3. Questo 3. si quadra, e fa 9. Al quadrato s'aggiugne il numero, cioè 16. e fa 25. E così la R. di 25. (cioè 5.) meno la metà delle (cioè 3.) sarà la valuta d'una cosa. Valeria 2. Di più, se $\frac{2}{3}$ quad. più 12. cos. fossero eguali a 40. dividendo tutta l'Equazione per $\frac{2}{3}$ s'a-

vrà 1. quad. più 18. cose eguali a 60. Ma quì di passaggio riccordatevi, che dividendo un rotto per un' altro rotto, eguale ne viene l' unità, e per dividere un sano per un rotto moltiplica il sano per il Denominatore, ed il Prodotto si parte per il Numeratore del rotto. Al contrario del Moltiplicare.

Trovami un numero, che moltiplicato per 8. ed al Prodotto giuntovi il quadrato di detto numero, faccia 48. Suppongo, che questo numero sia 1. cos. moltiplicato per 8. fa 8. cos. e perchè al prodotto s' ha d' aggiugnere al quad. di detto numero quadro 1. cos. e fa 1. quad. quale unito con quelle 8. cos. farà 1. quad. più 8. cos. e questa somma sarà eguale a 48. E perchè l' Equazione è ridotta ad un sol quadrato, basta nel resto seguitar la regola data. Il che facendo la cosa vale 4. e 4. appunto è il numero cercato.

Secondo Capitolo composto.

IL secondo capitolo composto è quando, che le cose, ed il numero s' eguagliono alli quadrati. La sua Regola è in tutto simile a quella del precedente capitolo, eccetto, che dove là nel fine dell' operazione si cava dalla R. la metà delle cose, quì s' aggiugne. Alla pratica.

Trovami un' numero, che al treppio di esso numero giuntovi 70. la somma sia eguale al suo quadrato. Questo num. di 1 cos. Triplicato fa 3. cos. aggiuntovi 70. fa poi 3. cos. più 70. e questa somma sarà eguale (dal supposto) ad 1. quad. cioè al quadrato della cos. in che mi aposi. E perchè l' Equazione da sè è ridotta ad 1. sólo quad. basta seguire l' ordine dato. E però partendo le cose per mezzo, ne viene 1 ½ cos. Questo 1 ½ cos. si quadra, e fa 2 ¼ Aggiungasi il numero [cioè 70.] e farà 72 ¼ la cui ra-

dice

dice è $1\frac{7}{2}$ cioè $8\frac{1}{2}$ alla quale radice aggiugnendovi la metà delle cose (cioè $1\frac{1}{2}$) fanno 10. per valuta d' una sol cosa. E però 10. è quel numero al triplicato del quale giontovi 70. fa 100. [eguale al suo quad. che pure fa 100.]

Terzo Capitolo composto.

IL terzo capitolo composto è quando, che li quadrati, ed il numero s' eguagliano alle cose. La sua Regola è quella de' passati capitoli. Eccetto che, dove in quelli si aggiugne il numero dell' Equazione al quadrato della metà delle cose, in questo si sottra, e nel fine dell' operazione, ove nel primo capitolo si sottra, o nel secondo si aggiugne la metà delle cose alla radice, in questo si può aggiugnere, o levare. Alla pratica.

Trovami un numero, che moltiplicato per 25. il suo Prodotto sia eguale al doppio del suo quadrato, giuntovi 72. di più. Sia questo numero 1. cos. moltiplicato per 25. fa 25. cos. e questo diremo, che sia eguale a 2. quad. più 72. Per trovar quanto vale la cosa, bisogna ridurre l' Equazione ad un sol quad. partendola tutta per la quantità de' quadrati, cioè per 2. Il che fatto, ne viene $12\frac{1}{2}$ cos. eguali ad 1. qu. più 36. Fatto questo, si partono le cos. per mezzo, e resteranno $6\frac{1}{4}$ cosa, che quadrate fanno $39\frac{1}{16}$. Da questo $39\frac{1}{16}$ non s' aggiugne (come ne' passati capitoli) ma si leva il numero dall' Equazione, [cioè 36.] e resterà $3\frac{1}{4}$ la cui R. è $\frac{7}{2}$ cioè $1\frac{3}{2}$. Ora dico, che aggiugnendo, o levando da questa R. $1\frac{3}{2}$ la metà delle cose, la somma, o resto sarà la valuta d' una cosa. Vero è, che non sempre riesce all' uno, ed all' altro modo, ma bensì infallibilmente per l'uno, o per l' altro modo. Aggiugniamo adunque alla R. $1\frac{3}{2}$ la metà delle cose [cioè $6\frac{1}{4}$.] e sarà precisamente 8. per valuta d' una cosa.

E ap-

E appunto 8. è il cercato numero, che moltiplicato per 25. fa 200. eguale al doppio del quad. dell' istesso 7. con 72. di più. Per l'altro modo non è riuscibile, non potendosi cavare la metà delle cos. della R. 1 $\frac{8}{7}$.

Altre sorti d' Equazioni.

CAPITOLO V.

Quadrati di Quadrati eguali al numero.

ALtri Capitoli hanno le loro Regole, per trarre in luce li quesiti loro, ma però dipendono da uno de' sei precedenti. Trovami un numero, che il Quadrato del suo Quadrato moltiplicato per 8. faccia 512. Sia 1. cos. la quale ridotta a Qu. di Q. e moltiplicato per 8. s' avranno poi 8. Qu. di Q. eguali a 512. Dividasi 512. per 8. e ne verrà 64. per valuta di un sol Quad. di Quadrato. la cui RR. sarà la valuta della cosa. Questo capitolo cade sotto il primo capitolo semplice.

Quadrati di Quadrati, e Quadrati eguali al numero.

QUesti, e gli altri due seguenti Capitoli ordinatamente dipendono dalle Regole de' tre Capitoli composti con queste tre sole avvertenze. Prima, se nella Equazione vi sarà più, o meno d' un Quadrato di Quad. bisogna ridurla ad un sol Quadrato di Quadrato, partendo l' uno, e l' altro estremo per la quantità de' Qu. de' Qu. [più, o meno, che sia, d' un Quadrato di Qu.] Secondo. Li Quadrati dell'Equazione si partono per mezzo, e la metà si quadra in vece delle cose. Terzo. L' ultimo evento,

to, che ne' capitoli compoſti dà la valuta della coſa, in queſti dà la valuta d' un Quadrato. Sicchè biſogna di più cavare la R. dal detto ultimo evento, la qual R. ſarà la valuta della coſa. Alla pratica.

Trovami un numero, che al Quadrato del ſuo Quad. giuntovi 10. de' ſuoi Quad. faccia 171. Sia 1. coſ. che ridotta a Quad. di Quad. ed aggiuntovi 10. Quad. s' avranno poi 1. qu. di qu. p. 10. eguali a 171. Operando ſecondo la Regola del primo capitolo compoſto, e cautele ſuddette, la coſ. valerà 3. e 3. appunto è il cercato numero.

Quadrati, e numero eguali a' Quadrati de' Quadrati.

TRovami un numero, che il quad. del ſuo quad. ſia eguale a 16. de' ſuoi quadrati, giuntovi ſopra 225. Sia 1. coſ. qual ridotta a qu. di qu. s' avrà poi 1. quad. di quad. eguale a 16. quad. p. 225. Operando ſecondo la Regola del ſecondo capitolo compoſto, e cautele ſuddette, la coſa vale 5. per cercato numero.

Quadrati di Quadrati, e numero eguale a quadrati.

TRovami un numero, che ſopra il quadrato del ſuo quadrato giuntovi 144. queſta ſomma ſia eguale al ſuo quadrato moltiplicato per 40. Sia 1. coſa, quale ridotto a quadrato di quadrato s' avrà 1. quadrato di quadrato più 144. eguali a 40. quadrati, operando ſecondo la Regola del terzo capitolo compoſto, e cautele ſuddette, la coſa valerà 6. per il cercato numero.

PEr maggior chiarezza ho fatto riuscire le conclusioni senza rotto, ma in tutti li capitoli, quando, che il numero dell' Equatore s' aggiugne, o leva dal quadrato della metà delle cose, ò metà de' quadrati, se tal somma, o resto non sarà numero quadrato, o non avrà R. discreta, in tal caso la cosa vale la medesima R. sorda, cioè tal somma, o resto, più, ovvero meno la metà delle cose, o quadc perciò si nota in forma di Binomio, o Residuo.

Ma perchè nel terzo capitolo composto, e suoi dipendenti, il numero del Quociente si sottra dal quadrato della metà delle cose, ò metà de' quad. Se tal numero dell' Equazione sarà eguale al suddetto quad. della metà delle cose, o metà de' quad. la valuta della cosa, o d' un quad. sarà la metà delle cose, o quad. ma quando il numero dell' Equazione fosse maggiore, tal quesito non sarà solubile, perchè è impossibile a poter partire una quantità in due parti tali, che il Prodotto d' una nell' altra parte, sia più del quadrato della metà d' essa quantità.

Regola universale, ed equivalente alli precedenti sei Capitoli.

CAPITOLO VII.

IL famosissimo, ed insigne P. Claudio della Compagnia di Gesù nella sua Algebra insegna una regola generale, e molto facile per ridurre in luce ogni Equazione risolubile per li sei Capitoli precedenti, e suoi dipendenti, senza obbligare la memoria alla di loro reminiscenza, la qual regola è questa, ed ha quattro parti essenziali, come siegue.

1 Primieramente bisogna trovare l' Equazione, esaminando la radice, o cosa, che si propone esser' eguale al numero incognito, che si cerca.

2 Ritrovata l' Equazione, conviene ridurla in istato di poter fare la divisione, levando li superflui, ristorando li diminuti, e riducendo l' Equazione a tal segno, che la maggior dignità sola si ritrovi in uno degli estremi, nè tal dignità denominata sia nell' altro estremo.

3 Fatta tal riduzione si parte tutta l' Equazione con suoi caratteri per il numero della maggiore dignità, come se fosse di numeri semplici (il che anco s' insegnò nel primo Cap. composto) acciò la maggiore dignità resti denominata dalla sola Unità. Sicchè quando l' Equazione da sè si porta a tal segno, che la maggiore dignità sola si trovi in un' estremo, denominata dall' Unità, in tal caso non occorre far divisione alcuna.

4 Ultimamente dal Quoc. di tal divisione bisogna cavarne il lato, o la dovuta radice, come siegue, ed in questo principalmente consiste la forza, e generalità di questa regola, perchè quanto alle tre prime parti non discordano dagl' insegnamenti espressi ne' predetti Capitoli.

Del cavare il lato, o la radice delle semplici Equazioni.

PEr sapere quando, e che sorta di radice s' abbia da cavare dal Quociente egreggiamente l' insegna col suo carattere il Divisore medesimo, cioè la maggiore dignità dell' Equazione. Sicchè, se il Divisore sarà cos. il semplice Quociente sarà il numero, o quantità cercata, perchè la cosa non ha radice, essendo ella medesima radice, e lato d' un Quadrato. L' istesso accade ogni volta, che qualsisia dignità s' eguaglia alla dignità immediatamente inferiore ad essa. Per esempio. Se 5. qu. cu. fossero eguali a

40. primo relato, dividendo il 40. per 5. il Quociente 8. faria il valore della cosa, ed il numero, o quantità cercata, il che si prova per la Regola Aurea dicendo. Se 5. qu. cu. si eguagliano a 40. primo rel. Un cos. (in che m'apposi) a che s' eguaglierà? Moltiplicando un cos. con 40. primo rel. ne vengono 40. qu. cu. quali divisi per 5. cu. di Quociente si ha 8. per numero, e valuta della cosa.

Se poi qualsivoglia dignità s' eguaglia al numero, si parte il numero per tal dignità, e dal Quociente si cava la radice quadra, o cuba, o qualsisia altra, denominata dalla partitrice dignità.

Ogni volta, che due dignità non collaterali, s' eguagliano fra di loro, senza schisarle, si parte al solito la minore per la maggiore, e dal Quociente si cava la radice in questa forma. Se fra le due dignità dell' Equazione vi si frapponghi una sola dignità, si cava la radice quadra. Se due se ne frapponghino, si cava la R. cub. se tre la quadra quadrata, se quattro, la prima rel. &c.

Se occorresse d' avere a cavare la radice, o lato d' una qualsisia dignità Algebratica, si cava la radice dal numero di tal dignità, come se fosse numero semplice. Per sapere, da che carattere debba essere denominata tal radice, si parte il numero esponente la dignità, dalla quale si cavò il lato per il numero esponente la radice cavata, perchè il numero esponente del Quociente tiene con sè la cercata dignità. Per esempio. Volendo la radice quadra di 225. qu. cu. piglio la radice di 225. la quale è 15. ma perchè il quad. cu. ha 6. di numero esponente, e la radice quadra n' ha 2. dividendo il 6. per 2. ne viene 3. [esponente del cubo.] Adunque la radice quad. di 225. qu. cu. sarà 15. cub.

Se poi numero di tal dignità non ha radice, ovvero se dividendo un' esponente per l' altro, l' esponente del Quociente

ciente non sarà numero intero, nè meno tal dignità avrà la desiderata radice. Numeri esponenti sono quei della Progressione naturale Aritmetica, posti al fianco delle dignità Algebratiche pag. 331. Questo è quanto all' Equazioni semplici, nelle quali una quantità s'eguaglia ad un' altra sola quantità.

Del cavare il lato, o radice dall' Equazioni composte, e diminute.

EQuazione composta è quando la maggiore dignità si eguaglia a due altre diverse quantità, ma la diminuta è quando essa maggior dignità s'eguaglia ad una quantità deficiente, cioè, che le manca un'altra certa quantità, come più abbasso si vede esemplificato. E notisi, che questo lato, o radice ne dà sempre la valuta della cosa, in che si appose, e la quantità cercata.

Per non errare, bisogna sapere, che da quelle Equazioni solamente si può cavare il lato, o radice per Regola certa, quando li tre termini di esse hanno i loro Esponenti proporzionali in proporzione Aritmetica, e sono tutte quelle, che la maggiore dignità di esse è denominata da quadrato solo, o da quadrato composto, come nelle seguenti Equazioni manifestamente si vede:

Equazioni.			Esponenti.	
Composta 1. qu. eguali	a		10. cos. più 75.	2. 1. 0.
Diminuta 1. qu.	a		75. men. 10. cos.	2. 0. 1.
Diminuta 1. qu.	a		18. cos. men. 72.	2. 1. 0.
Composta 1. qu. qu.	a		18. qu. più 648.	4. 2. 0.
Diminuta 1. qu. qu.	a		725. men. 4. quad.	4. 0. 2.
Diminuta 1. qu. qu.	a		433. qu. men. 41. 617.	4. 2. 0.
Composta 1. qu. cu.	a		200. cu. più 3. 456.	6. 3. 0.
Diminuta 1. qu. cu.	a	5	120. men. 16. cub.	6. 0. 3.
Diminuta 1. qu. cu.	a		800. cu. men. 156. 751.	6. 3. 0.
Composta 1. q. q. q.	a		2.000. q. q. più 885. 076. 881.	8. 4. 0.
Diminuta 1. q. q. q.	a		214. 651. 701. men. 20. qu. qu.	8. 0. 4.
Diminuta 1. q. q. q.	a		20. 000. q. q. men. 78. 461. 119.	8. 4. 0.
Composta 1. q. pr. rel.	a		80. pr. rel. più 39. 609.	10. 5. 0.
Diminuta 1. q. pr. rel.	a		7. 424. men. 200. pr. rel.	10. 0. 5.
Diminuta 1. q. p. rel.	a		2.000. pr. rel. men. 999. 424.	10. 5. 0.

Quando gli Esponenti, offervando la proporzione Aritmetica, tutti e tre ſono più che 0. è ſegno che nell' Equazione non ſi trova il numero, quale di neceſſità ſempre vi deve eſſere; però in tal caſo biſogna abbreviarli, che ſi fa col ſottrarre da tutti il minor Eſponente. Per eſempio. La prima delle tre ſeguenti Equazioni ha di eſponente 11. 7. 9. (che molto bene conſervano la pro-

por-

porzione Aritmetica fra di loro.) Cavando il minor Esponente cioè 7. da 11. e da 7. e da 9. resta 4.0.2. Notisi, che quest' atto è uno schisare, o degradare l' Equazione, pag. 366.

Equazioni.	Esponenti.
Dimin. 1. 3. rel. a 725. 2. rel. men. 4. cu. cu.	11. 7. 9.
Comp. 1. 3. rel. a 200. q. q. q. p. 3. 456. p. rel.	11. 8. 5.
Comp. 1. q. q. q. a 200. q. q. p. 14. 336. qu.	10. 6. 2.

Le quali Equazioni si riducono a queste tre.

Dim. 1. q. q. a 725. men. 4. cu. cu.	4. 0. 2.
Comp. 1. q. cu. a 200. cu. p. 3. 456.	6. 3. 0.
Comp. 1. q. q. q. a 200. q. q. p. 14. 336.	8. 4. 0.

E così con altre infinite Equazioni. Dal che facilmente si comprende, che sorta di radice s' abbia da cavare da' Quocienti.

Dalle tre prime Equazioni si cava la radice quadra. Dalle tre seconde la radice quadra quadrata. Dalle tre seguenti la radice quadrata Cuba &c. Ma notate bene, che la maggior dignità sempre s' eguaglia a quella dignità, denominata secondariamente in essa maggior dignità, qual dignità è notata nell' altro estremo dell' Equazione col termine di più, o di meno, insieme col numero. Per esempio. Il qu. qu. s' eguaglia al quad. più numero. Il qu. cu. s' eguaglia al cu. e num. Il qu. prim. rel. s' eguaglia al prim. rel. e num. Il qu. qu. q. s' eguaglia al q. qu. e num. &c. Or veniamo alla pratica, e per confermazione maggiore di questa Regola risolviamo li tre quesiti, risoluti per li tre Cap. comp. pag. 346. e 347.

Nel Cap. 1. comp. 1. q. 9. 6. cos. s' eguaglia a 16. La cos. val 2.
Nel Cap. 2. comp. 1. q. s' eguaglia a 3. cos. p. 70. La co. val. 10
Nel Cap. 3. comp. 1. q. q. 30. s' eguaglia a 12 $\frac{1}{2}$ co. La co. v. 8 ovvero 4 $\frac{1}{2}$.

Ma perchè, secondo la nostra Regola, la maggiore di-

gnità dell' Equazione deve ſtare ſola in uno de' due eſtremi di eſſa, però aggiuſtate che ſiano dette tre Equazioni compoſte, ſtaranno così

1. qu. eguale a 16. m. 6. coſ.
1. qu. a 3. coſ. p. 70.
1. qu. a 12 $\frac{1}{2}$ c. m. 36.

Il modo di trovare il lato, o radice quadra di queſte, e ſimili Equazioni, gl' Eſponenti delle quali ſono 2. 1. 0. ovvero 2. 0. 1.

1 Si quadra la metà delle coſe.

2 A queſto quadrato s' aggiugne, o da eſſo ſi leva il numero aſſoluto dall' Equazione, ſecondo che ſi trova notato col ſegno di più, o di meno.

3 Alla radice quadra di queſta ſomma, o reſto s' aggiugne, o ſi leva la metà delle coſe, ſecondo, che ſono notate col ſegno di più, o di meno.

Queſta Regola in tutto, e per tutto s' incontra con quella de' tre capitoli compoſti, ma l' eccellenza di queſta conſiſte, che ſenza tenerſi a memoria le particolarità di quelle, li caratteri del p. e del m. attualmente inſegnano il modo di operare, come quì in pratica ſucceſſivamente vedrete.

Per la prima Equazione d' 1. qu. eguale a 16. m. 6. coſ. Il quad. della metà delle coſ. è 9. al quale giunto, che ſia il num. 16. [perchè ſenza ſegno ſignifica p.] fa 25. la cui radice è 5. Or dico, che da queſta radice 5. ſi deve cavare la metà delle coſ. perchè ſono denominate col termine del m. il che fatto, reſta 2. per valuta della coſa, come appunto riuſcì per la Regola del p. Capitolo compoſto.

Per la ſeconda Equazione d' 1. q. eguale a 3. coſ. p. 70. Il quadrato della metà delle coſe è 2 $\frac{1}{2}$ al quale s' aggiugne il numero aſſoluto 70. per eſſere notato col ſegno di p. e fa 72 $\frac{1}{2}$. la cui radice quadra è 8 $\frac{1}{2}$ or dico, che a queſta radice 8 $\frac{1}{2}$ ſi deve aggiugnere la metà delle coſe, per eſſere

essere notata col segno di più, il che fatto s' avrà 10. per valuta della cosa, come anco riuscì per la Regola del secondo Capitolo composto.

Per la terza Equazione d' 1. qu. eguale a 12 $\frac{1}{3}$ cos. m. 36. Il quad. della metà della cosa è 39 $\frac{1}{19}$. Da questo quad. si leva il numero assoluto 36. che così ricerca il carattere del meno, e resta 3 $\frac{1}{19}$ la cui radice quadra è 1 $\frac{3}{4}$. Ora dico, che a questa radice 1 $\frac{3}{4}$ si deve aggiugnere la metà delle cose, perchè non avendo segno alcuno, significano più, il che fatto, la cosa vale 8. come pur anco riuscì per la Regola del terzo Capitolo composto.

Ma notate. Ogni volta, che il numero dell'Equazione, già aggiustata, sia notato col segno di m. tal'Equazione può avere due numeri per valuta della cosa, un maggiore, e minore l' altro. Il maggiore è il poco fa trovato 8. nella terza Equazione. Per avere il minore, basta cavare dalla metà delle cose la trovata radice, sicchè levando 1 $\frac{3}{4}$ da 6 $\frac{1}{2}$ (metà delle cose) resta 4 $\frac{3}{4}$ e tanto può anco valere la cosa. Adunque la quantità cercata nella terza Equazione sarà 8. ovvero 4 $\frac{1}{4}$. Vero è, che la minore alle volte (benchè di rado) non soddisfa alla dimanda, ma bensì sempre la maggiore infallibilmente.

Or proviamo quest' ultima Equazione, che servirà per ammaestramento di tutte. Un quadrato s' eguaglia a 12 $\frac{1}{3}$ cos. men. 36. e la cosa vale 8. ovvero 4 $\frac{1}{4}$. Si così è 12. cos. e $\frac{1}{3}$ dariano 100. per la maggior valuta, e per la minore 56 $\frac{2}{3}$ da quali numeri levando da ciascuno il m. 36. resta 64. e 20 $\frac{2}{3}$. E perchè il quad. d' 8. ed il quad. di 4 $\frac{1}{4}$ fanno 64. il primo, e 20 $\frac{2}{3}$ l' altro, però l' operazione è buona.

Quanto poi il cavare il lato, o radice da quelle Equazioni, nelle quali la maggiore dignità viene denominata da doppio carattere, per regola generale si cava sempre prima la radice quadra, come se l' Equazione fosse di

quadrato eguale a coſ. e núm. in uno de' tre predetti modi, e poi dall' ultimo evento (razionale, o irrazionale, che ſia) ſi cava la radice, indicata dal ſecondo nome, o carattere d' eſſa dignità. Per eſempio. Sia 1. qu. qu. eguale a 171. m. 10. q. La metà de' qu. è 5. il quadrato del quale è 25. al qual quadrato aggiugnendovi il num. aſſoluto 171. fa 196. la cui radice quadra è 14. Da queſta radice 14. ſi cava la metà de' quadrati per eſſere notati col ſegno del m. e reſta 9. Ora dico, che la radice quadrata di 9. cioè 3. è la valuta della coſa.

Di più. Sia 1. qu. cu. eguale a 4. cu. p. 32. Il quadrato della metà de' cubi è pur 4. quale giunto col numero dell'Equazione, fa 36. la cui radice quadra è 6. alla quale giugnendovi la metà de' cub. (per riſpetto del p. che rappreſentano) s' avrà 8. Ora dico, che la R. cub. di 8. (cioè 2.) è la valuta della coſa. Nè vi paja ſtrano, perchè volendo, per eſempio, cavare la R. qu. cu. da 64. cavando prima la R. qu. tal radice, o lato, riuſcirà un cub. cioè 8. 8. che di neceſſità converrà poi cavare da eſſo lato quadro la R. o lato cubo, o altro, che ſia, ma nel caſo noſtro tal cubo è 2. Cubiſi il quad. di 2. che farà 64.

D' un altro modo per trovare il lato quadro.

1 AL qual di tutto il num. delle coſe s' aggiugne, o da eſſo ſi leva il quadruplo del numero aſſoluto, ſecondo che ſarà notato col ſegno di più, o meno.

2 Alla radice quadra della ſomma, o del reſto s' aggiugne, o ſi leva il numero delle coſe, ſecondo ne inſegna il carattere di più, o di meno; il che fatto, la metà della ſomma, o del reſto ſarà la valuta della coſa. Queſta regola è comodiſſima, quando il numero delle coſe è diſparo, o congiunto con rotto.

Regola ſpecialiſſima per trovare il lato, o radice, aſſine di eguagliare le quantità.

DOvendoſi trovare il lato di quad. coſ. e num. biſogna, che li quad. ſiano ridotti ad un ſol quadrato. La ſua Regola è queſta. Si partono per mezzo le coſe, che ſempre riuſcirà num. ſemplice, perchè la coſa rappreſenta la radice del quad. per num. qual num. ſi uniſce col lato del quad. ed è finita l'operazione, Per eſempio, ſia 1. qu. p. 4. c. p. 4. Volendo il lato quad. di queſte tre quantità, s' opera come ſopra. Il lato d' un quadrato è ſempre 1. coſ. la metà delle coſe è 2. di ſemplice num. Sicchè il cercato lato, o radice quadra delle propoſte quantità è 1. coſ. p. 2

1. coſ. p. 2

1. qu. p. 4. coſ. p. 4

Che ciò ſia il vero, à quadrare detto lato, ne ritorneranno preciſamente le tre prime quantità, come ſi vede.

Ma notate. Se la quadratura del lato ha da dare preciſamente le tre propoſte quantità, biſogna che il numero ſia preciſamente eguale al quadrato della metà delle coſe (come è accaduto nel preſente eſempio) ma ſe tal num. ſarà più, o meno, converrà levargli, ovvero aggiugnergli tanto, che baſti. Per eſempio. Voglio il lato quadro d' un qu. p. 8. coſ. p. 5. operando, come ſopra, queſto lato ſarà 1. coſ. p. 4. ma perchè il quadrato della metà delle coſe ſa 16. perciò al num. 5. biſogna aggiugnervi 11. Dirò adunque. Se ad 1. p. q. 8. coſ. p. 5. s' aggiugnerà 11. il ſuo lato, o radice ſarà 1. coſ. p. 4.

Di più. Voglio il lato d' 1. qu. p. 6. coſ. p. 12. Queſto lato è 1. coſ. p. 3. ma perchè il quadrato della metà delle coſe è ſolamente 9. però il num. è troppo gagliardo. Dirò

adunque. Se da 1. qū. p. 6. cos. p. 12. si levarà 3. resterà 1. qu. p. 7. cos. p. 9. il cui lato è 1. cos. più 3.

L'istesso ordine, e cautela s'osserva circa il meno. Sia 1. qu. men. 6. cos. p. 8. il suo lato sarà 1. cos. m. 3. La quadratura del lato è 1. q. m. 6. cos. p. 9. se si deve aggiugnere 1.

Sia parimente 1. quad. m. 6. cos. m. 15. Il lato di questa propositione è 1. cos. men. 3. Ma perchè quadrando questo lato proposto fa 1. q. m. 6. cos. p. 9. però da questa quadratura ne cavo il proposto 1. qu. m. 6. cos. m. 15. e mi resta p. 24. Dirò dunque. Se ad 1. qu. m. 6. cos. m. 15. s' aggiugnerà 24. s' avrà 1. qu. m. 6. cos. più 9. ed il suo lato sarà 1. cos. m. 3.

Lato delle tre proposte quantità	1. cos men. 3.
	1. cos. men. 3.
Quadratura del lato	1. qu. men. 6. cos. p. 9.
Quantità proposte	1. qu. men. 6. cos. m. 15. da sottrarsi.
Resta	p. 24.

Chi possiede bene questa regola, e chi l' ha molto famigliare, facilissimamente troverà il lato, e tirerà in luce qualsivoglia equazione composta, o diminuta, risolubile per li tre Capitoli composti, e per la Regola generale del P. Claudio, con questo solo avviso, cioè, che anco la maggiore dignità dell' Equazione sia denominata dalla sola Unità, e nell' istesso estremo seco abbia unite le cose, o qualsisia altra dignità, che nell'operare viene riputata per cosa. Or veniamo alla pratica, e serviamoci di esemplare, e per modello delle medesime Equazioni, che ci siamo serviti di sopra, acciò meglio spicchi la verità di questo eccellente operare &c.

Primo Cap. composto 1.q.p.6.cos. eguali a 16. La co. val. 2.
Lato del primo estremo 1. cos. p. 3.
1. cos. p. 3.

Suo quadrato 1. qu. più 6. cos. p. 9. eguale a 25.
Lati, o Radici 1. cos. più 3. eguali a 5.

Or pratichiamo questa Equazione. Il lato di 1. qua. p. 6. cos. è 1. cos. p. 3. Quadrando questo lato, ne viene 1. qu. p. 6. cos. p. 9. ma perchè dovria essere solamente 1. qu. più 6. cos. però al secondo estremo dell' Equazione, bisogna aggiugnervi 9. il che fatto il 16. diventa 25. Sicchè 1. qu. più 6. cos. p. 9. sarà eguale a 25. Cavando il lato, o radice dall' uno, e l' altro estremo s' avrà 1. cos. più 3. eguale a 5. Finalmente levando da ogni parte il 3. superfluo, s' avrà 1. cos. eguale a 2. Adunque la cosa vale come per l' altre Regole &c.

Secondo Cap. comp. 1.q. eguale a 3. cos. p. 70. La cos. val 10.
Ridotta a segno d'Equazione 1.q.m.3.cos. s'eguaglia a 70.
Lato del primo estremo 1. cos. men. 1 $\frac{1}{2}$.
1. cos. men. 1 $\frac{1}{2}$.

Suo quad. 1. qu. men. 3. cos. p. 2 $\frac{1}{4}$ eguale a 72 $\frac{1}{4}$.
Lati, o R. degli estremi 1. cos. men. 1 $\frac{1}{2}$ eguale a 8 $\frac{1}{2}$.
Ristorato quel men. 1 $\frac{1}{2}$ s' avrà 1. cos. eguale a 10. Adunque la cosa val 10. come per l' altre due Regole. Perchè la quadratura del lato supera il primo estremo di 2 $\frac{1}{4}$ però 1. $\frac{1}{2}$ s' è giunto al 70. del 2. estremo. [8. ovvero 4 $\frac{1}{2}$.

Terzo Cap. comp. 1.q.p.36. eguale a 22 $\frac{1}{2}$ cos. La cosa val.
Aggiustata l'Equaz. 1.q.m. 12 $\frac{1}{2}$ cos. p. 36. s' eguaglia a 0.
Lato del pri. estremo 1. cos. men. 6 $\frac{1}{4}$.
1. cos. men. 6 $\frac{1}{4}$.

Suo quad. 1. q. men. 12 $\frac{1}{2}$ cos. p. 39 $\frac{1}{16}$ eguale a 3 $\frac{1}{16}$.

La-

Lati, o radice degli estremi 1. cos. men. 6 $\frac{1}{4}$ eguale a 1 $\frac{3}{4}$. Ristorato quel men. 6 $\frac{1}{4}$ s' avrà 1. cos. eguale a 8. Adunque la cosa vale 8. come per l' altre due Regole. Perchè la quadratura del lato supera il primo estremo, già aggiustato di 3 $\frac{1}{16}$ però 3 $\frac{1}{16}$ s' è posto dalla parte del o. acciò l' Equazione resti sempre equilibrata.

Ma notate. Ogni volta, che tutti e tre li termini uniti in un' istesso estremo s' eguagliano al o. come è accaduto in questa Equazione, tale Equazione avrà due numeri, che soddisfano alla domanda, uno maggiore, e minore l' altro. Il maggiore è il poco fa trovato.

Per avere il minore, basta a sotrarre semplicemente quel 1 $\frac{3}{4}$ [lato del secondo estremo] da quel men. 6 $\frac{1}{4}$ perchè resterà 4 $\frac{1}{2}$ per cercato num. Vero è, che il numinore alle volte non satisfa, ma bensì sempre il maggiore.

Di più. Sia 1. q. cu. eguale a 4. cu. p. 32. Aggiustata l' Equazione, col portare li 4. cub. dalla parte del quad-cub. s' avrà 1. quad. cub. men. 4. cos. eguali a 32.

Equazione aggiustata 1. q. men. 4. cub. eguali a 32.

Lato del primo estremo 1. cos. men. 2.

1. cos. men. 2.

Sua quadratura 1. q. men. 4. cos. p. 4. eguali 36.

Lati degli estremi 1. cos. men. 2. eguali a 6. Ristorando poi il men 2. s' avrà 1. cos. eguale a 8. Adunque 8. è il lato quadro dell' Equazione. Per avere la valuta della cosa basta dal lato quadro, cioè da 8. cavarne la radice cuba, il che fatto, la cosa vale 2. come per l' altra Regola pag. 6. Questo esempio serva per qualsivoglia quesito, risolubile come a pag. 4. Per cavarne il lato quadro s' opera sempre, come se l' Equazione fosse di quadrato, cosa, e numero, e poi dall' ultimo evento si cava la radice, denominata dalla seconda parte della maggiore dignità dell'

Equa-

quazione, cioè la radice quadra, o la cuba, o la qua-
ra quadrata, o la prima relata &c.

Del levare le Radici dagli estremi dell' Equazioni.

CAPITOLO VII.

Il miglior modo di levare le radici dall' Equazioni è il discompagnarle da qualsivoglia altra quantità, che sia a sua compagnia, il che si fa levando dette quantità all' uno, e l' altro estremo, se non in altra maniera, col rmine di più, o di meno [il che si può far sempre] ac-iò l' Equazione resti sempre eguale, e la R. resti sola in no degli estremi. Ciò fatto, si quadra l' uno, e l' altro stremo, con che l' Equazione si mette in istato di ridurla capitolo ordinario, ristorando li diminuti, e levando li perflui. Alla pratica.

Abbiasi 8.cos. eguali a 10.più R.U. [40.q. più 20.cos.) evando dall'uno, e l' altro estremo li 10.che sono in com-agnia della R.U. (40. q. più 20.cos.) s'avrà poi R.U.40. più 20. cos. egual a 8. cos.men.10.quad. l'uno, e l'altro stremo, e ne verrà 64.q.più 100.men.160.cos.egual a 40. uad.più 20.cos.Imperocchè quella R.(quasi legata)si scio-lie quadrandola, e produce precisamente quella quanti-l della quale lei è supposta R. e perchè detta R. è eguale a . Quad.men. 10. non si può dubitare, che li loro Qua-rati non siano parimente eguali. Ristorando, e levando superflui si riduce poi l' Equazione a capitolo ordina-io (che per essere chiaro, tralascio l' esemplificarne.)

Se le radici fossero col termine di meno, bisogna prima istorarla, il che fatto tal radice farà passaggio al termi-

ne

ne di più, si separa dall' altre quantità, e poi s' opera, c
me sopra.

Se in ambidue gli estremi fossero R. col termine di pi
prima d' ogni cosa si quadra l' uno, e l' altro estremo,
che fatto, la R. resta in un solo estremo, e poi s' opera, c
me sopra.

Ogni volta, che la cos. quad. o altra dignità s' eguag
al numero, e R. ovvero a R. sola, senza levare tal R. si pa
il numero, e R. o R. sola per le cos. Quadrati &c. E c
sì il Quociente sarà la valuta della cosa, Quadrato &
Per esempio. Siano 10. cos. eguali a 35. più R. 36
Dividasi 35. più R. 360. per 10. e ne veranno 3 $\frac{5}{2}$ più
$\frac{3}{4}$ per valuta d' una cosa.

Finalmente può accadere, che non si possino levare de
te radici, ed è quando, che operando, non si può ridu
l' Equazione a capitolo ordinario.

Del levare li Rotti dall' Equazioni.

CAPITOLO VIII.

I Rotti si lasciano vedere nelle Equazioni dal pa
tire numero per dignità Algebratica, ovvero d
partire una dignità minore per un' altra dignità ma
giore, il che non si può fare, se non in forma di rotto
Ogni volta adunque, che il rotto sarà solo in uno deg
estremi, per levarlo, basta a moltiplicare il Denomin
tore del rotto con tutto l' altro estremo dell' Equazio
ne: perchè tal Prodotto sarà eguale al Numeratore di es
rotto. Per esempio. Se $\frac{156}{6. \text{ cos.}}$ fossero eguali a 15. più
cos. Operando, come ho detto, ne veranno 90. cos. pi
48. quadr. eguali a 150. Numeratore.

2 Se

2 Se nell' uno, e nell' altro estremo dell' Equazione saranno rotti solamente, si moltiplicano vicendevolmente in croce, come si costuma, quando si vogliono ridurre rotti ordinarj sotto una medesima denominazione, e che fatto, li Prodotti saranno eguali l' uno all' altro. Per esempio. Se $\frac{16}{2.\text{cos.}}$ fossero eguali a $\frac{49}{8.\text{q.p.}1.\text{cos.}}$ operando, come ho detto, s' avrà poi 26. qu. più 16. cos. eguali 80. cose.

3 Se in uno degli estremi col rotto saranno de' sani, levi dall' uno, e dall' altro estremo il sano, che si trova in compagnia del rotto, il che fatto l' Equazione è ridotta al primo esemplare, secondo la cui Regola operarai. Per esempio. Se 12. più $\frac{15}{1.\text{qu.}}$ fossero eguali a 12 cos. più 8. si levino dall' uno, e l' altro estremo li 12. che sono col rotto, e avrassi poi $\frac{15}{1.\text{qu.}}$ eguali a 12. cos. men. 4. Operando poscia secondo il primo esemplare, s' avranno poi 12. cub. men 4. Q. eguali a 15. Quì si ristori, e levino i superflui, che poi l' Equazione sarà ridotta a segno.

4 Finalmente se saranno rotti accompagnati con sani nell' uno, e l' altro estremo, si sottra un rotto dall' altro, secondo la Regola de' rotti ordinarj, riducendoli ambidue ad una medesima denominazione, col moltiplicarli in Croce. [avendo però l' occhio sempre alli Prodotti delle dignità Algebratiche.] Fatta tal sottrazione, il rotto resterà col sano in un solo estremo. Per levarlo, e per ridurre l' Equazione a segno, s' opera come nel precedente caso. Per esempio. Se 2. quad. più $\frac{15}{1.\text{cos.}}$ fossero eguali a 10. più $\frac{15}{2.\text{cos.}}$ Levando un rotto

dall'

dall'altro, come ho insegnato, s'avranno poi 2. qu
eguali a 10. più $\frac{5.\text{ qu.}}{13.\text{ cub.}}$. Nel resto s' opera, come
precedente terzo ammaestramento; si potria ancora rid
te li sani in rotti, e poi operare secondo la Regola
secondo ammaestramento.

Del degradare l' Equazioni.

CAPITOLO IX.

OGni volta, che nelle Equazioni non si trovi il nu
mero, bisogna degradare tal'Equazione. Il che s
fa partendo tutta l' Equazione per una delle minori di
gnità, che in quella si trovi, imperocchè, siccome a molti
plicare le dignità per l' Unità d' un' altra, s' ingrandisco
no, non nel numero, ma *Virtualiter*, cioè nell' ascenden
za di maggior dignità, così dividendole, calano, e s' ab
bassano, non di numero, ma di grado. Alla pratica. Ab
biasi 12. cub. più 18. cos. eguali a 50. cos. Io dico, che si
deve partire tutta l'Equazione per una sol cosa, il che
facendo, s' avrà poi 12. quad. più 18. cos. eguali a 50.
numero. Parimente. Se 15. qu. qu. p. 11. cub. fossero
eguali a 30. quad. Partendo tutta l' Equazione per un sol
quad. ne verrà 15. quad. p. 11. cos. eguali a 30. numero.
Ma quando nell' Equazione si trova il numero, tal'Equa
zione non si può degradare. Il numero è sempre neces
sario nell' Equazioni.

Avvisi considerabili.

1 PEr risolvere li quesiti si può fare la pòsizione so
pra una, o più cose. Sopra uno, o più quadrati,

ovve-

ovvero sopra una, o qual si sia altra dignità (accompagnata da numero, se piace, per maggior comodità;) ma pazzia riputarei l'opporsi a dignità alte, che altro, che fatica non apportano, potendo avere l'intento per il sol numero cos. e Qu. Fatta adunque la posizione sopra una, o più cos. bisogna poi maneggiarle secondo il tenore del Quesito, finchè s' arrivi a qualche Equazione, che nel resto s' opera poi come ne' proprj capitoli si è insegnato.

2 Quì rinfresco alla memoria, che trovata l' Equazione [se fa bisogno] conviene ridurla a segno, levando li superflui, ristorando, e dividendo tutta l' Equazione per il numero, o quantità della maggior dignità, che sia in essa, acciò in uno degli estremi tale dignità resti con la sola unità.

3 Ogni volta, che qualsivoglia dignità sola in un' estremo s' eguaglia al numero per regola ferma si parte il numero per tale dignità, e la R. del Quociente sarà la valuta d' una sol cosa. Per esempio. Se 5. cu. fossero eguali a 40. si parte il 40. per 5. e ne viene di Quociente 8. La cui R. cu. è 2. per valuta d' una sol cosa. Ma partendo il numero per le cose, il semplice Quociente è la valuta della cosa.

4 Di più. Ogni volta, che qualsisia dignità s' eguaglia alla dignità immediatamente inferiore a quella, si parte la minore per la maggiore, ed il Quociente sarà la valuta d' una sol cosa. Per esempio. Se 5. pri. rel. fossero eguali a 30. Qu. Qu. si parte il 40. per 5. ed il Quociente 6. sarà la valuta della cosa. Lo provo così, dicendo. Se 5. pri. rel. danno 30. Qu. Qu. che darà 1. cosa? Moltiplicando 1. cos. con 30. Qu. Qu. fa 30. pr. rel. quali divisi per 5. pr. rel. ne viene 6. di numero semplice, e per valuta d' una cosa.

Tali Quesiti si propongono alle volte, che difficilmente si possono ridurre a capitolo ordinario con una sol posi-

posizione, laonde conviene farne due di quantità differenti. Per esempio.

Trovami due numeri, che tanto faccia l' uno moltiplicato per 4. ed al Prodotto giuntovi 16. quanto l' altro moltiplicato per 8. e dal Prodotto levatone 4. e che il Prodotto d' uno nell' altro faccia 2. Il primo numero sia 2. cos. ed il secondo sia 1. tanto. Sicchè operando s' avrà 4. cos. più 16. eguali a 8. quantità, o tanti; perchè, siccome a moltiplicar cose per numero, ne viene cose, così a moltiplicare tanti per numero, nè verrà tanti. Ristorando l' Equazione, s' avranno poi 4. cos. più 20. eguali a 8. tanti. Ma per levarsi da i piedi li tanti, si partano le 4. cos. p. 20. semplicemente per li 8. tanti, ed il Quociente cioè $\frac{1}{2}$ sarà la valuta d' un sol tanto. Adunque il primo numero sarà 1. cos. e l' altro $\frac{1}{2}$ cos. più $2\frac{1}{2}$ Bisogna vedere, se il Prodotto d' uno nell' altro sia precisamente 12. Operando s' avrà $\frac{1}{2}$ quad. più $2\frac{1}{2}$ cos. eguali a 12. Finalmente riducendo l' Equazione ad un quadrato intero, s' avrà poi 1. quad. più 5. cos. eguali a 24. Capitolo primo composto. La cos. val. 3. per il primo numero, e perchè il secondo fu trovato essere $\frac{1}{2}$ cos. più $2\frac{1}{2}$ però tal numero sarà 4. e che sia il vero. Il primo moltiplicato per 4. ed al prodotto giuntovi 16. fa 28. Così parimente il secondo moltiplicato per 8. e dal Prodotto levando 4. resta 28. e moltiplicando l' uno per l' altro, fa appunto 12.

6 Finalmente mi occorre avvisare chi legge, che quando li termini dell' Equazione fossero di simil parti, tali eguagliamenti sariano irregolari, come se 8. quadrati più 4. cos. fossero eguali a 8. quadrati più 4. cos. E per essere meglio inteso: Trovami due numeri, che abbiano la proporzione, come di 2. a 3. che moltiplicato il primo per 6. faccia quanto fa l' altro

tro moltiplicato per 4. Per mantenere la proporzione, sia il primo numero 2. cos. e l'altro 3. cos. quali moltiplicati, come si è proposto s' avranno poi 12. cos. Laonde li cercati numeri saranno quei medesimi in che si oppone, e però è superfluo l' operare. Ma se in un' estremo sarà maggior quantità simile il quesito saria irresolubile, come chi dicesse, che 2. cos. e 3. cos. fossero moltiplicate per 5. le prime, e per 4. le seconde, e che li Prodotti fossero eguali, poichè operando s' avriano 10. cos. eguali a 12. cos. (il che non può essere.) Schisasi, o degradasi 10. cos. e 12. cos. ne verrà 10. eguali a 12. (cosa impossibile.)

Problemi Algebratici.

CAPITOLO X.

AVendo esposto, e dichiarato li principali fondamenti d' Algebra (scienza laboriosa, ma soavissima) bisogna venire alla pratica, acciò meglio s' imprimi nella mente. Cominciaremo da' Problemi più facili, e poi s' anderà ascendendo gradatim.

Nel risolvere li Problemi osservarò quest' ordine. Farò la posizione, ed opererò sino ad avere ridotto l'Equazione a capitolo ordinario (che in questo consiste la difficoltà) che doppoi è facil cosa l' operare, ed in ultimo dichiarerò la valuta della cosa, cioè la quantità cercata, e sotto a qual capitolo cadi ciascun problema. Perchè saria cosa troppo tediosa il volere tirar' a fine ciascun Problema.

Per essere questa scienza l' arte magna del calcolare, è necessario essere molto versato, e pratico nelle quantità, sì discrete, come continue, altrimente non s' avria modo

di sapere accomodare li quesiti nelle mani, come a suoi luoghi si motiverà.

Problema Primo.

Trovami un numero, dal quale levandone la metà, ed $\frac{1}{3}$ il resto sia 12.

Suppongo, che questo numero cercato sia 1. cos. Adunque 1. cos. [dal suo posto] sarà eguale al numero incognito. E siccome 1. cosa è la radice d' una Progressione Geometrica, principiante dall' Unità, così tutto l'Artificio Algebratico consiste in saper trovare, che sorta di Progressione ne dia il cercato numero, posto vicino all' Unità, cioè nel secondo luogo, poichè qualsivoglia numero sano, o rotto, ovvero sano, e rotto, può possedere il secondo luogo d' una Progressione Geometrica. Orsù. Di questo 1. cos. ne piglio $1\frac{1}{2}$ cos. e $\frac{1}{2}$ cos. quali sommati insieme, fanno $\frac{5}{6}$ cos. e questi $\frac{5}{6}$ cos. saranno eguali alla somma d' $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ del numero cercato. Cavando $\frac{5}{6}$ cos. da 1. cos. intero, mi resta $\frac{1}{6}$ cos. Adunque $\frac{1}{6}$ cos. sono eguali a 12. perchè 12. ne restò (dice il quesito) dopo d' averne levato $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{3}$. Trovata l' Equazione, secondo la Regola si parte 12. per $\frac{1}{6}$ e di Quoziente ne viene 72. La cos. vale 72. Cap. 1. semplice. Adunque 72. è quel numero dal quale levandone la metà, ed $\frac{1}{3}$ il resto è 12. e questo 72. posto nel secondo luogo d' una Progressione Geometrica, cominciante dall' Unità, starà come siegue.

1. 72. 5184. 373248. &c. L' Ascendente è 72.

Problema Secondo.

Trovami un numero, che moltiplicato per 7. ed al Prodotto giuntovi 50. faccia 302.

Sia 1. cos. che moltiplicato per 7. ed al Prodotto giunto 50. s' avranno 8. cos. più 50. eguali a 302. Levansi dall'

uno,

uno, e l' altro estremo quei più 50. e resteranno poi 7. cosa eguali a 252. Capitolo primo semplice. La cosa vale 36. E 36. appunto è il numero cercato.

Problema Terzo.

Trovinsi due numeri, che siano proporzionali, come 3. a 4. che moltiplicando il maggiore per 2. ed il minore per 5. li Prodotti uniti insieme facciano 46.

Uno di questi numeri sia 3. cos. e l' altro 4. cos. che moltiplicate insieme, e sommati li Prodotti, come si è proposto, s' avranno 23. cos. eguali a 46. Cap. 1. semplice. La cosa vale 2. E perchè la posizione fu fatta sopra 3. cos. e 4. cos. moltiplicasi 3. 4. cos. per 2. e s' avrà 6. e 8. per li cercati numeri.

Problema Quarto.

Trovasi un numero al quale aggiugnendo 30. e 90. le due somme siano fra loro in proporzione doppia.

Questo numero sia 1. cos. aggiugnendoli 30. per una parte, e 90. per l' altra, s' avrà poi 1. cos. più 30. ed 1. cos. più 90. Raddoppiasi 1. co. più 30. acciò sia in proporzione doppia all' altro, e s' avrà poi 2. cos. più 60. eguali a 1. cos. più 90. Levansi li superflui, e resterà 1. cos. eguali a 30. Capitolo primo semplice. La cosa vale 30. E questo è il numero cercato, al quale aggiugnendoli 30. s' avrà 60. e 120. in proporzione doppia.

Problema Quinto.

Trovami un numero, dal quale cavatone 30. e 90. il maggiore de' due residui sia quattro volte il minore.

Sia 2. cos. dal quale cavatone 30. e 90. resterà 1. cos. men. 30. ed 1. cos. men. 90. E perchè 1. cos. me. 90. determino per la parte minore, bisogna quadruplicarla. Il che facendo, si avranno poi 4. cos. men. 360. eguali a 1. cos. men. 30. Levando li superflui, e ristorando li diminuti, s' avranno

poi 3. cos. eguali a 330. La cosa val 110. per il cercato numero. Capitolo primo semplice.

Problema Sesto.

Trovami un numero, che cavato da 50. e da 200. il maggior residuo sia sei volte il minore.

Questo num. sia 1. cos. il quale cavato da 50. e da 200. resta 50. men. 1. cos. e 200. men. 1. cos. ed acciò il maggior sia sei volte il minore, moltiplicato per 6. il 50. men. 1. cos. e ne viene 300. men. 6. cos. eguali a 200. men. 1. cos. Levando li superflui, e ristorando &c. s' avranno poi 5. cos. eguali a 100. La cosa val 20. per il numero cercato. Capitolo primo semplice.

Problema Settimo.

Dividasi 100. in due parti tali, che il terzo d'una, ed il quinto dell' altra giunti insieme facciano 30.

La prima parte sia 3. cos. di necessità il suo terzo sarà 1. cos. e per conseguenza il quinto dell' altra parte sarà 30. men. 1. cos. acciò si verifichi, che $\frac{1}{3}$ d' una, ed $\frac{1}{5}$ dell'altra parte facciano 30. Ora, se 30. men. 1. cos. è il quinto della seconda parte 150. men. 5. cos. sarà il suo tutto. Unisconsi adunque insieme queste due parti, cioè 3. cos. e 150. men. 5. cos. e s' avrà poi 150. men. 2. cos. eguali a 100. Levando poscia li superflui, e ristorando li diminuti s' avranno finalmente due cos. eguali a 50. La cosa val 25. E perchè la prima parte fu supposta 3. cos. tal parte sarà 75. e l' altra il resto fino a 100. cioè 25. Piglia un terzo di 75. e un quinto di 25. che appunto saranno 30. Capitolo primo semplice.

Problema Ottavo.

Dividasi 200. in due parti, o numeri, e poi di nuovo si torni a dividere in due altre parti, o numeri, tal chè il maggiore della prima divisione sia in proporzione doppia col minore della seconda divisione, ed il maggiore

della

ella ſeconda diviſione, ſia in proporzione trippla con il minore della prima.

Il minore della ſeconda diviſione ſia 1. coſ. il maggiore della prima ſarà 2. coſ. e di ragione il ſuo minore ſarà 200. men. 2. coſ. e perchè il maggiore della ſeconda diviſione deve eſſere tre volte il minore della prima, perciò tal parte, o numero ſarà 600. men. 6. coſ. Reſta, che la ſomma delli due numeri, o parti della ſeconda diviſione ſiano 200. ma perchè ſono 600. men. 5. coſ. ne ſiegue, che 600. men. 5. coſ. eguali a 200. Levando li ſuperflui l' Equazione reſta 5. coſ. eguali a 400. Capitolo primo ſemplice. La coſa vale 80. Sicchè il numero minore della ſeconda diviſione ſarà 80.

Prima diviſione 160 — 40
Secon. diviſione 120 — 80

ed il maggiore della prima farà 160. gli altri due il reſiduo fino a 200. e ſono queſti.

Problema Nono.

Trovami un numero dal quale cavandone il terzo, e da quel, che reſta, cavandone il quarto, e dal ſecondo reſto cavandone il ſeſto, e l' ultimo reſto ſia 140.

Queſto numero ſia 1. coſ. cavandone $\frac{1}{3}$ reſtano $\frac{2}{3}$ coſ. da queſto $\frac{2}{3}$ coſ. cavandone $\frac{1}{4}$ [ch' è $\frac{1}{6}$ coſ.] reſta $\frac{1}{2}$ coſ. E da queſto $\frac{1}{2}$ cavandone $\frac{1}{6}$ ch' è $\frac{1}{12}$ coſ. reſtano $\frac{5}{12}$ coſ. eguali a 140. La coſa val 336. per il numero cercato. Primo Capitolo ſemplice.

Problema Decimo.

Trovinſi due numeri, che il primo pigliandone 30. impreſtito dal ſecondo, ſia doppio al reſtante del medeſimo ſecondo, ed il ſecondo pigliandone 50. dal primo, ſia poi tripplo al reſtante del primo.

Il ſecondo di queſti due numeri ſia 1. coſ. più 30. acciò dandone 30. al primo, egli reſti con 1. coſ. il pri-

mo sarà 2. cos. men. 30. acciò ricevendo 30. dal secondo, sia poi doppio al residuo d' esso secondo, che restò con 1. cos. Resta, che il secondo ricevendo 50. dal primo, sia tripplo al residuo del medesimo primo. Ma se il primo dà 50. al secondo, egli resta con 2. cos. men. 80. ed il secondo diviene un cos. più 80. Triplichiamo quel 2. cos. men. 80. e s' avranno poi 6. cos. men. 240. eguali a 1. cos. più 80. Levando li superflui, e ristorando li diminuti, l'Equazione restera 5. cos. eguali a 320. la cos. vale 64. Il primo numero sarà 98. il secondo 94. Cap. 1. semplice.

Problema Undecimo.

Trovami due numeri, che 1. sia 4. più dell' altro, e che il quad. del maggiore sia 32. più del quad. del minore.

In simili quesiti il minor num. si ponga essere una cosa, meno la metà della differenza fra essi numeri, però il minore sia 1. cos. men. 2. ed il maggiore sarà 1. cos. più 2. Quadrinsi questi 2. supposti numeri, e si cavi l' uno dall' altro, il che fatto, resteranno 8. cos. e perchè dovria restare 32. perciò 8. cos. saranno eguali a 32. La cosa vale 4. Sicchè il primo numero sarà 2. ed il secondo 6. Capitolo primo semplice.

La Regola di simili quesiti è questa, si parte il determinato numero (cioè nel caso proposto il 32.) per il doppio del 4. (dato numero, cioè per 8.) e dal Quociente 4. cavando la metà del dato numero, cioè 2. s' avrà il minore de' cercati numeri, che saria pur 2. ed aggiugnendo a detto Quociente essa metà, tal somma sarà il numero maggiore, che parimente saria 6. Ma se dal suddetto Quociente non si potesse cavare la metà del dato numero, tal quesito non si potria risolvere. E ciò servi d' avviso.

Problema Duodecimo.

Dividasi 20. in due parti tali, che l' eccesso de' loro quadrati sia 120.

Una

Una parte sia 10. più 1. cos. che l' altra sarà 10. men. 1. cos. Quadrando queste due parti, s' avranno questi due Quad. 1. Quad. più 20. cos. più 100. ed 1. Quad. men. 20. cos. più 100. cavando l' uno dall' altro, il suo eccesso, o residuo è 40. cos. eguali a 120. La cosa vale 3. La parte che fu supposta 10. men. 1. cos. sarà 7. L' altra 13. Capitolo primo semplice.

Problema Terzodecimo.

Trovami tre numeri, che il primo col secondo faccia 20. Il secondo col terzo faccia 30. Ed il terzo col primo faccia 40.

Il primo sia 1. cos. Il secondo sarà 20. men. cos. Il terzo sarà 10. più 1. cos. [acciò col secondo faccia 20.] ed il primo col terzo sarà 2. cos. più 10. Ma perchè dovria essere 40. però 2. cos. più 10. sono eguali a 40. Levando li superflui, 2. cos. restano eguali a 30. La cosa val 15. Il primo numero è 15. Il secondo 5. Il terzo 25. Capitolo primo semplice.

Problema Quartodecimo.

Trovami due numeri, che il quadrato d' uno sia 96. più del quadrato dell' altro.

Il lato d' un quadrato sia 1. cos. ed il lato dell' altro sia 1. cos. più 8. (quì s' aggiugne un numero *ad libitum*, acciò il suo quadrato sia meno di 96.) Quadrinsi questi due lati, e si cavi un Quadrato dall' altro, che resterà 16. cos. più 64. eguali a 96. Levato il 64. superfluo, resteranno 16. cos. eguali a 32. La cosa val 2. Sicchè il primo numero sarà 2. l' altro 10. Li quadrati de' quali sono 4. e 100. cioè 96. più dell' altro. Capitolo primo semplice.

Problema Quintodecimo.

Uno deve dare ad un' altro Scudi 528. con quest' ordine, che il primo Mese li dia un sol Scudo, il secondo ne dia due, e così ogni Mese vadi crescendo

uno Scudo. Dimando. In quanti Mesi pagherà tutta la somma?

Simili quesiti non vogliono altro inferire, se non, trovarmi un numero, al quale giuntovi sopra l' Unità, e tal somma moltiplicata per la metà di esso numero, faccia 528. e ciò nasce per l' eccidenza della regola del sommare le Progressioni Aritmetiche 203. Ora questo numero sia 1. cos. Aggiugnendovi l' Unità sarà 1. cos. più 1. qual somma moltiplicandola per la metà d' esso numero, cioè per $\frac{1}{2}$ cos. s' avrà poi $\frac{1}{2}$ quad. più $\frac{1}{2}$ cos. eguali a 528. (numero de' Scudi.) Quì bisogna ridurre l'Equazione ad un quad. partendòla tutta per il numero de' quadrati, cioè per $\frac{1}{2}$ quad. il che fatto, s' avrà poi 1. quad. più 1. cos. eguali a 1056. (poichè il numero da partirsi per metà, si raddoppia.) Sicchè l'Equazione è ridotta al primo capitolo composto. Operando secondo la sua Regola, la cosa val 32. e così in 32. Mesi avrà pagati li Scudi 528.

Problema Sestodecimo.

Da Roma a Milano siano miglia 360. Due Pellegrini si partono nell' istesso punto, uno da Roma, per andare a Milano, e l' altro da Milano, per andare a Roma, e fanno ambidue la medesima strada. Quello, che parte da Roma fa il primo giorno 6. miglia, il secondo 12. e il terzo ne fa 18. e così ogni giorno cresce 6. miglia. L'altro, che parte da Milano fa il primo giorno 4. miglia, il secondo 8. il terzo ne fa 12. e così ogni giorno cresce 4. miglia. Dimando, in quanti giorni s' incontreranno insieme questi due Pellegrini? E quando si saranno incontrati, e quante miglia avrà fatto ciascun di loro.

La risoluzione di simili quesiti sta fondata sopra l' evidenza di quella Regola, per trovare la quantità dell'ultimo termine d'una Progressione Aritmetica, e sopra di quell'altra del sommare detta Progressione, carte 225. e 228.

Sup-

Supponiamo, chè li due Pellegrini s' incontrino in 1. coſ. di giorni. Queſt' 1. coſ. di gior. rappreſenta la quantità de' termini d'una Progreſſione in aſtratto, cioè la quantità di giorni, che ſpenderanno ad incontrarſi. Per ſapere il viaggio, che in detto tempo avrà fatto quello, che parte da Roma, biſogna prima trovare il viaggio, che farà l' ultimo giorno, cioè quando s' incontrerà con l'altro Pellegrino. E per ſaperlo da 1. coſ. levo l'unità [ſecondo la regola generale, per trovare la quantità dell' ultimo termine] e mi reſta 1. coſ. m. 1. qual reſto ſi moltiplica per il numero aſcendente, cioè per 6. e ne viene 6. coſ. m. 6. al qual Prodotto giuntovi il primo termine, cioè il viaggio del primo giorno, s' avrà poi in tutto 6. coſ. per il viaggio dell' ultimo giorno. Fatto queſto, biſogna ſommare la Progreſſione, e però a 6. coſ. aggiungo di nuovo il primo termine, cioè 6. ed avrò 6. coſ. più 6. le quali 6. coſ. più 6. moltiplico per $\frac{1}{2}$ coſ. cioè per la metà de' termini in che in aſtratto m' appoſi, e così avrò 3. Quad. più 3. coſ. per tutte le miglia, che avrà fatto il ſuddetto Pellegrino, che parte da Roma, quali ſi ſerbano da parte.

Il Pellegrino, che parte da Millano (operando come ſopra) in 1. coſ. di giorni avrà fatto 2. quad. più 2. coſ. che uniti con gli altri, fanno 5. q. più 5. coſ. eguali a 360. Aggiuſtando l' Equatore, ſecondo la Regola del primo capitolo compoſto. La coſa valerà 8. E così concludo, che li due Pellegrini s' incontreranno in 8. giorni, per ſapere il viaggio, che ciaſcuno avrà fatto in detto tempo, baſta a trovare il viaggio, che l'uno, e l' altro ha fatto l' ottavo giorno, cioè l' ultimo di otto termini della Progreſſione, rappreſentata in quelli 8. giorni. Il che fatto, e ſommata la Progreſſione in riguardo all' uno, ed all' altro Pellegrino, ſi troverà, che quello, che partì da Roma, avrà fatto miglia 216. e l' altro

144. che unite insieme fanno precisamente 360. è però sta bene.

Ma se le miglia fossero per esempio 370. s' unisce insieme il viaggio, che fariano il nono giorno i due Pellegrini (che nel caso nostro sono 90. miglia) e poi si dice. Se 90. miglia si fanno in ore 24. in quant' ore si faranno 10. miglia [cioè il sopra più delle 360. fatte in 8. giorni interi.] Operando si fariano in ore 2. minuti 40. e così in giorni 8. ore 2. minuti 40. s' incontreriano li due Pellegrini, se le miglia fossero 370.

Problema Decimosettimo.

Uno piglia una Casa in affitto per Scu. 60. all' Anno. Ma prima d' entrare in casa sborsa al Padrone d' essa Scu. 200. ed egli all' incontro s'obbliga scontarli nel fitto, con utile di 5. per 100. all' Anno, e di lasciarlo in Casa, finchè li 200. Scudi siano scontati del tutto. Dimando, quanto l'affittuario goderà la casa?

Si fa così. In capo al primo Anno li Scudi 200. col suo frutto diventano 210. cioè crescono la ventesima parte del capitale, ma pagati li Scu. 60. del fitto restano 150. Questi 150. in capo al secondo Anno, a 5. per 100. faranno 157 $\frac{1}{2}$ de' quali pagando il fitto, restano 97 $\frac{1}{2}$. Questi a 5. per 100. nel fine del del terzo anno faranno 102 $\frac{3}{4}$ ma scontando il fitto restano solamente 42 $\frac{3}{4}$. E perchè si vede, che non può star più in Casa un' Anno intero, per sapere quanto vi deve dimorare, si fa la posizione Algebratica così. Suppongo, che vi abbia da stare un cos. d'Anno, e poi dico. Se un' Anno paga di fitto Sc. 60. quanto pagherà un cos. d'Anno? Pagherà 60. cos. di Scudo. Fatto questo, bisogna vedere quanto meritano quei Scudi 42 $\frac{3}{4}$ in un'Anno. Trovo, che meritano Scudi 2 $\frac{19}{180}$ e poi di nuovo dico. Se nel corso di un'Anno Scudi 42 $\frac{3}{4}$ meritano Scudi 2 $\frac{19}{180}$ quanto meriteriano in un cos. d'Anno. Meri-

teran-

teranno 2 $\frac{19}{180}$ cosa di Scu. quali uniti col suo capitale faranno in tutto Scu. 42 $\frac{3}{7}$ più 2 $\frac{19}{180}$ cosa tra merito, e capitale. La qual somma s'eguaglia a 60. cosa di Scudo, cioè a quello, che ha da pagare di fitto in una cosa d' Anno. Levando li superflui, l' Equazione resterà 42 $\frac{3}{7}$ eguali a 57 $\frac{191}{180}$ cos. Capitolo primo semplice. La cosa vale $\frac{2260}{191}$. E tante parti d' un' Anno deve stare in Casa in riguardo a quei Scu. 42 $\frac{3}{7}$ e suo merito, le quali parti, per tirarle in giorni, si fa così. Si moltiplicano 365. giorni d' un' Anno per il Numeratore, ed il Prodotto si parte per il Denominatore, e così il Quociente sarà la quantità de' giorni, contenuti in quel rotto (e sono questi) giorni 267. ore 5. min. 13 $\frac{9}{1167}$. Si conclude adunque, che il Fittuario deve stare in Casa Anni 3. Mesi 8. giorni 27. ore 5. minuti 13 $\frac{9}{1167}$.

Problema Decimottavo.

Due fanno Compagnia. Il primo mette una quantità di denari, ed il secondo ne mette quattro tanti del primo. Guadagnano tanto per cento, quanto è il capitale, e guadagnano Scudi 800. Dimando, quanto pose ciascuno di loro nella compagnia?

Abbia posto il primo 1. cos. che l' altro avrà messo 4. cos. Sicchè fra tutti e due avranno 5. cos. di capitale. E perchè guadagnano tanto per 100. quanto è il loro capitale. Adunque guadagnano 5. cos. per 100. e però si dice. Se 100. di capitale mi dà 100. più 5. cos. tra capitale, e guadagno. Che mi darà 5. cos. di capitale? Darà 5. cos. più $\frac{1}{4}$ quadrato tra capitale, e guadagno nel fine della compagnia, e queste 5. cos. più $\frac{1}{4}$ quadrati sono eguali a Scu. 800. Aggiustando l' Equazione, s' avranno 20. cos. più 1. quadrato eguali a 3200. Capitolo primo composto. La cosa val R. 3300. men. 10. Sicchè il primo pose

nella

nella compagnia Scudi R. 3300. men. 10. e l'altro quattro tanti, cioè Scudi R. 52800. men. 40.

Problema Decimonono.

Due fanno compagnia, uno mette una Gioja, e l' altro Scudi seicento, e guadagnano Scudi cinquecento. A quello della Gioja toccò tra capitale, e guadagno Scudi ottocento, ed all'altro il resto. Dimando, quanto valse la Gioja?

Vaglia 1. cos. di Scudi con li 600. del compagno si avrà 1. cos. più 600. per capitale di tutti e due, al quale aggiugnendovi li Scudi 500. del guadagno, arriverà alla somma di 1. cos. più 1100. dalla qual somma levando li Scudi 800. toccarono a quello della Gioja, resterà 1. cos. più 300. tra capitale, e guadagno per l' altro compagno, e poi dico. Se a quello, che mette Scudi 600. di capitale, tocca 1. cos. più 300. tra capitale, e guadagno, che tocherà a 1. cos. capitale, di quello, che pose la Gioja? Operando gli tocherà 1 $\frac{1}{600}$ quadrato più $\frac{1}{2}$ cos. tra capitale, e guadagno, eguale alli 800. Scudi, che da principio si dice toccarli. Eguagliando l' Equazione, s' avrà 1. quad. più 300. cos. eguale a 480. 000. Cap. 1. composto. La cosa val R. 502. 500. men. 150. E tanto valse la Gioja, cioè Scudi R. 502. 500. men. 150.

Problema Vigesimo.

Quattro compagni fanno compagnia. Quanto ponesse ciascun di loro nel negozio, non lo sò, nè meno quanto guadagnassero. So bene, che $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ del capitale de' due primi compagni era eguale ad $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{8}$ degli altri due compagni, e fra tutti e quattro arrivarono alla terza parte del guadagno. Di più. Non sò quanto toccasse a ciascuno del guadagno, so bene, che avevano debiti l' uno con l' altro, e che il primo dando al secondo la terza parte

del

del ſuo guadagno, il ſecondo dando al terzo la quarta parte, il terzo dando al quarto la quinta parte, ed il quarto dando al primo la ſeſta parte del ſuo guadagno, dopo l'aver dato, e ricevuto ciaſcuno [come ſopra] reſtorno eſtinti tutti li debiti, e ciaſcuno ſi trovò con egual quantità di Scudi. Dimando. Quanto guadagnarono fra tutti? Quanto toccò a ciaſcun di loro. Che debito avevano fra eſſi? E quanto poſero nella Compagnia li due primi compagni, e quanto gli altri due? (queſtì è un queſito capricciоſo!)

Si ſupponga adunque, che al primo compagno ſia toccato del guadagno 3. coſ. Al ſecondo ſia tocato un numero *ad libitum*, diviſibile per 4. ſenza rompere l'Unità (e ſia 12.) Se il ſecondo dà la quarta parte al terzo compagno, egli reſta ſolamente con 9. e ricevendo dal primo compagno la ſua terza parte, avrà poi il ſecondo compagno 1. coſ. più 9. (e tanto dovriano avere gli altri compagni.) Il primo, che s'è privato d' $\frac{1}{3}$ e reſtato ſolamente con 2. coſ. ed acciò ſia eguale al ſecondo, biſogna, che ricevi dal quarto compagno 9. men. 1. coſ. (per il ſeſto, che li deve dare) ma ſe 9. men. 1. coſ. 1. la ſeſta parte del quarto compagno, tutto il ſuo guadagno ſarà 54. m. 6. coſ. Per avere data la 6. parte al primo compagno, egli reſta ſolamente con 45. m. 5. coſ. Sicchè per avere 1. coſ. più 9. [come ha il ſecondo compagno] biſogna, che ricevi dal terzo compagno 6. coſ. men. 36. (per la quinta parte, che li deve dare.) Adunque tutto il guadagno del terzo compagno ſarà 30. coſ. men. 180. ma per aver dato un quinto al quarto compagno, egli reſta con 24. coſ. men. 144. E ricevendo dal ſecondo il ſuo quarto, cioè 3. avrà poi 24. coſ. men. 141. ma perchè dovria avere ancor lui 1. coſ. più 9. (come gli'altri) dunque 24. coſ. men. 141. ſarà eguale a 1. coſ. più 9. Levando li ſuperflui,

e riſtorando li diminuti, l' Equazione ſarà 23. coſ. eguali a 150. Cap. ſemplice. La coſa val $6\frac{12}{23}$.

Se la coſa val $6\frac{12}{23}$. Adunque al primo compagno tocca del guadagno $\frac{456}{23}$. Al ſecondo $\frac{276}{23}$. Al terzo $\frac{360}{23}$ ed al quarto $\frac{342}{23}$. Ma per fuggire il rotto nel far l' eſperienza laſciamo da parte il Denominatore, e ſerviamoci ſolamente de' Numeratori perchè li ſottoſcritti numeri indicaranno il guadagno di ciaſcun compagno con le particolarità ricercate. E ſupponiamo, che ſiano Scudi.

Primo Compagno	450	Secondo Compagno	276
Un terzo	150	Un quarto	69
Reſto	300	Reſto	207
Per $\frac{1}{6}$ del quarto	57	Per $\frac{1}{3}$ del primo	150
Primo	357	Secondo	357
Terzo Compagno	360	Quarto Compagno	342
Un quinto	72	Un Seſto	57
Reſto	288	Reſto	285
Per $\frac{1}{4}$ del ſecondo	69	Per $\frac{1}{5}$ del terzo	72
Terzo	357	Quarto	357

Ecco verificato, che dando, e ricevendo ciaſcuno come ſi propoſe reſtano eguali. La ſomma di tutto il guadagno fu Scudi 1428. Per $\frac{1}{3}$ n' abbiamo 476. e tanto fu il capitale de' quattro Compagni. Volendo ſapere il capitale preciſo de' due primi compagni inſieme, e quello degli altri due terzo, e quarto, biſogna fare di 476. due parti tali, che $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ d' una ſia eguale ad $\frac{1}{2}$ dell'altra, e tutte e due inſieme facciano 476. Biſogna dunque, o fare una poſizione Algebratica doppia [come a car. 328. Avviſo 5.] ovvero operando (ed è meglio) come a car. 187.

Que-

Quesito 5. Io ho fatto il calcolo, e trovo, che li due primi compagni posero nel negozio fra tutti e due Scudi 183. $\frac{12}{17}$ e gli altri due Scudi 292 $\frac{16}{17}$. Se ne fa la prova, perchè $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ di 183 $\frac{12}{17}$ è tanto, quanto fa $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ di 292 $\frac{16}{17}$ e fra tutti e due danno 476. &c.

Problema Vigesimoprimo.

Tre fanno compagnia. Il primo mette scudi 200. ed un Rubino. Il secondo mette scudi 800. e un Diamante di tal valore, che moltiplicando la sua valuta con li Scudi 200. del primo, fa tanto, quanto fa a moltiplicare il Rubino del primo con li Scudi 800. del secondo. Ed il terzo mette tanto, quanto è il Prodotto della moltiplizione del Rubino nel Diamante, e guadagnano Scudi 2400. de' quali al primo toccano Scudi 260. S' addimanda, quanti ne tocca a ciascuno degli altri due compagni, quanto valesse il Rubino, e quanto pose il terzo nella compagnia?

Vaglia il Rubino 1. cos. di Scudo, quale moltiplicato con li Scudi 800. del secondo compagno fa 800. cos. le quali divise per li Sudi 200. del primo, di Quociente ne viene 4. cos. di scudo, per il valore del Diamante. Moltiplicando questo valore del Diamante, col valore del Rubino, ne verrà 4. quadrati per tutto il valore, che pose il terzo compagno nella compagnia. Fatto questo s' unisconо insieme questi tre Capitoli, cioè, Scu. 200. più 1. cos. del primo, Scudi 800. più 4. cos. del secondo, e Scudi 4. quadrato del terzo, che in tutto fanno Scudi 1000. più 5. cos. più 4. quadrati, e poi si dice, se Scudi 1000. più 5. cos. più 4. quadrati di capitale guadagnano Scudi 2400. Quanti ne toccaranno a Scudi 200. più 1. cos. capitale del primo compagno? Operando

li toccarà $\frac{480.000. \text{ più } 2400. \text{ cos.}}{1.000. \text{ più } 5. \text{ cos. più } 4. \text{ qu.}}$ eguali a 260. [Scudi,

che

che da principio si dice, che pur toccarono al primo. Bisogna levare il rotto, moltiplicando il Denominatore per 260. (estremo secondo dell' Equazione) e si avrà 480. 000. più 2400. cos. eguali a 260. 000. più 1300. cos. più 1040. quad. Levando li superflui, e riducendo l' Equazione ad un sol quadrato, si avrà finalmente 211 $\frac{7}{11}$ più 1 $\frac{3}{17}$ cos. Eguali ad un quadrato. Capitolo secondo composto. La cos. val R. 211 $\frac{5}{10}$ $\frac{833}{1156}$ più $\frac{3}{1734}$. E tanto valse il Rubino. Il Diamante valse quattro tanto, cioè Scu. R. 3384 $\frac{425}{578}$ più $\frac{3}{34}$ ed il terzo posto nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante, cioè 4. quad. del valore della cosa, che saranno Scudi 846 $\frac{217}{1156}$ più R. 11 $\frac{3}{4}$ $\frac{415}{867}$ $\frac{3}{4}$. Per sapere quanto tocca di guadagno al secondo, ed al terzo compagno, s' uniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi 800 $\frac{3}{34}$ più R. 3384 $\frac{425}{578}$ del secondo, e Scu. 846 $\frac{217}{1156}$ più R. 11 $\frac{485}{1156}$ $\frac{119}{289}$ del terzo. La qual som. fa Sc. 1646 $\frac{373}{1156}$ più R. 3786 $\frac{75}{1156}$ $\frac{681}{867}$. Dipoi cavando dal guadagno li 260. Scudi, che toccarono al primo, ne restaranno 2140. per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, che avrai l' intento.

Problema Vigesimosecondo.

Tre fanno compagnia. Il primo mette una quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200. più del primo. Ed il terzo mette 12. volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60. di più. Guadagnano Scudi 480. de' quali ne toccò al primo 140. Dimando: Quanto toccò separatamente agli altri due compagni, e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, tra il primo, ed il secondo, abbiam posto nella compagnia 1. qu. di Scudo per capitale, de quale se ne facciano due parti tali, che uno sia 200. più dell' altra, così. Caviamo 200. da 1. quad. e resterà 1. qu-

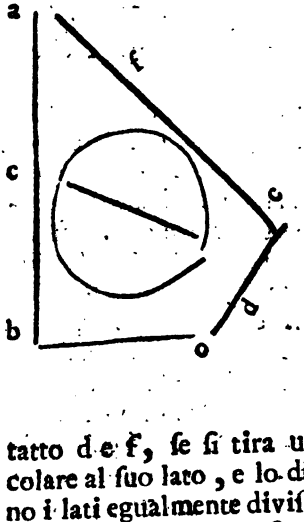
men-

men. 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men. 100. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiugnendovi li Scudi 200. che pose di più il secondo s' avrà per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perchè la R. d' un qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12. cos. più 60. Fatto questo, s' uniscono insieme li capitali, e poi si dice, Se 1. q. più 12. cos. più 60. [capitale di tutti e tre] guadagnano Scudi 480. Quanti ne toccano a 1. qu. men. 100. capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{240. \text{ quad. men. } 41.000}{1. \text{qua. più } 12. \text{cos. più } 60}$ Eguali a Scudi 140. che nella propositione si dice, che li toccò.

Levato il rotto, col moltiplicare il suo Denominatore per 140. s' avrà poi 240. qu. men. 48. 000. eguali a 140. qu. più 1680. cos. più 8400. Levando poscia li superflui. Ristorando, e riducendo l' Equazione ad un sol quadrato, s' avrà finalmente 1. quadrato eguale 564. più 16 cos. Capitolo 2. composto. La cosa val R. 634 $\frac{14}{37}$ più 325. Ma perchè la positione fu fatta sopra 1. quad. bisogna quadrare la valuta della cos. e s' avrà 705 $\frac{3}{37}$ più Rad. 179. 998 $\frac{134}{1369}$. Finalmente con questo quadrato s' opera, come s' operò col quadrato della positione, cioè, si levano Scudi 200. Il resto si parte per metà, qual metà sarà Scudi 251 $\frac{14}{37}$ più R. 44. 776 $\frac{346}{1369}$. E tanto pose nella compagnia il primo compagno. Il secondo compagno ne pose 200. di più, cioè 452 $\frac{14}{37}$ più R. 44. 724 $\frac{346}{1369}$. E perchè il terzo compagno pose nella compagnia 12. volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60. di più, però basta a moltiplicar per 12. la valuta della cosa, ed al Prodotto aggiugnervi 60. Il che facendo il terzo compagno pose nella compagnia Scudi Radice 91. 376 $\frac{16}{37}$ più 160 $\frac{4}{5}$. Per fare la prova, s' uniscono insie-

me il capitale di tutti e tre, e poi per la Regola delle compagnie operando, si vedrà quanto tocchi a ciascun di loro. Al primo deve toccare Scudi 140. come si disse da principio, agli altri due 480. men. 140. del primo. Notisi che la somma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della cosa, che unito col capitale del terzo, fa in tutto Scudi 865 $\frac{3}{847}$ più Rad. 526. 329 $\frac{279}{847}$. Il resto non porta se non fatica.

Problema Vigesimoterzo.



Sia il Triangolo a b c, e sopra la base b c longa 14. si riposi un Circolo, il cui diametro sia 8. ed il punto del contato d, sia lontano da b sei. S' addimanda la quantità degli altri due lati, e l' aria superficiale d' esso Triangolo. Primieramente dal centro del Circolo a ciascun punto del contatto d e f, se si tira una linea, quella sarà perpendicolare al suo lato, e lo divide in due parti, con che restano i lati egualmente divisi a due, a due. Sicchè la b e sarà eguale alla b d. La f c sarà eguale alla c d. E la a c sarà parimente eguale alla a f, come sensibilmente si vede. Ma perchè queste due ultime sono incognite a e, ed a f. Supponiamo, che ciascuna di loro, per essere eguali, sia 1. cos. La onde il lato a b sarà 6. più 1. cos. ed il lato a c sarà 8. più 1. cos. Fatto questo bisogna trovare sopra la base il punto

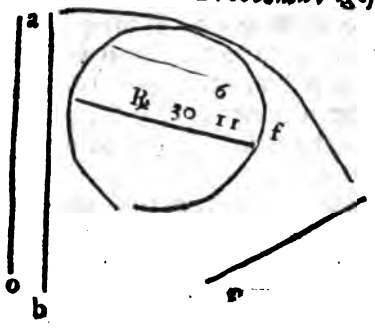
unto, ove cade la perpendicolare così. S' unisconо insieme li quadrati della base, e d' un lato, qual piace. Dalla somma si cava il quad. dell' altro lato, ed il resto partendolo per il doppio della base (linealmente intesa) il Quociente sarà la distanza del suddetto punto, cominciando a contare da quel lato, che si quadrò, e s' unì col quadrato della base. Io mi servo del lato a b. Il cui quad. è 36. più 1. quad. più 12. cos. il quad. della base è 196. e quello dell' altro lato sarà 64. più 1. quad. più 16. cos. Operando giustamente [come ho detto di sopra] per la distanza b [o parte minore della base] s' avrà 6. men $\frac{1}{2}$ cos. quale si conserva da banda.

Per avere l' aria superficiale del Triangolo s' unisconо insieme li 3. lati, e la metà, che sarà 14. più 1. cos. moltiplicata per la metà del diametro del Cerchio, darà 56. più 4. cos. per la cercata quantità. E perchè a moltip. tutta la perpendic. per la metà della base, s'ha parimente la superficie del Triangolo, ne siegue, che partendo 56. più 4. cos. per 7. (metà della base) s' avrà 8. più $\frac{4}{7}$ cos. per la quantità della perpendicolare. Cavando al solito il quad. della perpendicolare, che sarà 64. più $\frac{16}{49}$ quad. più 9. $\frac{1}{7}$ cos. dal quad. del lato minore a b, cioè da 36. più 1. qu. più 12. cos. resterà $\frac{33}{49}$ quad. più 2 $\frac{6}{7}$ cos. men. 28. per il qu. della parte minore della base, quale residuo sarà eguale al quad. d' essa parte minore, cioè al quad. di quel 6. men. $\frac{1}{2}$ cos. che da parte si serbò. Adunque abbiamo $\frac{33}{49}$ quad. più 2 $\frac{6}{7}$ cos. men. 28. eguali a 36. più $\frac{1}{49}$ quad. men 1. $\frac{5}{7}$ cos. Levando li superflui, ristorando, ed aggiustata l' equazione s' avrà 1. quad. più 7. cos. eguali a 99. Cap. 1. comp. La cosa val 7.

Si conclude, che il lato a b sarà 13. Il lato a c sarà 15. La parte minore della base sarà 5. La perpendicolare sarà 12, e la superficie sarà 48. Quì notisi, che nel quadrare

questi Binomj, il doppio d'un nome nell' altro non moltiplica per 4. ma per 2. semplicemente, perchè la co è il numero della R. ne' Binomj comuni, che per esse incognito in quelli si quadra il 2.

Problema Vigesimoquarto.



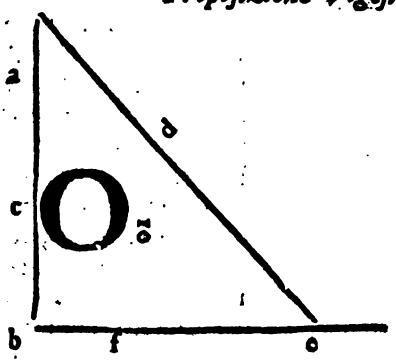
Sia ancora il Triangolo a b c, e sia la base 8. Il contatto f lontano da b solamente 2. ed il diametro del Circolo sia R 30 $\frac{6}{11}$. S' addimanda la quantità de' lati incogniti, superficiali &c. Come nella passata.

Disponendo il Circolo come nella precedente proposizione, il lato a b sarà 2. più 1. cos. e il lato a c sarà 6. più 1. cosa. Ma perchè la metà del diametro del Cerchio è maggiore della parte minore della base, divisa dal contatto del Circolo in f, ne siegue, che l' angolo b, sarà ottuso, e la perpendicolare caderà fuori della base. Per trovare il punto di tal cadimento, o perpendicolo, si fa così. Dal quadr. dell' Ipotenusa a c, che sarà 36. più 1. quad. più 12. cos. cavando la somma de' quad. degli altri due lati, resteranno 8. cos. men. 32. qual residuo diviso per il doppio della base, cioè per 16. di Quoc. ne verrà 2 cos. m. 2. E però tanto lotano dal punto b, cade la perpendic. e sarà la distanza b o. Per trovare la superficie, la quantità della perpendic. ed il resto fino al fine dell' o-

pera-

erazione, s'opera come nella precedente. La metà della somma de' lati è 8. più 1. cos. qual Binomio quadrato, e moltiplicato per R 7 $\frac{7}{11}$ (metà del diametro del Cerchio) le verrà R U. 488 $\frac{8}{11}$ più 7 $\frac{7}{11}$ quad. più 122 $\frac{2}{11}$ cos. per la superficie del Triangolo, qual Prodotto diviso per 4. [metà della base] darà di Quoziente R U. 30 $\frac{6}{11}$ più $\frac{21}{44}$ quad. più 7 $\frac{7}{11}$ cos. per la quatità della perpendicolare a o. Cavando il quad di questa perpendicolare, che si fa dependando solamente quel R U. del quadrato della a b c, cioè da 4. più 1. quad. più 1. cos. resterà $\frac{23}{44}$ quad. men. 3 $\frac{7}{11}$ cos. men 26 $\frac{6}{11}$ per il quad. della linea o b, quale per l'altro modo fu trovata esser $\frac{1}{2}$ cos. men. 2. Adunque $\frac{23}{44}$ quad. men. 3 $\frac{7}{11}$ cos. men. 26. $\frac{6}{11}$ sarà eguale al quad. di $\frac{1}{2}$ cos. men. 2. qual quad. è $\frac{1}{4}$ quad. più 4. men. 2. cos. Aggiustando l'Equazione, s'avrà finalmente 1. quad. eguale a 12. più 6. cos. Capitolo secondo composto. La cosa val 14. Sicchè la linea a b, sarà 16. La a c sarà 20. e la parte di esse incognita sarà 14.

Proposizione Vigesimaquinta.

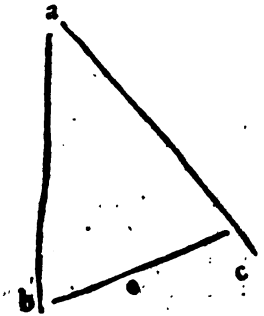


Se la metà del diametro del Cerchio sarà eguale ad una parte della base del Triangolo, tal Triangolo sarà retto, come si vede in figura. Il diametro del Cerchio è 10. il punto del contatto lontano da b è 5. ed il resto della base 15. Sicchè la linea a b è 5. più 1. cos.

cos. e la a c, è 15. più 1. cos. E perchè ne' Triangoli rett l' Ipotenusa è potente quanto possono gl' altri due lati in sieme, però unendo insieme li quad. della base, e della perpendicolare s' avrà 425. più 1. quad. più 10. cos. egu li al quad. dell' Ipotenusa a c, cioè 225. più 1. quad. pi 30. cos. Aggiustando l' Equazione, s' avrà 200. eguale 20. cos. Cap. 1. semplice la cosa val 10. Sicchè la linea a b sarà 15. e la a c sarà 25.

Nota.

DA questo quesito se ne cavano queste tre utilità. La prima è, che si possono trovare quanti Triangoli Ortogonii ne piace, che avranno tutti e tre i lati razionali in longhezza, senza obbligarsi alla Proporzione uno, che abbia 3. 4. e 5. ne' suoi lati. La seconda utilità è, che sempre si possono trovare due numeri, che li loro quadrati giunti insieme, facciano numero quadrato, e la terza utilità è, che sempre si possono trovare due numeri differenti l' uno dall' altro per quante unità piace, che sottratto il quadrato d'uno dal quadrato dell' altro, il restante sarà parimente numero quadrato. Alla pratica.

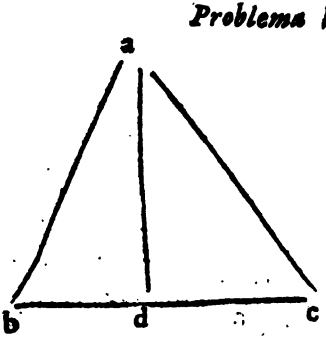


Voglio trovare due numeri, che l' uno sia differente dall' altro per una sola Unità, e che levando il quadrato d' uno dal quadrato dell' altro, il restante sia pure numero quadrato.

Questo numero sia 11. significato per la base b c divisa

risa in 5. e 6. in punto e. Il lato á b per la precedente sarà 5. p. 1. cos. ed il lato a c sarà 6. p. 1. cos. La somma de' qu. della a b, e della b c sarà 246. p. 1. quad. p. 10. cos. eguali a 36. più 1. quad. più 12. cos. (quadrati della Ipotenusa a c.) Aggiustando l' Equazione. La cosa val 55. Sicchè la a b sarà 60. e la a c sarà 61. Sicchè abbiamo trovato due numeri differenti l' un dall' altro per una sola Unità, e levando il quad. di 60. dal quad. di 61. resterà 121. pur numero quad. la ℞ del quale è la linea b c. cioè 11. di più si è formato un Triangolo retto, di lati razionali in longhezza, e si sono trovati due numeri, che i loro quadrati giunti insieme, fanno pur numero quad. e questi sono i lati a b, & b c, cioè il 60. e l' 11. e perchè 3600. giunto con 121. fa 3721. numero quad. la cui ℞. è 71. (lato a c) e sempre riuscirà. Vero è, che bisognerà supporre la base b c alcune volte paro, e altre volte disparo secondo l' opportunità delle Unità, che deve esser differente un numero dall' altro.

Problema Vigesimosesto.



Sia questo Triangolo Ortogonio a b c. La somma di tutti e tre li suoi lati fanno 60. Di più. Moltiplicando insieme li due lati a b, ed a c, concorrenti all' angolo retto a, ed il Prodotto moltiplicato di nuovo per la perpendicolare a d, questo secondo Prodotto si trova esser eguale al quadrato della somma di tutti e tre i lati, che per esser 90. il suo quad. sarà 3600. S' addimanda la quantità di ciascun lato sepa-

ratamente. La quantità della Perpendicolare, e della superficie.

La linea retta b a c, divisa in punto a, rappresenta i due lati del Triangolo a b, ed a c uniti insieme, e distesi per il longo. Ora devesi sapere, che li quadrati di ciascuna parte di questa linea uniti insieme con il doppio di una parte nell' altra è sempre eguale al quadrato di tutta essa linea. Eucl. lib. 2. prop. 4. Di più. Il Prodotto di quei due lati, che formano l' angolo retto a, è sempre doppio alla superficie di tutto il Triangolo. Adunque il doppio della b a, nella a c, sarà quadruplo alla superficie. Ed in oltre il quad. di tutta la linea composta b a c, sarà eguale al quadrato dell' Ipotenusa b c, e quadrupla alla superficie.

L' Ipotenusa b c sia 1. cos. gl' altri due lati di necessità saranno 60. men. 1. cos. il quadrato de' quali sarà 3600. più 1. quad. men. 120. cos. eguale al quadrato della base b c, ed a quattro volte la superficie del Triangolo, ovvero ad 1. quadrato più due volte il Prodotto della b a nella a c. Adunque levando 1. quad. della base da 3600. più 1. quad. men. 120. cos. resterà 3600. men. 120. cos. per il quadruplo della superficie, ovvero per il doppio della b a, nella a c. Ma perchè dividendo la superficie per la metà della base, ovvero la metà della superficie per tutta la base, ne viene la perpendicolare, ne siegue, che dividendo 1800. men. 60. cos. [metà della superficie] per 1. cos. (base del Triangolo) nè verrà $\frac{1800.\text{ men. }60.\text{ cos.}}{1.\text{ cos.}}$ per la quantità della perpendicolare a d. Moltiplicando questa perpendicolare con 1800. m. 60. cos. (che per esser la metà del quadruplo della superficie, viene parimente ad esser una

sol

ol volta la moltiplicazione della b a, nella a c) s' avrà
= 140. 000. più 3. 600. quad. men. 216. 000. cos.

Eguale al
1. cos.

quadrato di tutti i lati insieme, cioè a 3600. Levando il rotto s'avrà 3600. cos. eguali a 3240. 000. più 3600. quadrati men. 216. 000. cos. Finalmente aggiustando l' Equazione, s' avrà 900. più 1. quad. eguali a 61. cos. Capitolo terzo composto. La cosa vale 25. (la R. finale quì si sottra dalla metà del numero delle cose, perchè aggiugnendola non fa a proposito.) Adunque il lato b c sarà 25. per supposto 1. cos. gli altri due lati insieme saranno 25. cioè 60. men. 1. cos. Cavando il quadrato di 25. dal quadrato di 35. resterà 600. per il doppio dell' a b nella a c, e 300 sarà un sol Prodotto. Finalmente facciasi di 35. due parti, talchè moltiplicando una per l'altra faccia 300. es' avrà notizia speziale delli due lati a b, ed a c. Uno de' quali è 15. l' altro 20. Il resto è facile, la superficie è 150. e la perpendicolare è 12.

Notabile.

Ma perchè fin quì non si è insegnato la Regola di dividere una quantità in due parti condizionali, adesso l' insegno. E per star nel caso nostro, prima si parte per mezzo il 35. che sarà 17 $\frac{1}{2}$ questa metà si quadra, il cui quadrato è 306 $\frac{1}{4}$. Da questo quadrato si cava il numero, che fa il Prodotto delle due parti (cioè 300. nel caso nostro) e resterà 6 $\frac{1}{4}$. Finalmente aggiugnendo a 17 $\frac{1}{2}$ la R. di 6 $\frac{1}{4}$ [cioè 2 $\frac{1}{2}$] s' avrà 20. per il lato maggiore a c, e levando pur da 17 $\frac{1}{2}$ l' istessa R. s' avrà 15. per l' altro lato. E così di 35. abbiamo fatto due parti, che moltiplicando una per l' altra, fa 300. e questi sono il 15. ed il 20.

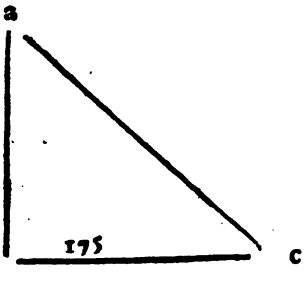
Pro-

Sia la linea a b, piedi 60. In ricerco, che di essa mi sia fatto un Triangolo retto di maggior superficie, che sia possibile. S' addimanda. Quanti piedi sarà ciascun lato di esso?

Prima d' ogni cosa bisogna sapere, che se una linea retta sarà divisa in due parti eguali, ed in altre due parti ineguali, la somma de' quadrati delle parti ineguali, sarà sempre maggiore, che non è la somma de' quad. delle due parti eguali. Ma la superficie d' una parte nell' altra sarà minore. E tanto più, quanto maggiore sarà l' inegualità. Sicchè la maggior superficie, che possi avere un Triangolo retto, è quando che i lati concorrenti all' angolo retto, sono eguali, Eucl. lib. 2. prop. 5. e lib. 10. prop. 41. antecedente 1. Il lato opposto all' angolo retto, cioè l' Ipotenusa sia 1. cos. di necessità gli altri due lati insieme saranno 60. men. 1. cos. Sicchè ciascun lato concorrente all' angolo retto, sarà 30. men. $\frac{1}{2}$ cos. ed i loro quad. uniti insieme saranno 1800. più $\frac{1}{2}$ qu. men. 60. eguali al quad. dell' Ipotenusa, cioè ad 1. quad. Aggiustando l' Equazione, s' avrà 5600. eguali a 1. quad. più 120. cos. Capitolo primo composto. La cos. vale R. 7. 200. men. 60. E tanto sarà appunto l' Ipotenusa, gli altri due lati insieme il resto fino a 60. cioè 120. men. R. 7. 200. Ma perchè questi due lati sono supposti eguali l' uno all' altro, ciascun di loro sarà 60. m. R. 800. qual moltiplicati insieme danno 5400. m. R. 25. 920. 000. per il doppio della superficie. Sicchè la metà sarà la superficie d' un Triangolo retto, formato dalla linea proposto, con le condizioni suddette,

te, cioè 2700. men. R. 6. 4800. 000. E per la più prossima verità per numero saria piedi 154 $\frac{743}{1011}$.

Problema Vigesimottavo.



Sia il Triangolo a b c di lati proporzionali in proporzione sesquialtera. La sua aria superficiale sia 175. Quanto sarà ciascun lato precisamente?

Per isfuggir rotti, più che sia possibile, il minor lato sia 8. cos. Il medio sia 12. cos. ed il maggiore sia 18. cos. Quì s' opera come si fa per trovare l' aria senza la perpendicolare, così s' uniscono insieme i lati. La somma si parte per mezzo. Dalla metà si cava ciascun lato, e resterà 11. cos. 7. cos. ed 1. cos. Di poi questi residui si moltiplicano per la metà [come si vede] avendo l' occhio all' ascendenza delle dignità nelle moltiplicazioni, perchè nell' ultimo Prodotto s' avrà 1463. qu. qu. E così la radice di questo numero sarà l' aria superficiale, eguale all' aria del triangolo, come in figura si vede.

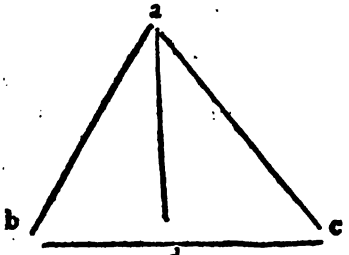
Lato min. 8.cos.	Metà delle cos. 19.	Prodotti
Lato med. 12.cos.	Residui 11. cos.	19.cos.
Lato mag. 18.cos.	7. cos.	11.cos.
	1. cos.	
Sō. de' lati 38.cos.		209. Q. 1. Prod.
Metà delle cos. 19		7. cos.
		1463. cu. 2. Prod.
		1. cos.

Ultimo Prod. La R. di 1463. Quad. Quad.

Sic-

Sicchè la R. di 1463. qu. qu. sarà eguale a 175. Levando la radice dall' Equazione, col quadrare l'uno, e l' altro estremo, s' avranno poi 1463. qu. qu. eguali a 30. 625. Capitolo secondo semplice. Partendo il numero per li qu. quad. ne verrà 20 $\frac{195}{209}$ per la valuta d' un sol quad. di quad. della qual valuta pigliandone la R. di R. quella sarà la valuta della cosa. Ma perchè quel 20 $\frac{195}{209}$ non è razionale nella sua R. di R. ne siegue, che la valuta della cosa nel caso nostro sarà la R. R. di 20 $\frac{195}{209}$ quale moltiplicata per 8. per 12. e per 18. s' avranno li tre lati del Triangolo come siegue. Lato minore R. R. 85. 741 $\frac{131}{209}$. Lato medio R. R. 434. 066 $\frac{20}{209}$. Lato maggiore R. R. 2. 197. 464 $\frac{25}{209}$.

Problema Vigesimonono.



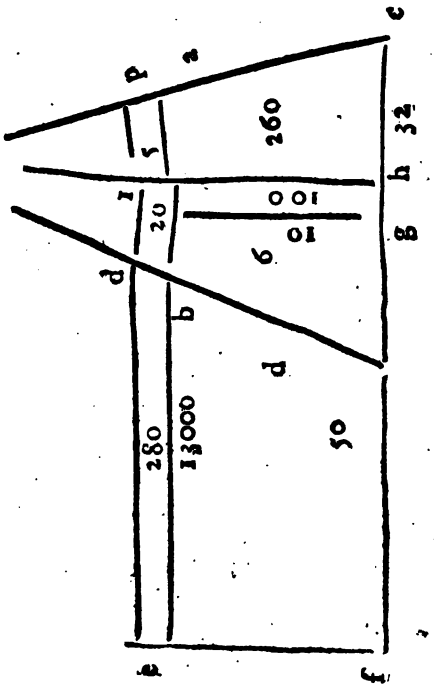
Si propone il Triangolo equilatero a b c. La sua superficie è uguale al numero, che denomina ciascun lato di esso. S' addimanda la quantità di essa superficie, e di ciascun lato.

Li due lati a b, ed a c per essere eguali sia ciascun di loro cos. e ciascuna parte della base, divisa dalla perpendicolare, sarà $\frac{1}{2}$ cosa. Levando il quadrato d' $\frac{1}{2}$ cos. del quadrato d' un lato, resteranno $\frac{3}{4}$ quadrato per il quadrato della perpendicolare a d. Sicchè essa perpendicolare sarà R. $\frac{3}{4}$ quad. Moltiplicando $\frac{3}{4}$ quad. della perpendicolare con $\frac{1}{2}$ cos. (prima quadrata, cioè per $\frac{1}{4}$ quad.) ne verrà $\frac{3}{16}$ quad. quad. per la superficie. Adunque la R. R. $\frac{3}{16}$ quad. quad. dal presupposto sarà eguale ad 1. cos. (quantità de' lati.) Levando la radice dell'

Equa-

Equazione, col moltiplicare in sè stesso ciascun' estremo, s' avrà $\frac{3}{16}$ quadrati eguali ad un quadrato; finalmente degradando, o schisando quest' ultima Equazione, [per non esservi il numero] ne verrà $\frac{3}{16}$ quadrati eguali ad un per numero. Capitolo secondo semplice. La cosa val R. $5\frac{1}{3}$ e tanto è la superficie, e ciascun lato del Triangolo.

Problema Trigesimo.



Si

Si propone un pezzo d' Argine longo Piedi 50. Largo nella sua base 32. Nella sommità largo 20. e perpendicolarmente alto piedi 10. Voglio, che sopra quest' Argine vi si distendino 280. piedi cubi di Terra. Dimando Quanto s' alzerà detto Argine, e quanto resterà largo di sopra, mantenendo gl' istessi angoli, o scarpa?

Questo quesito non è stato proposto, nè dal Tartaglia (come alcuni si pensano) nè da altro Autore, che io sappia, ma bensì da un mio amico me ne fu proposto un simile, col darsi a credere, che fosse irregolare, nè si potesse risolvere. Questo quesito lo potrei risolvere per Algebra, ma per essere inteso anco da' mediocri intelligenti, lo voglio solvere in poche parole, come siegue per via di semplici proporzioni. Ma notate. Certo è, che quella Terra, aggiustata che sia al suo luogo, da sè sola forma un corpo simile al proposto Argine, e per conseguenza saranno fra loro proporzionali.

La sezione, o testa dell' Argine forma un Capo tagliato doppio a b c d, e slongando le due linee pendenti a c, e b d si formaria il Triangolo i c d. Ora, la proporzione, che ha la base g d, alla perpendicolare b g, del Triangoletto g b d, quella medesima ha la base h d, alla perpendicolare i h, del Triangolo h i d. Sicchè per sapere la quantità d' essa perpendicolare i h, dirò. Se 6. di base ha 10. di perpendicolare, quanto di perpendicolare avrà 16. di base? [cioè la h d] Avrà piedi $26\frac{2}{3}$ da' quali levati piedi 10. (altezza dell' Argine) la i o, sarà piedi $16\frac{2}{3}$.

Fatto questo. Si trova la superficie del Triangolo i a b, moltiplicando la perpendicolare i o, per la metà della base a b, cioè per 10. la qual superficie è piedi $166\frac{2}{3}$.

Di più. Da questi piedi $166\frac{2}{3}$ bisogna cavare la sezione, o testa, che darà la proposta Terra d'aggiugnersi,

la

qual testa è di piedi 5 $\frac{3}{5}$ e si trova col partire la proposta Terra [cioè 280.] per la longhezza del proposto Argine. Sicchè il Triangolo i p q resterà di superficie piedi 161 $\frac{1}{17}$ e la sua base p q sarà la larghezza superiore dell' Argine, dopo l' avervi aggiunto la proposta Terra. Per sapere la quantità di questa larghezza superiore, si bramo attenti.

Eucl. lib. 6. prop. 2. dice. Se una linea retta segarà li due lati d' un Triangolo, e restarà paralella, ed equidistante all' altro lato, di necessità li due lati segati resteranno divisi proporzionalmente, e per la 6. pur del sesto i due Triangoli, fatti campeggiare da tal linea, saranno simili. Adunque li due Triangoli a b, ed i p q sono simili. Di più. La proporzione di due figure superficiali simili (quali si siano) è come la proporzione del quad. di qualsivoglia lato d' una, al quadrato del lato relativo dell' altra, e però per trovare la quantità della linea p q, larghezza superiore dell' Argine] dirò. Se piedi superficiali 166 $\frac{2}{5}$ del Triangolo i a b hanno 400. per quadratura della base a b, quanta quadratura daranno piedi 161 $\frac{1}{17}$ del Triangolo i p q. per la base p q? Operando la linea p q sarà longa piedi la R. di 386 $\frac{14}{17}$. Adunque l' Argine resterà largo di sopra piedi R. 386 $\frac{14}{17}$. Per saper quanto s' alzarà, è facile, a chi sa maneggiare le quantità sorde. Al solito s' unisconо insieme le due linee a b, e p q, la cui somma fa 20. più R. 386 $\frac{14}{17}$. Di questa somma pigliandone la metà, avrò 10. più R. 96 $\frac{16}{17}$ e questa metà sarà il lato d' una superficie rettangola, eguale alla superficie a b p q. Per avere l' altro lato concorrente a detta superficie rettangola, basta a partire la superficie piedi 5 $\frac{3}{5}$ per 10. più R. 96 $\frac{6}{17}$ [lato cognito] perchè il Quociente sarà il cercato lato, ed insieme l' altezza cercata. Io ho fatto il calcolo,